



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK GENT



6593



Math. 168.

Math. 168





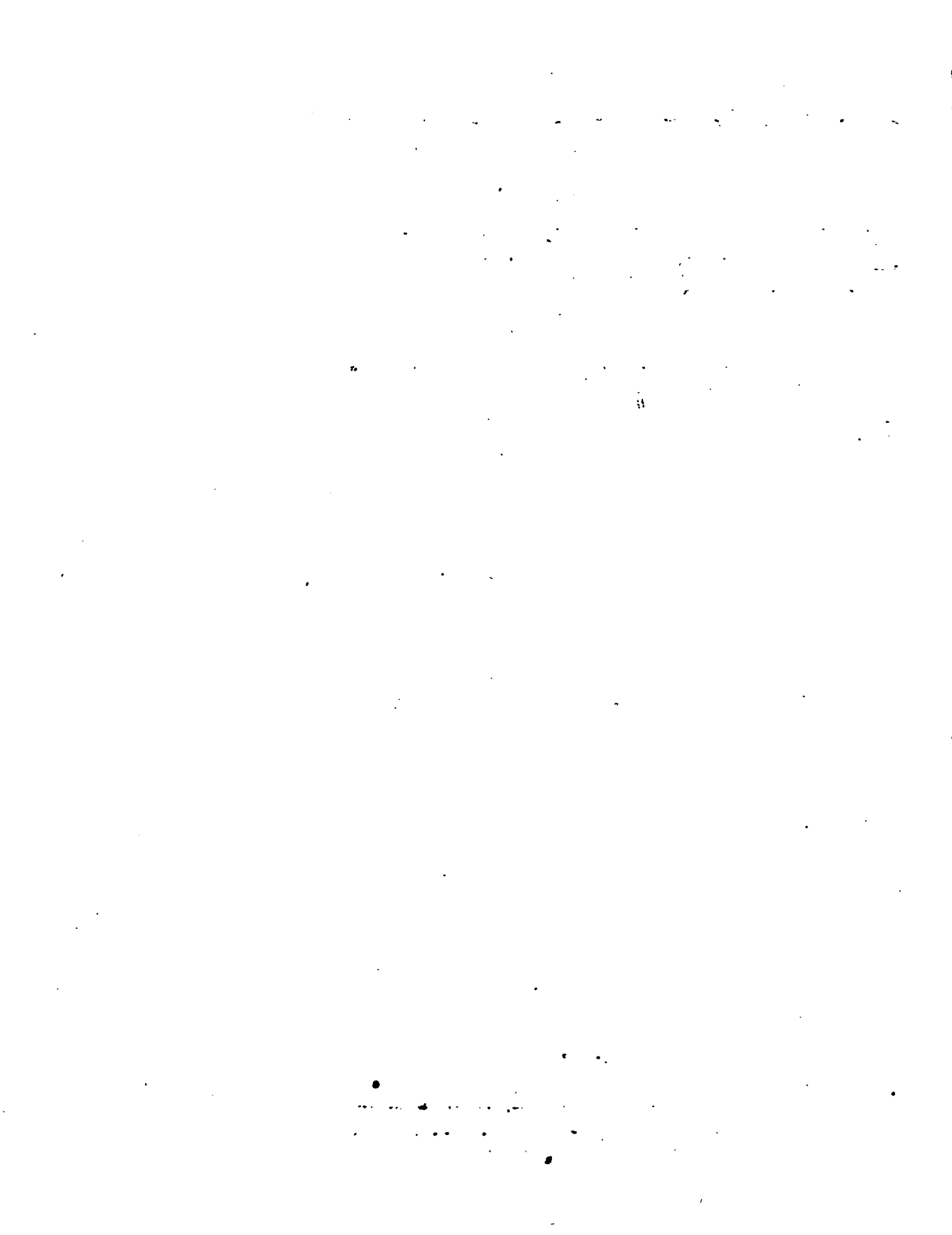
VIRORUM CELEBERR.
GOT. GUL. LEIBNITII
ET
JOHAN. BERNOULLII
COMMERCIIUM
PHILOSOPHICUM
ET
MATHEMATICUM.

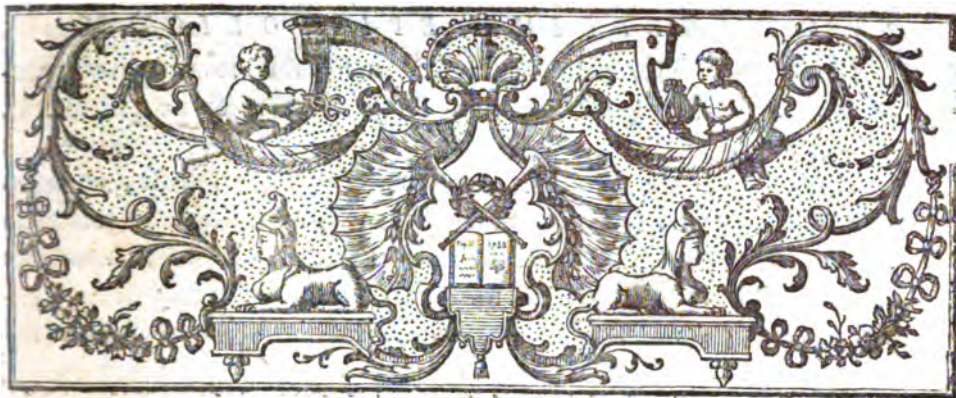
TOMUS SECUNDUS.
Ab ANNO 1700. ad ANNUM 1716.



LAUSANNAE & GENEVAE,
Sump. MARCI-MICHAELIS BOUSQUET & Socior.

MDCCLV.





E P I S T O L A C I.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De sua cum VOLDERO controversia. De aëris condensatione & elasticitate. De WALLISIO & Nationum emulatione. De MENCENIO. De natura demonstrationis. De ascensu corporum. De P. HOSTE libro de Navium Structura.

Vir celeberrime! Fautor Honoratissime!



LCCCE tandem responsum meum D. 1700. VOLDERO datum, quod prout Ti. Januar. tibi satisfaciet, de successu apud ipsum augurabor. Spero nunc agniturum, quantum inter diversa genera præstantiam actionis æstimandi interfit. Quis alius scrupulus ei superesse possit, prævidere non queo; nec quicquam unquam puto a ratione alienius defendi posse, quam duas actiones, idem

præstantes diversa promptitudine, æquales tamen esse inter se; cui rei non mentis tantum nostræ actiones, sed & experimenta omnia repugnant.

Tom. II.

A

Mirror

1700.
Januar.

Miror quid Tibi velis, cum ais, me Tibi de nomine gratulatum. Ego Tibi gratulatus sum & de nomine & de re. Id est de dignitate.

SPINOSAM ne ego Tibi comparem? qui ideo suasi, ut quædam vites, ne hominibus, ut apparet, Tibi infestis occasionem aliquando nocendi, comparandique præbeas. Bono animo quæ dicta noris, in contrarium non rectè vertas. Etiam quæ nunquam fient possibile dicimus, eo scilicet sensu, quo futura necessaria esse negamus.

De aëre condensato, rarefacto, calefacto aut frigore contracto experimenta tantum facienda supersunt. Quoties aliquid dico metaphysice, vel si mavis Mathematicè Elasticum, abstrahitur animus ab eo, quod materia patitur; ut cum fingimus gravitatem in mathematico rigore, quem non capit. Interim talis æstimatio utiliter suo loco adhibetur, itaque eo modo metaphysice grave oritur a nihilo, centro scilicet attrahente.

Quod WALLISIUM vocasti *strenuum gloriæ Anglicanæ vindicem*, ille laudi sibi non injuriæ ducet. Ego interdum nostris exprobro, quod parum strenui sint gloriæ *Germanicæ* vindices. Æmulatio nationum, etsi eo non debeat porrigi ut aliis maledicamus, huc tamen utiliter valebit, ut æquare alios vel superare contendamus; unde fructus perveniet ad omnes, laus ad merentes.

Difficultas de commercio animæ & corporis mihi videtur in Responsione ad Dnum VOLDERUM dissoluta. Notatam jam antea a me in ejus litteris non memini: si inest, imprudens præterii, nam dissimulare mos non est meus.

Semper nobis cum Dno. MENKENIO disputandum est, quoties nos tuemur & nostra. Ita nunc quoque accidit. Vix tandem obtinui ut tua in FATIUM notata ederentur, cum enim Problema solidi minimum in liquido resistentis præclare illustrent, profecto illis publicum fraudari non debebat. Sed olim Dni. TSCHIRNHAUSII in CRAIGIUM dicta sane acerba non recusarunt, CRAIGII responsionibus deinde silentio suppressis.

Dominus

Dominus VOLDERUS postulat demonstrationem activitatis sub-stantiarum. Jam vides, quam difficile sit demonstrare res Mathematico-Physicas, quales Mechanicæ sunt; quid de Metaphysicis futurum putas? Demonstratio est ratiocinatio, cujus vis sit evidens, & a qua indubitata Tibi adversariorum convictionem promittas; talem, etiam cum omnia animo jam comprehensa habemus, exprimere verbis difficile est: Quanto magis cum nondum ipsi fati ordinavimus cogitationes nostras? Itaque, qui non dat quod non habet, denegasse dicendus non est. Interea aliquod probationis rudimentum adjeci, potius ne defuisse ejus voluntati videar, quam quod satisfacere sperem.

Miror qui putet ascensus continuos minus virium requirere, quam interruptos? an putat non esse idem quatuor libras descendere uno pede, & unam libram quatuor pedibus; cum utrobique quater contingat unam libram descendere uno pede, solo hoc discrimine, quod in uno casu successivus est descensus, in altero simultaneus. Sed successivus simultaneum efficere potest, & simultaneus successivum; neuterque ultra quicquam. Semper autem æquivalent. quæ se producere mutuo possunt.

Adjicio copiam Epistolæ quam Secretarius Regiæ Societatis ad Dominum WALLISIUM scripsit, egoque a manu WALLISII descripsi, quoniam videre postulabas. Non poterat quicquam dici humanius. Vale.

Dabam Hanoveræ 12. Januarii 1700.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. His scriptis, ad manus meas pervenit liber Patris HOSTE JESUITÆ de structura Navium (1), sed nondum absolutus, simulque alter ejusdem de Evolutionibus Classium (2). Atque hic

A 2

qui-

(1) *Theorie de la Construction des Vaisseaux*, par le P. Paul HOSTE de la C. de J. Lyon. 1697. fol.

(2) *L'Art des Armées Navales, ou Traité des Evolutions navales* par P. Paul HOSTE de la C. de J. Lyon. 1697. fol.

4 C O M M E R C I U M E P I S T O L I C U M .

1700.
Januar.

quidem versatur in deligendis commodissimis ad scopum navium motibus, pro mutatione venti & circumstantiarum, ubi tanquam in re nondum mathematice tractata, operæ pretium fecisse videtur: sed doctrinæ de structura navium hætenus remota tantum principia exhibet, pro bona parte jam constituta, ubi nescio an omnia recte habeat. Agit Lib. 1. Cap. 1. de resistentia medii; Cap. 2. de navis facultate perferendi vim venti in vela, ne nimis scilicet ab iis inclinetur, ubi de Centro gravitatis. Cap. 3. de resistentia navis contra inclinationem quam illi dant fluctus. Cap. 4. Vacuum est, soloque titulo constat: De derivatione [*de la derive*] quam ait ex Cap. 1. haberi. Cap. 5. de Gubernaculo & structura Navis, ut gubernaculo suo melius obediat. Lib. 2. Cap. 1. de resistentia solidorum fere ad GALILÆI normam. Cap. 3. de resistentia partium navis contra aquæ pondus. Lib. 3. de figuris navium, ubi de sectionibus Conicis; nostras enim figuras ignoravit: interim passim loquitur de infinite parvis, & subinde utitur Calculo algebraico: dignus esset liber examine, ob argumenti pretium.

P. P. S. S. EX DNO. MËNKENIO intellexi, Dominum *Fratrem* Tuum, editionem solutionis Tuæ desiderare eorum de quibus vobis concertatio fuit. Ego putaram interventu amicorum ex Academia Regia omnia fuisse composita.

Diploma Academix nec accepi, nec expectavi, nam hætenus non memini tale aliquid factum. A multis annis sum in Societate Regia Anglicana, & nunquam tale Diploma vidi.

Responsio deest.

EPISTOLA

EPISTOLA CII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

DE VARIGNONIO. De ſubſtantiarum activitate. De poſſibili. *Varia hortatur ut rei navalis ſcientiam mathematice tractare ſuſcipiat.*

V. R. Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

EPISTOLAM Domini VARIGNONII remitto cum multa ac-^{1700.}
tione gratiarum, & obnixè peto, ut data occasione ſignifices Mart.
inſigni viro, quantum me perculerit nuntius de morbo ejus peri-
culoſo, & quantum nobis gaudeam, ipſique gratulè redditam
ſanitatè; quod bonum & ipſi, & nobis, & ſolidioribu litteris
diuturnam precor. Gratias etiam ingentes ago, quod cæteris be-
nevolentia erga me ſua ſignificationibus addidit documentum,
quod ſpectari oculis corporeis manuque tangi poteſt, nummum
ſcilicet perelegantem in fundationem Academia Regia, qua om-
nia velim demereri poſſe.

Si cum omni Schola pro ſubſtantia habeamus quod agere aut
pati poteſt; nihil autem patiatu, quin & agat; conſequens eſt
omnem ſubſtantiam agere poſſe. Quod ſi jam conſtet omnem
ſubſtantiam, qua poteſt agere, eſſe per ſe activam; conſequens
eſt omnem ſubſtantiam talem eſſe. Quod ſi quis ſubſtantiam in-
troducatur, qua nec agere, nec pati poſſit; ab eo expectanda no-
va nominis definitio eſt, ac tum videbimus quid ex ea conſequa-
tur.

Non poſſunt dici poſſibilia, qua nunquam fieri poſſunt,
[quod utique contradictio eſſet,] ſed tamen contingit ut poſſi-
bilia non fiant. Nam quod ais, *qua nunquam fiunt ea etiam fieri*

1700.
Mart.

non posse, id vero non concedo; nam a posse ad esse non valet consequentia.

De WALLISIO securus esse potes; mihi certe nunc visus est humanissimus, nec dubito quin te magni faciat.

Plane agnosco in negotio sectionis curvæ parabolicæ aliter Tecum agendum fuisse (3); & nihil ego magis probo, quam ut suum cuique decus constet.

Libenter videre velim, quam Domino VOLDERO misisti demonstrationem ascensuum continuorum & interruptorum.

Volui ut Epistolam societatis Regiæ videres, qualis scripta est, ne de versione dubitari possit.

Cum sis incola *Belgii* fæderati, cujus opes potissimæ in re nautica sitæ sunt, profecto te dignum, & iis apud quos agis pergratum fore putem, si ad rei navalis scientiam mathematicam subinde cogitationes conferas. Porro HOSTIUS hætenus mihi potissimum ea in parte operæ pretium fecisse videtur, quæ agit de evolutionibus Classium. Argumentum non est difficile, sed magnæ tamen utilitatis: nec dubito quin si animum adjiceres, multa sis detecturus Autori illi non perspecta. Vellem autem tractari stylo Geometrarum scientifico, hoc est vocabulis non plebeiis, seu nauticis, ut ab illo factum, quæ pro nationibus variant, sed universalibus, hoc est Geometricis; adjectis tamen verbis phrasibusque maritimis, non *Gallicis* tantum, sed & *Eatavis*, & si liceret; etiam *Anglicis*. Et cum cæteræ partes scientiæ nauticæ sint Architectorum & Præfectorum minorum: hæc quam dixi nobilior & Ducum propria est.

Mihi videtur ea de quibus cum *Fratre* Tuo lis est, non esse tanti, ut simultatem inter vos alere debeant. Itaque plane Dni. VARIGNONII consilium probo, optemque amicitiam inter vos redintegrari; certe supprimi quicquid utrinque offendere possit, vale.

Dabam *Hanoveræ* 8. Martii 1700.

Deditissimus.

Godefridus Gulielmus LEIBNITIUS.

E P I S -

(3) Vid. Epist. LXIII, LXVIII, LXIX, LXX, LXXI, LXXV, LXXVI.

E P I S T O L A C I I I .

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responſio ad præcedentem.

De VOLDERO, ſubſtantiarum activitate, & viribus corporum. De
 poſſibili & neceſſario. De re nautica mathematicè conſideranda. De
 LEIBNITII ad Acad. Pariſienſem Epiſtola, & de Calen-
 darii correctione. De Opp. VALLISII Tomo 3°.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Hono-
 ratiffime.

MITTO Epiſtolam Domini VOLDERI, ante octiduum accep-^{1700.}
 tam: videtur de tenacitate aliquid remittere. Laudo Viri April.
 ingenuitatem, non vincere, ſed vinci cupientis. Si quid Tibi
 ſuperest pro evincenda ſubſtantiæ activitate, quod demonſtratio-
 nis inſtar ſit, quæſo ne celes ipſum tam enixe efflagitantem. In
 Tuis ad me datis, addis quidem: *Si cum omni ſcbola pro ſubſ-
 tantia habeamus quod agere, aut pati poteſt; nihil autem patia-
 tur, quin & agat; conſequens eſſe omnem ſubſtantiam agere poſ-
 ſe.* Conſequentiam veriſſimam eſſe inſiciari non poterit; ſed ve-
 reor ne gratis a Te aſſumi dicat, nihil pati, quin & agat; cum
 forſan ſibi perſuadeat, cum multis aliis, dari ſubſtantias mere paſ-
 ſivas. Cæterum demonſtratio mea aſcenſuûm continuorum & in-
 interruptorum, VOLDERUM tandem plenarie convicit de vera ac-
 tivitæ virium, ut ex ejus litteris colliges; eleganter enim ipſe
 ex ea demonſtravit falſitatem hypotheſis communis, quæ quanti-
 tate motus nititur. Olim fere eandem demonſtrationem apud Te
 feceram, deſumptam nimirum ex incurſu obliquo corporis in cor-
 pus; quam autem VOLDERUS poſtea haud admittebat, niſi pro
 corporibus elatiſtis; ſed pro perfecte duris nondum ſufficere con-
 tendens.

1700.
April.

tendens. Hæc vero, ut nunc est, procedit in perfecte duris [si talia vel esse, vel concipi possent;] non minus quam in elasticis, adeo ut jam valeat contra quoscunque adversarios. Est enim pura, adeo & abstracta. Eam, prout VOLDERO communicavi, iisdem verbis infra transmittam (4), quoniam id petis; quamvis alias ex VOLDERI litteris satis intelligere poteris. Quemadmodum itaque absurdum sequitur, si statuantur duo corpora æqualia & non elastica, alterum motum, alterum quiescens, in se impingentia, ambo post ictum versus easdem partes Corporis moti progressura, dimidia velocitate ejus quod habebat ante ictum corpus motum; ostendit enim VOLDERUS ex meo ratiocinio Corpus illud posse dare quatuor corporibus sibi æqualibus quartam partem celeritatis [id quod jam faceret quantitatem motus] & tamen dimidiam suam celeritatem retinere; id quod ergo pristinam quantitatem motus auget, & sic æstimatio virium exinde petita nequidem sibi constaret, nedum veritati consentiat; ita e contrario si statuantur, [ut nos facimus] duo corpora omnino elastica impingentia, unum motum, alterum quiescens, ambo post ictum progressura non dimidia velocitate, sed velocitate, quæ sit ad primam, ut $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ad 1, quo nimirum, secundum nos, eadem quantitas virium servetur; tunc ex meo ratiocinio sequetur Corpus posse movere septem Corpora sibi æqualia, illisque singulis dare celeritatem quæ se habeat ad primam celeritatem, ut $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ad 2, & præterea, post septem impulsiones, & ipsum retinere eandem illam celeritatem quam aliis corporibus dedit; id quod pulchre consentit cum vera æstimatione virium; id enim evenire debuit; & sic Regula nostra generalis est, & mirifice sibi constat in omnibus casibus specialibus.

Redis ad veterem quæstionem, quando dicis, contingere ut possibilia non fiant: ad id vero jam respondi, id nimirum verum omnino esse a parte Dei; nam ejus respectu nulla sunt contingentia, seu talia, quæ extra decretorum ordinem fiant; nec aliter admitto vulgatissimum illud, *a posse ad esse non valet consequentia*, quamvis

(4) *Hæc, ut opinor, illa est qua habetur.* Opp. Tom. I. N°. LVII. pag. 221.

quamvis ego potius argumentatus fuerim a non esse ad non pos- 1700.
se. Ut verbo dicam quod sentio, Deus omnia, quæ decrevit ab April.
æterno, liberrime elegit: sed post electionem factam omnia illa
sunt necessaria.

Ad rem nauticam excolendam fateor hic in *Belgio* egregiam
esse occasionem; sed magis adhuc in *Hollandia*, quam in hac
Provincia. Verum ad præstandum aliquid in hoc argumento,
quod Eruditis placere poterit, requireretur homo, qui non mo-
do fundamentis theoreticis, sed ipsa etiam praxi, variisque me-
chanicis artibus, Architectura præsertim, esset instructissimus; qua-
lis ego non sum: nunquam spes superest, modo tempus &
subsidia non defuerint in talibus me exercendi; quod ubi conti-
gerit, de consilio tuo cogitabo serio.

Vidi tandem in *Actis* (1) excerpta litterarum mearum (2) ad
Te datarum: sperabam nudam tantum solutionem meam excerptam
fore. Sed attonitus reliquis circumstantiis & in FATIUM acerbè
dictis comitatam reperi, quas Tibi suggesseram Tuæ responsioni
[nunc vero, quod valde præmiror, omnino suppressæ] inferen-
das: ita sane jam solus expositus iræ *Fatiane*, quam a Te sci-
te removisti, nisi [quod spero & rogo] Tuam responsionem,
quam mecum communicabas, pariter edideris.

Ex litteris Domini VARIGNONII, heri acceptis, intelligo
Tuam Epistolam, ad Academiam missam, perlectam fuisse om-
nium cum applausu & admiratione, ob styli elegantiam & stu-
pendam linguæ Gallicæ facilitatem. Dicit quoque Te in illa ex-
hortatum esse Academiam ad construendum novas Ephemerides,
ARGOLI jam cessantibus: Quem in finem Te ad Academiam
misisse alicujus Astronomi [*Lipsiensis*, ut credit] suscepti operis
ideam, consilium petentis: Te porro de Calendario *Gregoriano*
monuisse quasdam difficultates; quibus sublatis, vos paratos esse
ad amplectendum illud. Hæc omnia mihi fusius a Te exponi
optarem; præsertim quænam sint illæ difficultates, & quo pacto
accuratissimum Calendarium obtineri posse putes; cum anni lon-

Tom. II.

B

gitu-

(1) 1699. Nov. pag. 513.

(2) Nempæ Epist. XCVI.

1700.
April.

gitudine, existente haud dubie incommensurabili, accuratius & facilius vix quicquam sperari possit, quam GREGORII quatuor Seculorum cursus. Sub finem superioris anni mihi in manus incidit *Samuelis REYHERI* in Academia *Christian-Albertina* primarii *Professoris*, Novum horologium, ubi proponit formas Calendarii, ope Cycli compositi ex aliquot Cyclis *Zarlinianis* & *Kirchbianis*; diem autem naturalem dividit in varias partes, quas vocat horas; scilicet breves, si in 29; breviores, si in 33; brevissimas, si in 37; longas, si, ut vulgo, in 24; longissimas, si in 16, dividatur partes; contenditque anni longitudinem esse, accuratissime loquendo, 365 dierum & 7 horarum brevium; quo posito, ostendit post 17 cyclos *Zarlinianos*, quos ordinarios vocat; & tres *Kirchbianos*, ipsi correctorios dictos [constat autem *cyculus Zarlinianus* 29 annis in quibus sunt septem intercalares; *Kirchbianus* vero constat 33 annis in quibus sunt 8 intercalares] tempora exactissime restitui. Equidem scire perciperem, quid Tu de his sentias: me quod attinet, quod auctor plenariam ~~auspiciis~~ jactet, res mihi valde est suspecta; cui proin haud multo majorem fidem adjicio, quam ei, qui communem mensuram inter diagonalem quadrati & ejus latus se reperisse mihi diceret. Initio putabam mihi sat spatii superfuturum quod caperet excerpta litterarum mearum ad *VOLDERUM* datarum; at cum hæcæ præter spem creverint, ecce separatam adjungo schedam, Vale.

Groningæ 6. Aprilis 1700.

Amplitudini Tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI.

P. S. Hac ipsa hora ex *Hollandia* ad me venit Tomus tertius Operum *WALLISII*; evolvens fasciculum Epistolarum, quarum Tuæ maximam fere partem componunt: Tui quidem in suis honorificam & crebram mentionem factam reperio; sed cæterum more suo, *Anglorum* suorum inventa mirum quantum extollit, exteriorum vero vel reticet, vel extenuat.

EPIS.

E P I S T O L A C I V .

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

De Epiftola Bernoulliana in Actis edita. De Calendarii reformatione.

Vir celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

CUM in procinctu ſim ad iter, breviter tantum & in ante-¹⁷⁰⁰ceſſum reſpondeo, ut Tibi ſcrupulum eximam, quaſi Te ^{April.} exponere incommodo voluerim; egerimque in re Tua aliter, quam Tibi placere judicari. Ego vero conſcientiam meam teſtari poſſum, indicabantque litteræ Tuæ, meæque, ita rem me accepiffe, ac ſi edi velis, quæ Dno. MENKENIO edenda ſubmiſi. Et id ipſum inter nos placuerat, edi poſſe narrationem amici, modo nomen ejus ſupprimeretur. Nec vero quicquam eſt in Epiftola Tua injurium in hominem, aut mordacius; niſi quatenus narratio veri nobis expreſſa mordere poteſt.

Cæterum cur mea reſponſio dilata fuerit, cauſa fuit quod videbaris non magnopere curare quæ de nova designatione attuleram: at Dominus MENKENIUS ſimplicem Apologiam, cui nihil profecturum aſpergeretur, minus probabat.

Ea res mihi diſtracto differendi cauſa fuerat. Nunc vero ne Tibi videar me ſubducere velle, Apologiam Dno. MENKENIO mittere non diſtuli, quæ autem ad MOIVRÆI Theorema dicere volebam, ita reformavi, ut tantum breviter exhiberem Theorema infinities generalius, cujus caſus tantum ſpecialis eſt *Moirvanum* (3).

B 2

Quod

(3) G. G. L. *Reſponſio ad N. FACII DUILLERII imputationes. Aſceſſio nova Artis analytica promotio* &c. Act. Erud. 1700, Maj. p. 198.

1700.
April.

Quod ad Calendarii Reformationem attinet; puto non esse necessarium ut Cyclos novos moliamur, aut a *Gregoriano* computo prorsus discedamus; cum ea quæ placuit *Ratisbonæ* collectis Evangelicorum Imperii statuum Legatis raro a *Gregoriana* ratione sit abitura, sed huc tantum tendebam in Litteris ad Academiam Regiam meis: si Consiliis Dni. CASSINI, aliorumque insignium Academiae Astronomorum obtineatur, ut Pontifex Romanus in computo jam recepto quædam explicet in melius, Bulla quadam declaratoria fortasse edenda, eaque de re mature cum nostris communicetur, posse fortasse plenum utriusque partis consensum obtineri, & sane [ut hoc Tibi ejusdem Academiae mecum membro, in aurem dicam] jam Dnus CASSINUS consultationem quandam huc facientem *Romam* misit. Itaque rogo, ut [dissimulata tamen hac notitia] Dno VARIGNONIO scribas, intellexisse Te a me, posse ope Academiae plurimum conferri ad perficiendam utriusque Calendarii harmoniam, si suafu ejus ab Aula Romana Bulla declaratoria obtineri possit, inprimis si de re prius cum Mathematicis quibusdam Protestantibus per Mathematicos Academiae communicetur. Rogabisque simul Dnum. VARIGNONIUM, meo nomine, ut caveatur ne id consilium emanet intempestive, & ab eo quæres, nomine Tuo, quidnam putet ea in re commode fieri posse, aut quam in re *Gregorianos* computos temperari posse arbitretur. Quod ab eo intelliges, mihi ut mature significes peto.

Ordinum Imperii Evangelicorum nomine scriptum est *Ratisbona* etiam ad *Federati Belgii* Ordines Generales, petitumque, ut velint communia consilia sequi. Nempe *Ratisbonæ* placuit, ut omnia ad veritatem Astronomicam & *Nicanos* Canones constituentur: Ita raro a *Gregorianis* dissentietur. Suspicio Te a tuis *Groningensibus* & *VOLDERUM* nostrum ab *Hollandis* suis consultum iri; quid respondendum vos videritis: gratum tamen erit mihi mature intelligere sententiam vestram. Quæ Tibi scribo de hoc negotio, omnia cum Domino *VOLDERO* communicare potes, excepto quod de consultatione jam a Dno. CASSINO *Romam* missa dixi; sed admonendo, ut sibi fervet; nolim enim consilium

LEIBNIJII ET BERNOULLII, EPIST. CIV. 13
filium ulterioris conciliationis [quod multis morosioribus apud
nos displicere posset] re nondum matura vulgari, Vale & Fave:

Dabam. *Hanovera* 25. Aprilis 1700.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

F. S. Dominum a VOLDE interim a me saluta, nunc enim
rescribere non licet, interim gratulor nobis de consensu.

E P I S T O L A C V .

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responso ad præcedentem.

De LEIBNITII *Apologia contra FATIUM. De Calendario refor-*
mando. Varia.

Vir Amplissime atque Celeberrime. Fautor Honora-
tissime.

CUM multa scribendi occasio haud se offerat; responso ad 1700.
postremas Tuas aliquantulum differendam censui. A VOLDE Jun.
no nostro accipi Litteras, sed de disputatione nostra nil agen-
tes, Tuum haud dubie expectat responsum, quod ad ultimas suas
ipfi debes. Gratum fuit intelligere quod Apologiam Tuam con-
tra FATIUM ad *Acta* miseris; mirabar tantum non jamdiu com-
paruisse; sed cæterum alienas cogitationes non habui; quanquam
non diffitear me nescio quid timuisse, si, Te silente, quem ta-
men res primario spectat, ego mansissem solus qui res alienas cu-
rare visus fuisset. Quod autem dicis me Tibi visum fuisse non
magnopere curare quæ de nova designatione attuleras; hariolari

1700.
Jun.

non possum unde hanc suspicionem hauseris, cum æquius multo sentire solitus sim de omnibus quæ a Te proficiuntur; idque Tibi ignotum esse haud possit. Ut dicam quod res est, scriptum quod mihi transmiseras legeram quidem, sed cum pervenissem ad Mathematica, quæ profundam attentionem requirere videbantur, id ipsum fecit ut tum temporis non-nisi perfunctorie examinarem; spe fretus ea, meliori cum otio, postquam impressa essent, me relecturum; Vides quo jure me ea sprevisse putes.

Neque ego puto necessarium esse, ut ad Calendarii reformationem Cyclos novos moliamur; haud enim facile aliquid excogitari poterit, quod ad rei veritatem propius accedat, quam computus *Gregorianus*, quodque commodius sit: sed ideo etiam vellem, ut mihi distinctius exponeres difficultates, quibus eum premi dicis; an exspectent Computum Astronomicum, an vero Ecclesiasticum, an utrumque. Si primum, vel tertium; sane & ego maxime censerem, de emendatione ejus serio cogitandum esse. Si vero secundum, credo rem non tanti esse; saltem nobis Protestantibus, ut multum solliciti simus, ut omnia ad mentem *Nicæni* Concilii constituentur. Quid enim ad nos, qui in nonnullis locis Festa nulla celebramus, utrum mobilia rite sequantur *Nicænos* Canones, an autem ab iis aberrant. An *VOLDERUS* ab *Hollandis* hac in re consultus fuerit, mihi id nondum scripsit. Interim diu est, quod *Hollandi* utantur Calendario *Gregoriano*. Nostræ Provinciæ Ordines me nondum consuluerunt; expectaturi quid prius responderint vicini *Frisi*, quidque fecerint *Angli*. Cæterum, meo judicio, consultius esset, si quid in Calendario *Gregoriano* emendandum, ut id fieret auctoritate Cæsaris, potiusquam Pontificis *Romani*: ne alioquin hujusmodi mutatio Religioni præjudicare plebeiis videatur.

Scripsi ad *VARIGNONIUM* prout desiderasti; statim ubi responsum accepero, Tecum communicare non intermittam. Jam diu est, quod nihil ex *Gallia* Litterarum ad me pervenerit. *Marobio* *HOSPITALIUS* me negligit omnino; per sesquiannum expecto ab illo responsionem. Posses, si velles, hujus silentii rationem ex ipso querere, quam rogo ut mihi rescribas.
Cu-
perem

perem scire, per quem Academia Regia Tibi miserit Tuum Diploma. Dnus VARIGNONIUS mihi scripserat Dnum HOSPITALIUM id negotii in se suscepisse, sed tum temporis cum meum mihi mitteretur, ille non erat *Parisis*. Vale.

Eroninga 8. Junii 1700.

Amplitudini Tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI.

Quomodo quæso *Frater* meus tecum agit? Vestrumne commercium etiamnum durat? audivi nuper ab Academia sua, eum, pro hoc anno, Rectorem constitutum esse.

EPISTOLA CVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

*De Societate Regia Berolinensi. De Calendario. Varia. De re nautica.
De possibili & necessario.*

Vir Celeberrimè, Fautor Honoratissime!

ECCE me tandem ad amicos pristinos & litteraria officia re-^{1700.}
versum. Impedimenta, quibus districtus fueram ample expo-^{Septemb.}
sui in Litteris ad Dnum VOLDERUM meis, quas hic apertas,
ut antè, accipis; røgoque ut omnia Tibi dicta putes & excusa-
tionem etiam apud Te valere patiaris, qua vix alia potest esse
justior. Quin potius spero causam moræ vobis gratam fore, cum
inde fructus non contemnendi expectari possint. Scientiarum enim
Societatem (4) erectam esse a magnò Principe, per quam præ-
clari Viri juvari, animarique possint, res non parva est. Itaque,
rego,

(4) *Berolinensem.*

1700. rogo, Tu quoque cogitationes conferas, ut pulchra occasione
 Septemb. animoque Principis egregio recte utamur. Ideo suadeo etiam, ut
 Te quoque in Societatem recipi libenter velle ostendas. Quod si
 in Litteris ad me Tuis expresseris verbis honorificis, quæ ego
Berolinensibus communicare possim, & in quibus nulla sit mentio
 suggestionis meæ, faxo ut Tibi mittantur litteræ receptionis. Vi-
 des autem ex illis quæ ad VOLDERUM scripsi, nullum in ea re
 negotium Te Tibi accersere, cum quater in anno scribere, & ex
 penu divite Tua, aut etiam communicationibus amicorum aliquid
 suggerere Tibi sit in expedito. Conabor rem eo deducere, ut *Mis-*
cellanea quædam subinde edantur, exemplo *Naturæ curiosorum*,
 & quidem fortasse trimestria; Ita etiam nos in publicandis nostris,
 non semper ab alieno arbitrio pendebimus.

Tecum sentio, si qua *Gregoriani* Calendarii emendatio impe-
 trari possit, eam Cæsaris auctoritate procurandam esse, neque
 aliam in Imperio agnoscunt Protestantes. Sed quia Romana Pars
 rem semper ad Pontificem rejicit, nihil commune, nisi aliquo
 Pontificis apud suos interventu, confici potest. Computo *Grego-*
riano circa Festa immobilia & intercalationes stare utique licebit.
 Sed in Paschatibus constitutione, atque inde pendentibus Festis mo-
 bilibus, interdum abit a Regulis magnæ synodi *Nicænæ*, quas ta-
 men tueri placuit Ecclesiæ, ipsique Pontifices hoc a se quæsitum
 sunt professi; eademque mens est Protestantibus plerisque Festa
 mobilia retinentibus per *Germaniam*, *Angliam*, *septentrionem-*
que, cui etiam inhæsit Decretum Corporis Evangelici *Ratisbo-*
nensæ.

Nosse velim an aliquid ex *Gallia* circa interrogata mea intel-
 lexeris.

Diu a Dno. *Marchione* HOSPITALIO, sed multo diutius a
 Domino *Fratre* Tuo nihil ad me est datum. Dnum *Marchionem* len-
 tiusculum in scribendo dudum sum expertus. Litteras vel Diplo-
 ma receptionis in Academiam non ille ad me misit, sed secretarius
 societatis Dominus FONTENELLIUS, cujus litteris Dominus
Abbas BIGNONIUS suas adjecit.

Non

Non male facies, quod Te facturum polliceris, si paulatim ad rem nauticam discutiendam animum adjicias. Et video eam partem, quam tractavit *HOSTIUS Jesuita* Libro *de evolutionibus navalibus* esse a rebus mechanicis & architectonicis fere independentem; pauculis tantum assumtis positionibus circa venti actionem in vela, & id quod vocant derivationem, experientia nautarum comprobatis. 1700.
Septemb.

Etiam a parte Dei fit, ut possibilia [ipsi] non fiant, si scilicet ea non velit. Et hoc sensu ante omnia decreta, res sunt contingentes, adeoque, ut rectissime ais, Deus liberrime elegit. Decreta autem porro, divinaque, vel præscientia, vel præordinatio contingentiam non tollunt, eo sensu quo a Philosophis accipi solet; nempe ut opponatur necessitati absolutæ, non hypotheticæ. Quod igitur ais, post decreta Divina, omnia esse necessaria, id nostræ contingentiæ non repugnat; hoc ipsum enim est, quod hypotheticam necessitatem appellant; itaque nullus hoc modo erit in re dissensus; unde præstat nec verbis pugnari.

Hæc addidi, ne quid in litteris Tuis penultimis intactum præterirem. Quod superest, Vale & fave.

Dabam *Guelfebyti* 6. Septembris 1700.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

E P I S T O L A C V I I .

BERNOULLII AD LEIBNITIIUM

Responſio ad præcedentem.

*De Societate Berolinenſi. De Phosphoro ſuo mercuriali. De ROLLIO
Calculi differentialis adverſario.*

Vir ampliffime atque Celèberrime, Fautor Honoratiffime.

1700.
Octob.

NOVISSIMAS Tuas, diuturnioris ſilentii cauſam exponentes, aſide & accepi: & perlegi: incluſas ad Dnum. VOLDERUM poſtridie dimiſi. Jam ante quidem intellexeram de nova Scientiarum Societate erigenda; qua de cauſa Te iter *Berolinum* ſuſcepſiſſe rumor ferebat: Nunc vero rem totam ex Tuis plenius intelligo. Gratulor Tibi honorem, quod Te potentiffimus Elector laudabili huic negotio perficiendo præeſſe voluerit: ſed & imprimis gratulor Reipublicæ litterariæ, & bonis artibus, & ſcientiis omnibus, quæ non poſſunt non acquirere incrementa & perfectiones optatas, ſub auſpiciis tanti Principis jam pridem Muſas ſibi ſoli, ut videtur, devotas habentis; quod grato omnino animo agnovit Academia *Hallenſis*, medios inter belli ſtrepitus ab ipſo fundata, nunc præ aliis longe florentiffima. Itaque rectiffime dicis rem non eſſe parvam, a magno Principe erectam eſſe Scientiarum Societatem, per quam præclari Viri juvari animarique poſſint: quare non male egerint, ſi egregia occasione recte utantur, junctiſque viribus eo annittantur, ut generoſo Principis conſilio ſatiſfiat, publicæ utilitatis promovendæ elegantiorumque ſtudiorum amplificandorum cauſa, quod ſane in Sereniſſimi Fundatoris non tantum, ſed & in totius Germaniæ, communis noſtræ Patriæ, immortalẽ tendet gloriã; quando præſertim recens hæc fundata ſocietas inter vicinas, ut ſpero,

Itali

Italicas, *Gallicam*, *Anglicam*, se se extollet, quantum Cupref-1700.
 sus inter yiburna. Ad tenuia mea quod attinet, studia; si visa ^{Octob.}
 fuerint conferre posse aliquid pondusculi ad societatis vigorem &
 incrementum, me certe non adeo alienum præberem, si id ho-
 neste & decenter a me peteretur. Tuo autem prudenti relinquo
 consilio, num quid *Berolinensibus* hac de re communicare volue-
 ris. Non dubito quin, juxta alia, etiam physica & experimenta-
 lia inprimis excolenda fuerint. Optarem hic mihi subsidia admi-
 nistrarentur, ad procuranda plura instrumenta, supellestem,
 materiam, aliaque ad hoc onus necessaria: pollicerer sane mihi
 non inutilem successum. Ordines quidem nostri ante aliquot
 annos, in usum nostræ Juventutis studiosæ, meo consilio induc-
 ti, aliquam summulam suppeditarunt; quæ autem vix - dum prin-
 cipalioribus instrumentis coemendis sufficiebat. Destituito itaque
 annuo subsidio, sumptibus quotidianis impendendo [quod ab
 illis flagitaveram, sed frustra] non ea, qua vellem, strenuitate
 naturæ arcana rimari licet; tametsi, ne sic quidem tempus te-
 ram, quin tentaminibus minus pretiosis, ex meo institutis, in-
 terdum aliquid novi detegam. Ita nuper inveni modum parandi
 novum genus Phosphori valde lucidi, & facile parabilis, ex ar-
 gento vivo in vacuo posito. Hic Phosphorus omnibus aliis pal-
 mam præripere debet; primo quod eum, non casu fortuito,
 cui reliqui omnes ortum suum debent, sed de industria, a prio-
 ri, & principiis meis ratiocinando invenerim; secundo, & qui-
 dem præcipue, quod meus Phosphorus sit perpetuus, loco quod
 omnes alii se se consumant, vel saltem suam virtutem, tractu
 temporis, amittunt. Unde jam innotesceret, quomodo tales
 lampades sepulchrales in perpetuum durantes parari possent, quæ
 fulgerent tantum, non arderent. Incidi in hoc inventum hac
 occasione.

Cum ante aliquot menses, in libro aliquo legissem PICAR-
 DUM Societatis Gallicæ, in suo Barometro, cum forte per tene-
 bras illud transportaret, in parte tubi vacua, observasse aliquem
 fulgorem ex improvise apparentem, & mox iterum disparentem,
 postea redeuntem, toties quoties argentum vivum per motum

1760.

Octob.

reciprocationis in tubo descendebat ; cum vero reliqui ejusdem Societatis Viri , quibus ille inexpectatum Phænomenon monstraverat , singuli idem in suis Barometris tentare vellent , nemini recte successisse dicitur ; donec postea , ex multis Barometris , quæ tentata fuerant , unicum fuerit repertum , quod etiam aliquod lumen , sed longe debilius quam *Picardinum* vibrabat . Hisce lectis , meum Barometrum , quod usui ordinario inserviebat , confestim arripio , mecumque porto in tenebras , tentaturus numquam lucem in illo observarem : sed prima agitatione frustra , dein violentissime agitato , in quolibet descensu mercurii , jam jam iterum ascensuri , luculam aliquam , sed perquam obscuram emisit . Hac super re meditare incoepi , & tandem mihi videbatur , secundum ratiocinium meum , lucem illam in omnibus Barometris apparere debere , si conficiendo Barometro tubi alioquam ordinario modo implerentur , quo impediatur , ne suprema superficies mercurii in tubo cooperiatur pellicula quadam , qua omnis mercurius a contactu aëris superinducitur , ad instar alicujus pultis , & omnium fere liquorum , qui aëri expositi talem pelliculam in summitate sua contrahunt ; hanc enim pelliculam esse existimavi , quæ materiam lucificam , ex mercurio singulis descensibus egredi volentem , ad occupandum tubi spatium a mercurio descendente relictum , coerceat & impediat quominus erumpere possit . Excogitavi itaque duos modos implendi tubum Barometri citra contactum aeris ; ita ut columna mercurii nuda esset , & immunis ab illa pellicula ; & reapse modis illis in effectum deductis , & variis Barometris ita paratis , feci periculum in tenebris , non sine magna voluptate & delectamento , videns exitum meo ratiocinio , etiam ultra quam sperabam , respondisse . Omnes enim isti tubi , levissima agitatione , tam vividam lucem de se spargebant , ut etiam litteras majusculas discernere potuissem , cum tamen antea tubus more ordinario impletus , eodem quidem argento vivo , nihil omnino , vel parum , violentissimis successibus luxerit . Lætabar equidem invenisse modum generalem omnia Barometra reddendi lucifera ; meamque
proin

proin inventionem cum Academia *Parisiensi* communicavi (1), 1700.
rogavique ut idem probarent curiosi: sed nuperrime rescripsit Octob.

VARIGNONIUS, nonnullos experimenta mea tentasse quidem, sed optatum successum non obtinuisse; hinc meam inventionem neglectam deseruisse, & fusque deque habitam; tribuentes successum meorum. Barometrorum propriæ alicui qualitati mercurii, qua omnes mercurii non gaudent, sed paucissimi tantum. Ego vero minime deterritus hac responsione, conscius quippe duos tubos, eodem mercurio repletos, sed unum modo ordinario, & alterum novo a me excogitato, diversos adeo effectus prodidisse; rejicio infelicem successum sociorum *Parisiensium* in ipsorum incuriam qua quæ præscripseram non caute satis observabant. Resumsi itaque omnia, & denuo tentavi, & ecce cum pristino felici successu; & quod plus est, ne quid peculiari mei argenti vivi proprietati tribui possit, comparavi mihi aliud argentum vivum, cum quo æque feliciter omnia præstiti: quod abunde confirmat, id non deberi raræ alicui proprietati argenti vivi, quæ non omni competat; nisi quis hic velit dicere me, forte fortuna, incidisse in duos successive mercurios hanc rarissimam virtutem habentes; quod meo iudicio moraliter impossibile est. Sed hætenus dicta non sunt, in quibus Phosphorus meus consistat: eum, hac occasione, ante paucas hebdomadas excogitavi, quo spero omnes objectiones submotum iri: nam non dubito quin facile, ope cujuscunque argenti vivi, parari possit. Sumo phialam vitream, robustam, & recentem, quæ nulli usui adhuc inservierit: nam vel minima humiditas, vel oleositas intus lateribus adhærens, apparitionem luminis valde imminueret, si non omnino tolleret. Huic phialæ, si capax sit $\frac{1}{2}$ mensura vulgaris, lente infundo 4 aut 5 uncias mercurii bene purgati, cavendo ne phiala multum agitetur; statim enim mercurius contraheret dictam pelliculam lumini tam noxiam: postea, ope anthliæ pneumaticæ, extraho aërem ex phiala quantum possum

C 3

sum

(1) *Nouvelle maniere de rendre les Barometres lumineux.* Mem. de l'Ac. Roy. des Sciences 1700. pag. 178. Opp. Tom. I. N°. LXII. pag. 337.

1700. sum accuratissime; quo factò, phialæ orificium claudendum est,
 Octob. ope epistomii ad id adaptati, vel alio modo obturandum exactissime, ne, post exhaustionem, aëris vel minimum ingredi possit. Omnia si bene sint observata & peracta, removeo phialam ab Anthlia; eaque mihi præbet Phosphorum portatilem perpetuum: nam in densissimis tenebris, si phiala valde sursum deorsum agitetur, tota phiala splendidissima luce subito adimpletur; nec illa cessat, nisi cessante agitatione. Diceres Te videre aquam ignitam, totam phialæ capacitatem perfundentem: lumen enim, si rite præparetur phiala, non minus vividum est quam Phosphori *Kunkeliani*; seu, ut alii volunt, *Anglici*. Præterea, non, ut in Barometro, alternatim apparet, & disparet; sed quamdiu inclusus mercurius agitur, tamdiu, sine ulla interruptione, splendet, & tanto vividius quidem, quanto vehementius percutitur.

Hunc effectum ex meis principiis prævideram: cogitabam enim pelliculam illam, si qua generetur (quæ tam difficulter in Barometris præcaveri potest, quæque adeo materiam luminificam, vel omnino suffocat, vel valde debilitat, ideo quod illa mercurium descendantem tenaciter cœmitetur, nec ob æquabilem & uniformem motum facile lacerari possit) hic e contrario in phiala, cum mercurius vehementer in omnes partes, motu inordinato moveatur, non posse non plurimis in locis lacerari, & ita exitum concedere materiæ istæ tenuissimæ, cujus motu lumen excitatur, quæque ex poris angustissimis argenti vivi prodibit, dum alia de novo succedens poros ab opposita parte subit, adeoque semper nova materia luminifica præsto est. Quomodo autem omnia procedant, cur vacuum requiratur, cur item mercurius ad hoc aptus sit, non alii liquores, de iis ample cogitata mea Academia aperiam; sed hanc novam effectum Phosphori portatilis & perpetui nondum communicavi. Feci experimentum coram Viris curiosis aliquibus hujus urbis (habeo enim in parato tales phialas diverso mercurio donatas, & rite aëre exhaustas, quæ æqualem effectum præstant): confessi sunt omnes se nihil unquam curiosius vidisse. Ecce totum hujus Phosphori mysterium quod
 Tecum

Tecum primo communicare volui: si illud dignum reputes, quod ad novam Societatem mittas, ego non repugno. Vale.

1700.
Octob.

Groningæ 5. Octobris 1700.

Amplitudini Tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI

P. S. Non video quod Computus *Gregorianus* in Paschatis constitutione, atque inde pendentibus Festis mobilibus, abeat a regulis magnæ Synodi *Nicænæ*. VARIGNONIUS, in novissimis suis litteris, ad interrogata Tua, quod miror, nihil respondit: refricabo ipsi memoriæ, quam primum ipsi rescribam. Interim ecce ex ejus litteris, quæ ad Te primario spectant. Rogo ut remittas. Videbis novum differentio-mastigem in ROL-
LIO. Vidi hunc hominem aliquoties, cum *Parisiis* essem, apud *Marcionem* HOSPITALIUM: sed memini me jam tum ad HOS-
PITALIUM dixisse, quantum ex hominis conversatione capere potuerim, ab eo nihil, nec boni, nec docti expectandum esse; ut - pote cujus tota scientia consistit in resolvendis aliquot quæstionibus algebraicis.

EPISTOLA

EPISTOLA CVIIL

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

*De Phosphoro mercuriali. De Phosphori igniferi inventore. Varia.
De Calculi differentialis adverſariis.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratiſſime!

1700.
Decemb.

QUANTI & Te faciã, & inventa Tua, vel inde æſtimare potes, quod heri, id eſt penultima Seculi die ex longo itinere domum redux Tibi ſcribo inter primos. Litteras domi inveni infinitas, quarum partem necdum legi, Tuas non diſtuli aperire, & magna cum voluptate pulcherrimum inventum Tuum vidi, quo lucis impedimentum a mercurio in vacuo tollis. Hoc Tuo nomine communicabo *Societati Scientiarum Brandeburgicæ*, cui erit gratiſſimum, ſimulque indicabo rem convenientiſſimam & Tibi non ingrãtã faciã, ſi ad Te Diploma receptionis mittant. Neque enim alia ceremonia opus puto. Idemque ſic erga alios factum. Interim rogo ut inventum ſic communicatum mittas, quemadmodum deſcriptum voles, rationibus etiam adjectis ad cauſas illuſtrandas. Quærere libet, an deprehenderis, exiguã quantitatem mercurii diviſã in partes multarum ſuperficierum, præſtare, quod magna quantitas parum habens ſuperficie, ſeu an lux magis ſuperficie, quam corporis quantitatem ſequatur.

Phosphorus ignifer (ſic eum appello, quia ex motu in verum ignem erumpit) neque Anglicanus eſt, neque *Kunkelianus*, ſed *Brandianus*; nam a BRANDIO apud *Hamburgenſes* vero inventore, KRAFTIUS & KUNKELIUS compositionem obtinere, quam KRAFTIUS (Authorem candide profeſſus) tulit ad

ad *Anglos*, KUNKELIUS pro sua publicavit; scis marinos fluctus lucem Phosphoro Tuo similem etiam agitatione producere, ut cognata admodum res videatur. Et scimus alias, multa esse mercurio non abhorrentia ab effectibus salis quo mare imprægnatur. Nec abſimilis lux editur ſacchari iſtu. Hlud inprimis conſiderandum, an hinc adjuvari poſſit cognitio lucis.,

Dnus MENKENIUS ſcribit Dnum FATIUM ad Tua reſponſum tranſmiſiſſe; ita tamen ut poteſtatem fecerit delendi quæ velles; Te nondum, reſponſiſſe. Meo iudicio optime faceret Dnus MENKENIUS, ſi FATIUM ad *Anglicana Diaria* remitteret. Cur enim noſtra, id eſt *Germanorum Diaria* alienis in nos ipſos publicandis inſervirent, cum exteri ſimilia officia nobis non præſtent. Olim dicebamus; *Bon jour & bon an*, nunc Tibi opto *Bon ſiecle, & bon an*.

Dabam *Hanovera* 31. Decembris 1700.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITII.

P. S. Hortare, quæſo, Dnum. VOLDERUM, [cui adjunctas mitti peto] ſed velut ex te, ut Doctrinam de vera virium & actionum motricium æſtimatione docendo propaget, ſive viva voce, ſive Theſibus, diſputationibuſque. Nec inutiliter Dno. *Marcioni* HOSPITALIO ſignificabitur, proſelytum nos tam inſignem habere. Pene oblitus eram ROLLII; ejus nihil haſtenus vidi, niſi titulos & ænigmatica quædam ſchediaſmata inſerta *Liario Eruditorum*. Hujusmodi adverſarii, quales NIEUWENTIIT, & ROLLIUS & CLUVERIUS [alias cæteris longe præferendus] noſtra non evertent, ſed magis novis palmis decorabunt: Interim perutile eſt os illi occludi per reductionem ad Demonſtrationes Veterum more formatas, & egregiam ea in re operam navaturum puto Dnum VARIGNONIUM. Non po-

tui melius ad silentium redigere Dnum CLUVERIUM, quam quærendo, possit-ne error ab ARCHIMÆDIS aliqua constructione assignari; quod si non potest, veram ejus Parabolæ quadraturam esse oportet; neque enim de aliis quam assignabilibus quantitibus agitur in Propositionibus geometricis. Idem de cæteris dicendum. Rogo ut Dnum VARIGNONIUM officiosissime a me salutes, eique gratias pro communicatis notitiis meo quoque nomine agas.

EPISTOLA CIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Phosphoro suo mercuriali. De FATIO. De GREGORII responsione ad Examen sua Catenarise. De CARREO; VOLDERO, BRANNIO.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

1701. **Q**UAS mihi scripsisti litteras, pridie novi sæculi & anni *Gregoriani*; ego quoque pridie ejusdem anni sed *Juliani* accipi; qui dies notabilis fuit, quippe quem excepit longa nox undecim dierum; ea enim finita nobis ecce jam duodecimus Januarii illuxit; idem quoque apud *Frisios* Occidentales factum est. Quod ex itinere redux mihi inter primos respondere dignatus fueris, est utique singularis Tuæ erga me benevolentia signum; quod gratus agnosco, conaborque eam quavis occasione demereri. Gaudeo quod inventum meum novi Phosphori Tibi placeat: placet etiam pluribus Academiae Regiæ scientiarum. Dnus VARIGNONIUS mihi scripsit Dnum HOMBERGIUM mea experimenta de novo facturum, quam-primam otium nactus fuerit; Præsi-

Præsidem vero Academiæ Dnum BIGNONIUM tanto hujus ^{1701.}
 Phosphori desiderio teneri, ut, si HOMBERGIO res non bene suc- ^{Januar.}
 cessura esset, me roget ut Phosphorum a me paratum per Curio-
 rem publicum ad Academiam mittere velim. Avide interim ex-
 specto HOMBERGII successum, antequam inventum publico
 communicem.

Imo maxime mercurius, secundum superficiem, non molis quan-
 titatem, lucet; nam in Barometro in summitate tantum columnæ
 mercurialis lux observatur. ~~Si~~ genula vero vitrea quantitas mer-
 curii licet exigua, tota tamen ignita apparet; quoniam vehe-
 menti agitatione in plures multarum superficierum partes disper-
 gitur; ita ut quælibet guttula suum peculiare lumen præbeat,
 Unde etiam mihi in mentem venit, posse, præter curiositatem,
 aliquam utilitatem ex hoc invento capi; nimirum cogitavi, si
 haberentur duo vasa vitrea uniformia & robusta, eaque conjun-
 gerentur ad vertices, relicto foraminulo communicationis ex uno
 in alterum, in modum horologii arenarii, sed loco arenæ immit-
 tendus foret mercurius, & postea aër ex vasis combinatis extra-
 hendus; quod quomodo commode fieri possit jam perspicio; co-
 gitavi inquam, tale horologium, etiam noctu, in tenebris in-
 servire posse; etenim radius mercurii per foramen defluentis fo-
 ret lucidus, quæ lux non ante cessaret, quam omnis mercurius
 ex superiori vase in inferius delapsus esset. Loco vasculorum pos-
 sent adhiberi tubi longi, ut ita ex longitudine radii lucidi paula-
 tim descendente etiam ipsa minuta metiri liceret. Hujusmodi ho-
 rologiis uti possent speculatores noctambuli, excubitores nocturni,
 alique in occasionibus, ubi sonus campanarum vel audiri non
 potest, vel non debet.

Non puto lucem marinorum fluctuum cognatam esse luci mer-
 curii in vacuo: ex meo enim explicandi principio non ipsæ
 mercurii particulæ producunt lucem, sed potius materia subtilis-
 sima, quæ in angustissimis mercurii porulis hospitatur, si excu-
 titur agitatione, mox libera cum sit a claustrorum impedimentis
 celerrimum motum acquirit, & ita lucem causatur; atque adeo
 si alium haberemus liquorem valde ponderosum, cujus nempe

1707.
Januar.

pori essent valde exiles, nullus dubito, quin idem effectus in eo qui in mercurio observaretur; aurum, exempli gratia, si fluidum reddi posset, servata specifica gravitate, omnium, credo, foret commodissimum ad hoc negotium, & Phosphorum redderet longe clariorem quam mercurius. Jam vero fluctus marini poros habent nimis amplos, quam ut solam materiam subtilissimam, & luminificam in se contineant; Ergo ipsæ salis particule, quæ a fluctibus separatæ & in aere vibratæ, celerrime gyrando, cum sint rigidæ, circumstantibus æris aliasque crassiores particulas repellunt, spatiumque hoc modo faciunt materiæ luminificæ undique affluentis; magna igitur hic est differentia: quod ex eo porro confirmatur, quod mercurius in vacuo tantum luceat, aqua vero marina non nisi in aëre: nam urina, quam quia ex ea Phosphorus [ut vocas] *Brandianus* conficitur, ex omnibus liquoribus salinis aptissimam putabam, inclusa tamen in vacuo, eaque valde agitata, nec minimam quidem scintillulam emittebat.

Verum est quod Dnus MENKENIUS Tibi scripsit Dhunr FATIUM ad mea responsum transmisisse, quod MENKENIUS mecum communicavit; id autem remisi, absque ut in eo quicquam deleverim, & dixi Dno MENKENIO me postea respondurum, quando *Fatianum* comparuerit: id autem nihil continebat, nisi quod dicat historiam a me perlatam otiosissimam [ut vocat] esse fictam: se diu possidere methodum nostra Problematata solvendi, utque id probet offert solutionem Problematis curvæ Isochronæ, in qua mobile ab horizonte æqualiter descendit, jam ante multos annos a Te propositi & soluti. Sed si tam dexter est, cur non etiam Isochronam paracentricam solvit? Deinde ostendit, quod ex modo meo, quo brachystochronam, per Doctrinam *Fermatianam* refractionum, ita etiam Solidum minimæ resistantiæ determinare possit: Præterea nihil habet. Audio etiam Tibi respondisse; at nihil inesse, præter inutilem velitationem verborum; quare dubius hæret Dnus MENKENIUS utrum imprimat, nec-ne. Scire tamen ex Te vellem, quid FATIUS Tibi regefferit.

Videris

Videris sine dubio in novissimo *Astorum Julio*, *Davidis* 1701.

GREGORII (1) responſionem ad animadverſiones Tuas. M^o Januar.
 For profecto Virum bonum, nec nunc quidem ſuos paralogiſmos
 videre poſſe, vel velle, ſed novos potius cum prioribus [in qui-
 bus perſeverat] conſuere, dum Lemma mechanicum, per ſe
 quidem elegantiffimum, tam male applicat, cæteraque omnia mi-
 ſere in-cruſtat frivolis diſtinctiunculis, inter cauſam gravitatis &
 gravitatis effectum. An-non judicas e re eſſe, ut primas Tuas
 animadverſiones vindices ſecundis, & Orbi Litterato monſtres
 quantum adhuc cæcutiat reſponſionis auctor.

Eodem die, quo Tuas, accepi etiam litteras a VARIGNO-
 NIO & HOSPITALIO; Varignonianas, quæ plura continent
 de ROLLIO aliisque, Tibi miſiſſem cum hiſce, niſi fasciculum
 tumidum nimis feciſſent. Ecce interim quæ habent ad te ſpectan-
 tia: *Vous demandez ce que Monsieur LEIBNITZ ſoubaite par
 rapport au Calendrier: nous ne le ſavons point encore. On n'a
 pas crû y devoir toucher, ſans une permiſſion de Rome, que la
 mort du dernier Pape a retardée.* Alio in loco loquens de Dô-
 mino CARRE, ſuo amanuenſi (Elève) dicit; *Il vient de nous
 donner de petits Elemens de Calcul integral (2), concernant la
 meſure des ſurfaces, la dimenſion des ſolides, des Centres de pe-
 ſanteur, des Centres de percuffion, & dans des queſtions à peu
 près ſemblables à celles d'ARCHIMEDE, & ſeulement dans ce-
 quelles ont d'absolument integrable, aîn, dit-il, de faire compren-
 dre à ceux qui commencent, avec quel'e facilité ce Calcul reſout
 les plus difficiles queſtions des A ciens.*

Tuas poſtremas ad Dominum VOLDERUM ſcriptas ipſi jam
 miſi, hortatu ſimul (quod petis) ut, nunc perceptam veram
 æſtimationem virium motricium, in Scholis ſuis docendo propa-
 get, veteremque errorem de quantitate motus conſervanda ex-
 plodat: quod præ candore ſuo eum facturum ſpero.

D 3

Ecce

(1) *Reſponſio ad Animadverſionem ad D. GREGORII Catenariam*
 &c. A. E. 1700. Jul. p. 301,

(2) *Methode pour la meſure des ſurfaces &c. par Mr. CARRE. Pa-
 ris 1700. 4^o.*

Ecce heic litteras a Clar: BRAUNIO Collega meo, qui audivit Te Authorem esse menstrui excerpti (*Monatlicher Auszug* —) quod *Hanoveræ* editur; in quo autem recensendo ejus selecta sacra, alia quædam opuscula, ab ipso non profecta, ipsi adscribis; haud dubie quod similitudo nominis Tibi imposuerit. Eo itaque sine credo, suas ad Te misit, ut Te roget, velis errorem in personam commissum in eodem excerpto proximi mensis indicare. Quod si Dno. BRAUNIO respondere digneris, possunt litteræ ad me mitti, eas ipsi mox traditurum. Vale & novum hunc annum seculique plures novi sequentes feliciter tranfige.

Groningæ 25. Januar. 1701.

Amplitudini tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

*De HERMANNI responsione ad NIEUVENTITIUM. De FATI'O
& GREGORIO, & BRAUNIO. De phosphoro mercuriali.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1701.
Januar.

DOMINUM M. *Jacobum* HERMANNUM cum esse puto,
cujus Libellus pro sententia mea contra Cogitationes NIEU-
WEN-

WENTITII posteriores mihi missus est (3); nescio an Tibi vi-^{1701.}
sus. Non licuit examinare, videtur tamen non male respondere ^{Januar.}
NIEUWENTITIO, etsi responsione amplius opus esse non pu-
tarim.

Ego quoque *Fatianam* schedam remisi Domitio MENKENIO,
eum responsione aliqua mea in id scripta, ut eam remittat ipsi.
Nam ut talia, in quibus rerum nihil, *Actis* inferantur, nec
Dnus MENKENIUS consultum ducit. Inania erant quæ dicebat,
mista ex querelis, palpo, aculeis.

Non vidi quæ Dnus GREGORIUS nuper dixerit, indica
quæso mensum (4). Non est quod ipsi amplius respondeatur;
suffecerit forte dici, petatum fuisse ut obtineret approbationem
NEWTONI; sed eam fortasse non potuit impetrare.

Ecce responsum Celeberrimo Dno BRAUNIO; eum facile
docebis, me sæpe absentem & aliis distractissimum non posse
conficere tales libellos menstruos. Juvenis eruditus est apud me,
qui talia parat, & qui ex meis Commerciis Litterariis, quædam
adhibet in rem suam.

Ipsè suspicatus eram, noluisse Academicos Regios tangere rem
Calendariam, ne *Romam* offenderent; expectemus ergo permis-
sionem.

Gaudeo suspicionem meam de luce mercurii proportionali;
non corpori, sed superficiei, experientia Tuæ consentire; inde
etiam spem majoris usus conceperam. Interea Societati *Bran-
deburgicæ* inventum Tuum communicavi. Mittam & *Æthiolo-
giam*, ubi communicaveris

Ego ingeniosas de causis Phænomenorum conjecturas, etsi
non absolutas, tamen laudo & perutiles judico; ita enim col-
latis experimentis paulatim ad certitudinem majorem accedi po-
test. Experimenta essent optanda in metallis fufis, & simul in
vacuo agitatis; sed foret in illis sumendis non parum difficulta-
tis. Oleum vitrioli est inter liquores ponderosiores, quod si in
eo

(3) *Jacobi HERMANNI responsio ad Considerationes secundas NIEU-
WENTITII.* Basil. 1700. 8°.

(4) A. E. 1700. Jul. p. 301.

1701. eo aliquod esset lucis vestigium , adjuvaretur conjectura Tua.
 Januar. Consideratu etiam digna est ignitio quam ferrum acquirit a motu , tum quid aqua marina , & alia ab ictu lucentia præstarent in vacuo. Cum aqua marina agitata lucet , non putem falis partes a fluctibus separari , sed ipsam aquam sale prægnantem incallescere. Cum in urinæ magna copia paucillum lateat Autophosphori , frustra ab eo lucem in ipsa permotum expectes. Adde quod Autophosphorus non salinæ est , sed sulphuræ naturæ , & luce sua absumatur. Secus judicandum de illis , quibus motus sufficit ad perenniter lucendum , quibus non partes ipsorum privatæ crassiusculæ accenduntur , sed publicæ permeantes tantum congregantur. Est quidam Thermophosphorus , qui lucem solo calore concipit , in illo pariter ac in Litheosphoro (sive *Bonniensi* sive *Balduiniano* qui lucis quasi Echo est quædam) multa adhuc essent tentanda.

Grata erunt quæ *Hospitaliana* & *Varignoniana* communicare voles. Vale.

Dabam *Hanovera* 28. Januarii 1701.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. In Litteris ad Dnum BRAUNIIUM oblitus sum dicere Auctorem Excerptorum Menstruorum , ut mihi dixit , ex *BAYLII Dictionario* , voce *STOUPPE* sumfisse , quæ de *Neomagensi* Professione dixerat : is enim talia ad marginem notaverat , loquens de refutatione libri , quem *Helvetius* ille scripserat in Religionem *Batavorum*.

E P I S T O L A CXI.

BERNOULLII AD LEIBNITIIUM.

Responſio ad præcedentem.

*De phosphoro ſuo mercuriali. Varia.*Vir Ampliſſime atque Celeberrime. Fautor Honora-
tiſſime.

CREDEBAM me jam indicaffe menſem, in quo GREGORII 1701.
reſponſio continetur. Ille eſt *Julius* anni elapſi *Actorum* Februat.
Erudit. Quod inventum meum, de mercurio lucifero, Socie-
tati *Brandenburgicæ* communicaveris, ago gratias; gratum erit in-
telligere ejus judicium de eo. Mittam ætiologiam, poſtquam ac-
cepero *Parifis* ſucceſſum experimentorum, quibus ratiocinia
mea confirmatum iri ſpero. Gaudeo interim Tibi probari opi-
nionem meam ſummatim Tibi perſcriptam, dum lucem mercurii
non ex partibus ipſis mercurii privatis deduco, ſed eam tribuo
materiæ publicæ tenuiſſimæ poros mercurii exiliſſimos permean-
ti, & per concuſſionem foras prorumpenti & in cumulum coeun-
ti, ſi metalla poſſent alio modo quam igne fuſa, fluida reddi;
[ſervata tamen ſpecifica gravitate] nullus dubito quin in vacuo
lucerent, æque ac mercurius; ſi autem per ignem ſunt fuſa,
quid opus eſt Experimentis, cum jam per ſe in aëre luceant?
An Oleum vitrioli ad hoc negotium ſit idoneum valde dubito.
Ut ut enim paulo ponderoſius ſit quam cæteri liquores, mul-
tum tamen de eſt quin ad ponderoſitatem metallorum accedat.
Adde quod nunquam ſit ſine aquoſitate, quam valde imbibit, ita
ut pro hygrometro poſſit inſervire: jam vero omnis materia he-

1701. terogena apparitioni hujus lucis valde est noxia; faciam tamen
 Februar. periculum cum eo, si per otium licuerit. Cum urina non lux-
 erit in vacuo, verisimile est aquam marinam, quæ similis est na-
 turæ, non meliorem effectum editurum. Thermophosphorus de
 quo loqueris, paratur, ni fallor, ex calce, nitro, aqua forti seu
 regia, &c. Vale & fave.

Groningæ 26. Februar. 1701.

Amplitudini Tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI.

P. S. Ecce heri litteras a Domino VOLDERO: Instat, ut vi-
 deo, & urget ut Tuam quoque substantiæ notionem velis sibi
 aperire. Jac. HERMANNI libellum, pro sententia Tua contra
 NIEUWENTHIT, non modo non vidi, sed etiam talem Te esse
 nactum novum vindicem nequidem audivi; ideoque gratum es-
 set Libellum istum videre, si commode transmitti possit.

E P I S T O L A C X I I .

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responsio ad præcedentem.

Phosphori mercurialis vasculum petit. &c.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1701.
 Mart.

DOMINI HERMANNI Libellum ad Te quoque mittam; est
 enim requirendus inter alios libros nondum compactos.

Societas

Societas *Brandenburgica* nondum solemnes conventus habuit, 1701. unde descriptio Phosphori Tui eximii nondum producta est; sed ^{Mart.} reditus Aulae Regiae & ipsam animabit. Si simile vasculum, quale Dnus. *Abbas BIGNONIUS* desiderabat, ego quoque a Te impetrare possem, multum adderes caeteris Tuae in me benevolentiae notis; nam mihi conficere non vacat, nec libenter cuivis committo rem meo iudicio pulcherrimam, & dignam quae non prostituatur.

Remitto *Varignonianas* Litteras cum multa gratiarum actione.

Dno *VOLDERO* mox scribam, nunc enim non licet. Vale & Fave.

Dabam *Hanoverae* 11. Martii 1701.

Deditissimus:

Godefridus Gulielmus LEIBNITIVS

E P I S T O L A CXIII

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De invento Tschirnhausiano, circa rectificationes. De Arithmetica binaria. Phosphorum mercurialem iterum petit.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

.

DOMINUS *TSHIRNHAUSIUS* mihi scribit, esse sibi inventum, quod, meo iudicio, foret perpulchrum: Data sub-^{1701.} April. tenfa

1701.
Apríl.

tenſa alicujus arcus curvæ, excepto Circulo, dare ſubtenſam alicujus arcus ejuſdem curvæ, ut differentia arcuum ſit abſolute, ut ipſe loquitur, quadrabilis, hoc eſt, in rectam extendibilis; de quo ſpecimen in Ellipſi ſit daturus. Addit, ſe hoc poſſe, nullo ad quadraturas reſpectu. Vereor ne aliqua veriſimilitudine ſit deceptus. Interim ſpero aliquid ſaltem utile pro eximio ingenio ſuo eſſe eruturum. Addit ſe etiam, hac ſua ejuſdem curvæ arcus comparandi methodo, invenire poſſe, quando poſſibile ſit invenire arcus in data ratione.

Celeberrimo Dno. VOLDERO adhuc reſponſum debeo; ſed dici non poſteſt quam fuerim diſtractus hiſ diebus per alia negotia, præſertim cum fuerint quæ me cogereſt crebrius ſolito ire in Aulam. Et abſtractæ illæ a materia meditationes animum in ſe collectum poſtulant. Spero tamen me quam-primùm eſſe ſatiſfacturum meo officio. An ipſi Viro inſigni ſim ſatiſfacturus aſſeverare non auſim; ſaltem non ſtatim id mihi promitto.

A multis annis cogitationem habui ſingularem de novo genere Arithmeticæ, ubi omnia exprimantur per 0 & 1; adhibita ſcilicet progreſſione dyadica pro decadica. Hinc cum tam parum characteribus onerati ſint numeri, omnia procedunt pulcherrimis progreſſionibus. In naturalibus prima columna habet periodicum 01, ſecunda 00 11, tertia 00 00 1111, quarta 0000 0000 1111 1111, &c. Sed idem evenit in omnibus multiplicis naturalium, ut tales orientur periodi, imo in omnibus potentiis, quadratis, cubis, &c. & harum potentiarum

summis. Ubi illud est mirum & pul-	0	0 1701.
chrum, quod periodi in potentiis ut-	1	1 April.
cunque altis, aut summis, non sunt	10	2
longiores quam in ipsis numeris natu-	11	3
ralibus. Hic jam id agitur ut quæran-	100	4
tur periodorum leges. In multiplis	101	5
jam habeo; sed quærendæ adhuc sunt	110	6
in potentiis & summis earum. Latet	111	7
in hoc Calculo ultimum Calculi refu-	1000	8
gium pro transcendentibus determina-	1001	9
tis, quando aliter exprimi non pos-	1010	10
sunt. Misi <i>Parisios</i> ad Dominum se-	1011	11
cretarium Academiæ, non ut eda-	1100	12
tur (1), sed ut aliquis, cui plus otii,	1101	13
excitetur ad hoc argumentum exco-	1110	14
lendum.	1111	15
	10000	16

Si quando pulchrum munus Phosphori Tui pro favore tuo singulari ad me destinabis; poterit occasione aliqua oblata, [neque enim in mora nimis periculum est.] mitti *Bremam* ad Dominum Doctorem MEIERUM, Pastorem & Theologum insignem *Bremæ*. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 5. Aprilis 1701.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

(1) *Edita est LEIBNITII Scheda de hoc argumento. Mem. de l'Acad. Roy. des Sc. 1703. pag. 85.*

EPISTOLA CXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Arithmetica binaria. Mittit responſionem ad Objectiones Rollianas in Calculum differentialem.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiffime!

1701.
April.

NISI præjudicium a comparatione Tetractyos [cujus Auctor (2) scopum diverſum a meo, diverſiſſimasque hic cogitationes habebat] feciſſet ut dyadicam progressionem tantum obiter conſiderares, mirarer Te, tam acri ingenio Virum, non ſtatim animadvertiſſe, quid mihi vellem periodis 01, 00 11, 000● 1111, &c. quas reperies convenire reſpective columnis primæ, ſecundæ, tertiæ, &c. numerorum naturali ordine diſpoſitorum & dyadice expreſſorum. Sed illud palmarium eſt, quod periodi ſummarum, & ſummi-ſummarum [in infinitum] a naturalibus vel aliis arithmetiſ; & potentiarum quarumcunque altarum, & ſummarum vel ſummi-ſummarum utcunque altarum a quavis potentia; itidem habent periodos tales, & quidem non longiores, quam ipſi naturales. Exempli gratia, pro cubis in prima columna etiam periodus non eſt niſi 2 notarum, in ſecunda non-niſi 4 notarum; in tertia non-niſi 8 notarum, &

00000	0
00001	1
00010	2
00011	3
00100	4
00101	5
00110	6
00111	7
01000	8
01001	9
01010	10
01011	11
01100	12
01101	13
01110	14
01111	15
10000	16

ita

(2) *Eth. WEYGELIUS.*

ita porro, ita ut reperta lege periodi tam facile sit Tabulam ^{1701.}
 numerorum altissimæ potentia, vel summæ altissimæ ab altissima April.
 potentia condere, quam Tabulam numerorum naturalium. Un-
 de vides, quanta consequantur. Sunt periodi tales etiam in aliis
 progressionibus, sed in decadica ob multitudinem notarum sunt
 intractabiles; in tetractica essent quidem tractabiliores, sed præ-
 terquam quod Auctor Tetractyos de his non cogitavit, nec huc
 tetendit, incomparabiliter certe facilior est Calculus dyadicus,
 qui & alios miros dabit usus pro transcendentibus definitis, si
 quantitates hujusmodi dyadicæ exprimentur. Molitus hoc sum
 ante multos annos, etiam antequam quicquam constaret de Te-
 tracty illa nuper resuscitata; sed semper otium speravi pro di-
 gnitate tractandi: nunc veritus ne hæc cogitatio, ut multa alia,
 intercidat, nisi eam *Parifios* ad Dominum Secretarium Regiæ
 Academicæ, quia ille mihi aliquando scripserat, si qua propone-
 re vellem, quæ utilia viderentur, cogitaturam Academiam de
 juvanda executione. Serenissimo Duci RODOLPHO AUGUSTO
 ante aliquot annos cum monstrarem, adeo placuerat hæc, ut
 ipsi videbatur imago creationis, seu originis omnium rerum ex
 nihilo per Deum, ut numerorum ex 1 & 0, ut etiam gemmæ
 cuidam insculpi curaret 0 & 1, qua sigillatas Litteras mihi mit-
 tere solet. Periodorum leges hæcenus non habeo, nisi pro nu-
 meris Arithmeticæ progressionis, velut naturalibus, & eorum mul-
 tiplis, sed vellem detegi eos etiam pro potentiis & summis ea-
 rum. Videbimus an aliquis *Parifis* qui hic sit præstiturus ali-
 quid. Certe hæc est numerorum optima Analysis, quippe in
 simplicissima Elementa 0 & 1; unde omnes magnitudines nume-
 ris exprimentæ optime hac ratione exprimentur.

Remitto quæ scripsit Tibi Dnus VARIGNONIUS, qui mihi
 perpulchre respondere videtur Dno ROLLIO; quoniam tamen
 mihi ejus discussione accuratissima adjuto, facile fuit in Objec-
 tiones penetrare, venire quædam in mentem ad rem illustran-
 dam;

dam, quæ Tibi mitto (3); ipsi [sed si probas ea], communi-
canda, cum multa a me salute.

.....

Quod superest, vale & fave.]

Dabam *Hanoveræ* 29. Aprilis 1701.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

E P I S T O L A C X V .

B E R N O U L L I I A D L E I B N I T I U M .

Responſio ad præcedentem.

*De Notis Leibnitianis in Objectiones Rollianas adverſus Calculum differ-
entialem. De Methodo Huddeniana Maximi & minimi. De Arithme-
tica binaria. De HERMANNO. De Controverſia fraterna.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

.....

1701.
Mai.

NOTAS Tuas in objectiones ROLLII nondum dimiſi; vi-
dentur enim aliquantulum e ſcopo aberrare, quod nimia Tuæ
feſtinationi adſcribo. Ideo e re Tua eſſe putavi, ſi mentem meam
de iis Tibi prius aperirem, quam mitterem: eoque magis, quod
jam antea etiam meas notas VARIGNONIO tranſmiſeram,
quibus

(3) *Ea non reperi. Objectiones autem ROLLII habentur in Act.
Acad. Pariſ. A°. 1703. pag. 312. & ſeq.*

Fig. 90.

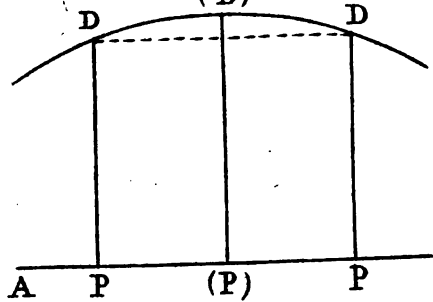


Fig. 91.

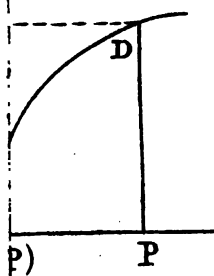


Fig. 92.

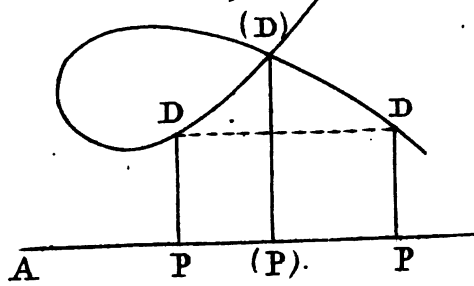


Fig. 93.

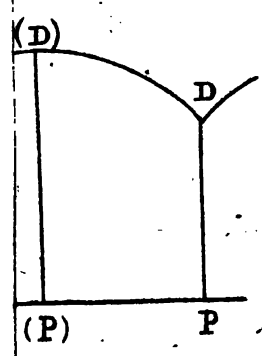
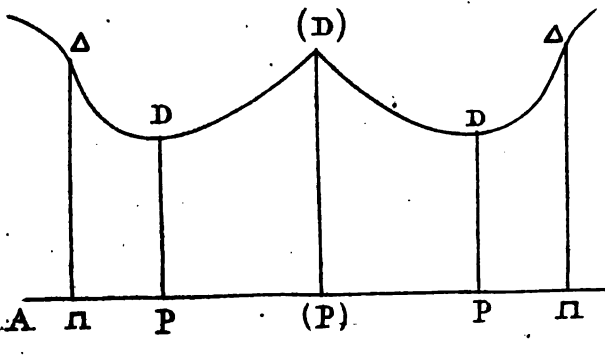
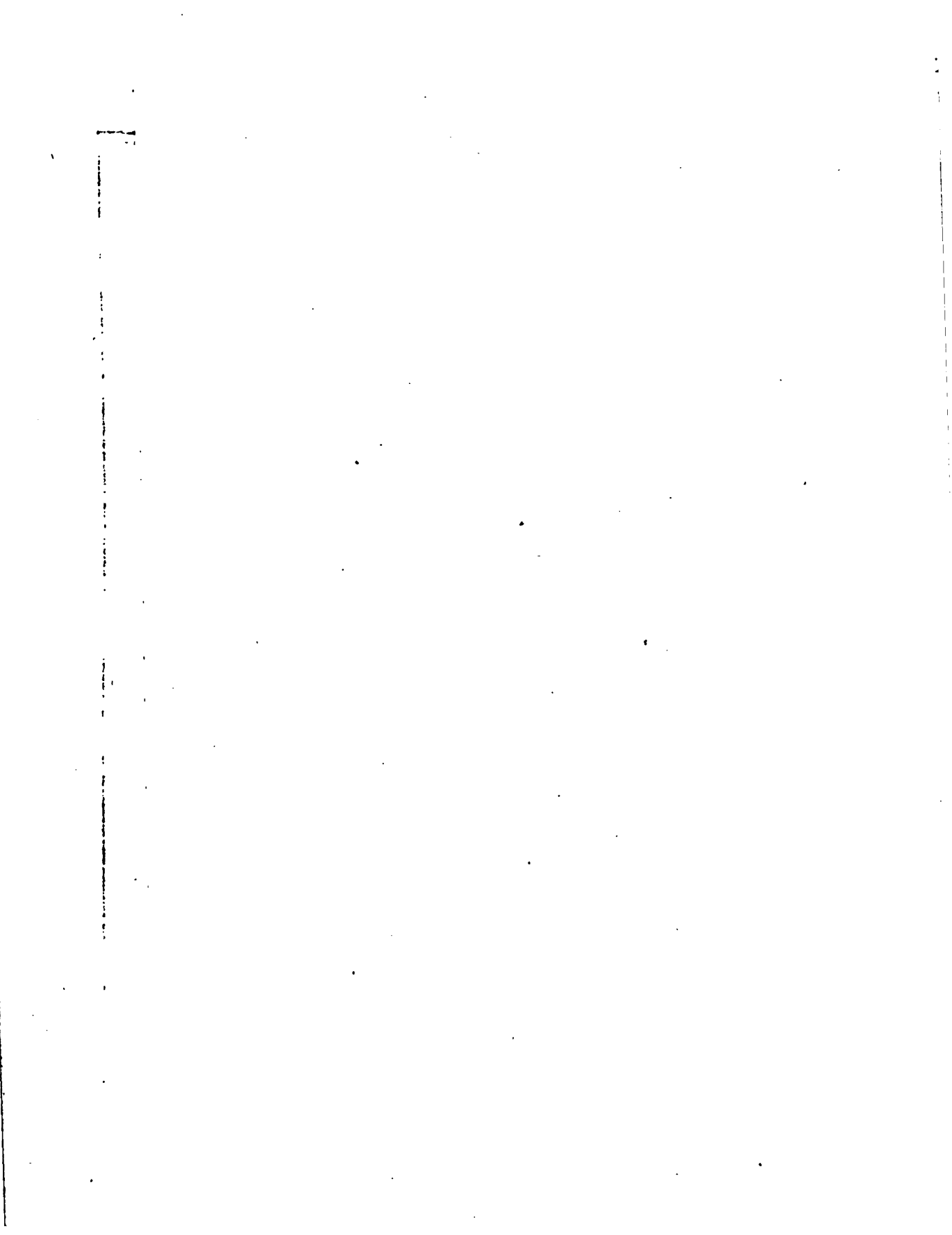


Fig. 94.





quibus nunc Tuæ aliquo modo adversari videntur; id quod ROLLIO novam cavillandi ansam præberet, si utraque visurus esset.

Quantum ad æquationem $a(y-b)^3 = (xx - 2ax + aa - bb)^2$; cujus maxima vel minima ordinata y invenienda sit (1); calculus differentialis dat unicum valorem ipsius x , nempe $x - a = 0$: sed Methodus *Huddeniana* dat, pro x , hanc æquationem $x^3 - 3axx + 3aa x - a^3 - bbx + abb = 0$, cujus radices sunt $x - a$, $x - a + b$, & $x - a - b$. Jam recte dicis [quod & ego dixeram] non sequi ideo omnes tres dare casum maximi, id est talis maximi quod respondeat tangenti parallelæ axi; nam sufficit ut una radix sit æqualis nihilo, quæ jam æquationem resolvat. Quando vero addis ex accidenti tantum esse, quod reliquæ duæ radices sint præcise illæ quæ inveniuntur pro determinandis punctis reversionis [*points de rebroussement*] nempe $xx - 2ax + aa - bb = 0$; quod provenit faciendo $dx = 0$: ut pace Tua dixerim, dico id non fieri ex accidenti, sed necessarium esse: fluit id enim ex essentia & indole Methodi *Huddeniane*, ut nimirum, per eam quærendo maximum vel minimum, semper proveniat æquatio quæ simul complectetur & determinationem maximi vel minimi, & determinationem puncti reversionis, imo & determinationem puncti decussationis, [quod voco, in quo curva se ipsam fecat, ut Lemniscata, vel etiam cujus rami non continui se mutuo secant, ut ultima ROLLII curva a VARIGNONIO delineata $y = 2 + \sqrt{4 + 2x} + \sqrt{4x(2)}$:] Hæc tria puncta, si dentur in curva quadam proposita, nunquam non simul determinabuntur per unam solam æquationem, si methodus HUDDENSI adhibeatur. Cujus rei rationem facile perspicias, modo attendere velis ad naturam hujus Methodi: ea enim pro maximis & minimis non est specifica, neque pro iis determinandis infervit, nisi quatenus involvunt concursum duarum radicum, pro quo illa Methodus proprie est accommodata. Jam vero potest fieri concursus radicum ubi non statim

Tom. II.

F

est

(1) *Videantur* Act. Acad. Paris. A. 1703. pag. 334. Ed. Par.(2) *Ibid.* pag. 328.

1700.
Mai.

est maximum vel minimum ad tangentem parallelam: nam talis concursus fit etiam in punctis reversionis, & decussationis: adeo ut Methodus *Huddeniana* proprie non maximorum & minimorum, sed potius concursuum radicum sit nominanda. Quemadmodum video hic triplicem casum, quo talis concursus fieri possit; concurrentibus AP, AP , in *Fig. 90.* fit $A (P)$, qui determinat $(P) (D)$, maximum vel minimum proprie sic dictum ad tangentem parallelam axi: in *Fig. 91.* fit $A (P)$ determinans punctum reversionis (D) & in *Fig. 92.* fit $A (P)$ determinans punctum decussationis (D) . Vides igitur quod si quædam curva proposita gaudeat punctis duorum, vel omnium trium casuum, Methodus *Huddeniana* illa omnia una æquatione determinare debeat; idque necessario, non ex accidente: Atque hoc est, propter quod V A R I G N O N I O scripseram, hanc Methodum magno defectu laborare, cum per eam non certi simus quid invenimus, & facile punctum reversionis vel decussationis pro puncto maximæ vel minimæ distantæ sumere possimus: (Quemadmodum reapse R O L L I O accidit, qui punctum decussationis in curva $y = 2 + \sqrt{4 + 2x} + \sqrt{4x}$, sumpsit pro puncto maximæ distantæ): Calculo interim differentiali omnia hæc puncta distinctim & separatim exhibente. Quod vero tandem spectat ad Tuam exceptionem $a(y - b)^3 = (xxx - 2ax + aa - bb)^2 - b^4$; per quam putas Te posse ostendere ex accidente tantum fuisse factum ut in curva priore duæ radices (præter tertiam illam utilem) forte fortuna determinarent puncta reversionis; id Te fefellit, quod hujus alterius Tuæ curvæ veram figuram non concepseris, eam procul-dubio priori *Fig. 93.* similem imaginando; loco quod toto coelo ab ea differat, adeoque quod sumferis pro punctis reversionis, quæ talia non sunt. Nam debita ejus figura est

T A B. X V I ut eam hic *Fig. 94.* delineatam vides:

T A B. X V I

1701.
Mai.

$$\begin{aligned} A P &= x \\ P D &= y \\ A(P) &= a \\ (P)P &= b = (P)(D) = \Pi \Delta \\ (P)\Pi &= b \sqrt{2} \\ P D &= b - \sqrt[3]{\frac{b^3}{a}} \end{aligned}$$

Ubi nunc unicum est punctum reversionis ; (D) & duo puncta minimæ distantie D, D ; & quidem in iisdem illis locis in quibus in priori curva fuerant , permutata tantum natura punctorum : non igitur est accidentale quod per Methodum *Huddenianam* eadem quoque proveniat æquatio quæ prius $x^3 - 3 a x x + 3 a a x - a^3 - b b x + a b b = 0$: nec duæ radices $x - a + b$, & $x - a - b$ sunt inutiles , quemadmodum putas ; designant enim puncta D, D minimarum ab axe distantiarum : sumisti autem puncta Δ, Δ pro punctis reversionis , cum tamen nihil aliud sint quam puncta maximæ¹ inclinationis , id est in quibus tangens coincidit cum applicata $\Delta \Pi$, & revera faciendo $d x = 0$, invenitur non tantum $x - a = 0$ pro $A (P)$, sed & $x - a - b \sqrt{2}$, vel $x - a + b \sqrt{2}$ pro $A \Pi$; imo habetur quoque $x = \infty$, sic ut curva hæc quinque debeat habere puncta minimæ inclinationis , duo in Δ, Δ ; duo in infinito , & unum in (D) : quod quidem simul etiam est reversionis : sequitur hinc diversas in ea esse convexitates , quarum flexus contrarii sunt in Δ, Δ ; extra quas duo adhuc alii sunt , qui reperiuntur faciendo $x = a \pm \sqrt{\left(\frac{r}{2} + \frac{r^2}{4}\right)}$: mirum itaque non est , quod puncta Δ, Δ , per Methodum *Huddenianam* non inveniuntur , siquidem non involvunt concursum aliquem duarum radicum æqualium . Cæterum putarem ego omnes illas quatuor curvas expressas per $y = 2 + \sqrt{4 + 2x} + \sqrt{4x}$; propter ipsam signorum ambiguitatem debere haberi pro una curva , licet rami illius sibi mutuo non sint continui : nam si æquationis irrationalitas tollatur , quatuor istæ curvæ sub una æquatione rationali comprehenduntur ; quæ ideo etiam pro

1701.
Mai.

una tantum curva haberi debent : non secus ac duæ Hyperbolæ oppositæ pro una curva habentur , utpote una æquatione expressæ : $xx - aa = yy$.

Hoc si ita concipiamus , vides utique facile rationem , cur ROLLIUS putaverit curvam illam $y = 2 + \sqrt{\quad}$ habere punctum maximæ distantæ , vel reversionis : nam methodus *Hu. de-niana* ipsi dedit punctum decussationis , in quo duo rami sese fecant ; quod sumit perperam pro puncto maximæ distantæ , vel reversionis. Jam vero si quatuor istæ curvæ reputandæ essent pro diversis , nullum reperiretur punctum decussationis. Hæc Tibi consideranda submitto ; quod si tamen me ipsum errasse animadverteris , libenter corrigar ; faxis ut id cito sciam : mittam enim tunc sine mora *Parisios* animadversiones Tuas.

Nunc demum intelligo Periodos numerorum tuorum dyadico-rum ; initio non satis mihi festinanti consideratas. Earum quidem leges , pro numeris arithmeticæ progressionis & eorum multiplis , vel ex ipsa oculari inspectione oppido patent ; sed dubito an pro potentiis & summis earum detegi possint ; videntur enim valde abstrusi. Observavi numeros decadicos , seu ordinarios , posse distribui in potentias binarii , unitates & cyphas quæ secundum columnas dispositæ iisdem omnino periodis gaudent.

0	0
1	1
2	$2^1 + 0$
3	$2^1 + 1$
4	$2^2 + 0 + 0$
5	$2^2 + 0 + 1$
6	$2^2 + 2 + 0$
7	$2^2 + 2 + 1$
8	$2^3 + 0 + 0 + 0$
9	$2^3 + 0 + 0 + 1$
10	$2^3 + 0 + 2^1 + 0$
11	$2^3 + 0 + 2^1 + 1$
12	$2^3 + 2^2 + 0 + 0$
13	$2^3 + 2^2 + 0 + 1$
14	$2^3 + 2^2 + 2^1 + 0$
15	$2^3 + 2^2 + 2^1 + 1$
16	$2^4 + 0 + 0 + 0 + 0$

1701.
Mai.

Forſan hinc eadem etiam quæ ex dyadicis utilitas emerget : nam ſi periodorum leges innotefcerent, vides utique facillimum foret Tabulam condere numerorum altiffimæ potentia, vel ſummæ altiffimæ &c. Porro vides hinc facile eſſe numerum decadicum ſeu ordinarium, quantumvis magnum exprimere dyadice & viciffim. Sit, exempli gratia numerus anni 1701. dyadice exprimendus; ſumatur potentia binarii, quæ numero propoſito proxime accedat, & alia quæ reſiduo, & tertia quæ reſidui reſiduo proxime accedat, & ita porro, donec totus numerus excutiat; atque ſic reperietur $1701 = 2^{10} + 2^9 + 2^7 + 2^5 + 2^2 + 1$, quod ſi igitur loco 2^2 , 2^5 , &c. ponatur 100, 100000, &c. habebitur expreſſio dyadica 110101000101 = 1701. Vice verſa haud difficiliter datus numerus dyadicus in decadicum convertitur.

Convenit me nuper in itinere ſuo Dñus HERMANUS, & attulit mihi reſponſionem ſuam ad conſiderationes ſecundas NIEU-

1701.
Mai.

WENTITII, ut & *Frateris* mei analyfin Isoperimetrorum (3).....
Non dubito quin *Frater* suam analyfin propediem in *Actis* (4) sit
publicaturus; sed meam cogor adhucdum suppressere, donec
Frater se arbitris submissurum sponderit. Ne interim Lecto-
res de hac retardatione aliquid sinistri concipiant, neve omni-
no arbitrentur me victum ex palæstra decessisse; me obstringes
valde, si in Tuo testimonio hujus moræ causam indicaveris, vel
saltem, si Tuis verbis id facere nolis, si mearum harum littera-
rum excerpta ad *Acta* miseris; partim ut omnis suspicionis ansa
Lectori tollatur, partim ut *Frater* sui officii debiteque moneatur.
Vale.

Groninga 7. Maii. 1701.

Amplitudini Tuæ Devotissimus.
J. BERNOULLI.

EPISTOLA CXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responsio ad præcedentem.

*De Methodo Huddeniana Maximorum & Minimorum. De Arithmetica
binaria.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime!

1701.
Mai.

FECISTI pro prudentia Tua, quod extemporaneas notationes
meas ad ROLLII considerationes tecum retinuisti, facile
enim fieri potest, ut lapsus sit admissus. Interim nondum satis vi-
deo, qua necessitate oporteat æquationem Calculo *Huddeniano*
vel simili inventam continere maximo-minimam, non tantum or-
dinatam, sed & coordinatam. Ecce enim in rationalibus. Sit

 $y =$

(3) Jac. BERNOULLI, *Analysis magni Problematis Isoperimetrici.*
Basil. 1701. 4^o Opp. N^o. 96. pag. 395.

(4) Factum est 1701. Mai. pag. 115.

$y = (x^3 + 11xx + 12x + 13) : (xx + 21x + 22)$; constat
 nostra methodo fieri $dy : dx = ((x^3 + 11xx + 12x + 13) \cdot$ 1701.
 $(2x + 21) - (xx + 21x + 22) \cdot (3xx + 2 \cdot 11x + 12)) :$ Mai.
 $(xx + 21x + 22)^2$, & pro $dy = 0$, prodire numeratorem ni-
 hilo æqualem, at pro $dx = 0$, denominatorem; & prius quidem
 ita facile apparet, sive *Huddeniano*, sive differentiali Calculo rem
 instituas. Nam *Huddeniano* more, $x^3 + 11x^2 + 12x + 13 =$
 $yx + 21xy + 22y$, ponendo y esse maximo-minimum. Ita
 jam multiplicando per numeros progressionis Arithmeticæ 3, 2,
 1, 0, fiet $y = (3xx + 2 \cdot 11x + 12) : (2x + 21)$, quem
 valorem æquando priori, habebitur his ambagibus æquatio eadem
 quam statim dabat noster numerator factus nihilo æqualis. At ve-
 ro vides non esse necesse ut, in fractione valorem ipsius $dy : dx$
 explicante, numerator & denominator habeant communem divi-
 forem, quod necesse esset, si oporteret radices æquationis $xx +$
 $21x + 22 = 0$ [quæ valet pro $dx = 0$] esse in radicibus æ-
 quationis *Huddenianæ*, quæ est pro $dy = 0$; alioqui necesse
 esset $2x + 21$ vel $x^3 + 11xx + 12x + 13$ habere commu-
 nem, diviorem cum $xx + 21x + 22$. Hæc, ut per otium con-
 sideres, peto.

Difficultas pro legibus periodorum inveniendis in decadicis in-
 comparabiliter major est quam in dyadicis, cum illi sint decem
 notæ tractandæ, hic tantum duæ. Et periodi in columna pri-
 ma, secunda, tertia, quarta, &c. sunt in dyadicis locorum 2,
 4, 8, 16, &c. in decadicis locorum 10, 100, 1000, 10000;
 unde etiam hic periodos nemo consideravit, inductioque æque
 ac ratiocinatio immensa varietate obruuntur.

Cogitabam hac vice scribere ad Dnum. VOLDERUM nos-
 trum; sed iterum veniunt impedimenta ex transverso, itaque ro-
 go ut moram adhuc excuses, & viri egregii benevolentiam mi-
 hi serves. Interea vale & fave.

Dabam *Guelphbyti* 16. Maii 1701.

Deditissimus.

Responsio deest. G. G. LEIBNITIUS.
 EPIS.

EPISTOLA CXVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De phosphori mercurialis invento, Societati Berolinensi communicato. De controversia fraterna.

Vir Celeberrime ! Fautor Honoratissime !

1701
Junii.

REVERSUS *Hanoveram* inveni litteras 31 Maii ad me datas. Facile credo, de Calculo *Huddeniano* Te recte judicare : mihi ea qua par est attentione priora relegere non licet. Inveni redux 26 litteras, quibus respondendum est, ultra eas quas *Guelphelyti & Cellis* recepi, non multo pauciores. His adde agenda atque elaboranda diversissimi generis, & judica quantum mihi temporis ad meditationes analyticas sit relictum.

In Societate Regia *Prutenica* magno applausu receptum est pulcherrimum Phosphori Tui inventum, & mihi id negotii datum, ut Tibi gratias agam nomine Societatis, honorificentissimaque de Te ejus sensa exponam. Optarem Te nobis viciniorum, sed nulla nobis hactenus occurrit ratio, ea emolumenta, quæ habes, non dicam æquandi, sed utcumque ex intervallo assequendi.

In Fasciculo ex Nundinis *Lipsiensibus* allato, tandem etiam reperi redux Analysin Domini *Fratri* Tui (1) & video etiam ad tertias usque differentias ab eo iri, nulla, ut mihi videtur, necessitate. Dnus. *Marchio* HOSPITALIUS scribit sese etiam accepisse eandem analysin, & avide percurrisse, directamque & bonam reperisse. Mihi tamen Tua olim melior visa est : potest aliquid bonum esse, etsi optimum non sit. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 24. Junii 1701.

Responsio deest Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *De qua in Epistola CXIV.*

EPIS-

EPISTOLA CXVIII.

LEIBNITII AD B'ERNOULLIUM.

*De nova Calendarii forma. Varia. De Methodo Maxim. & Minim.
De phosphoro mercuriali. De Opusculo FATIANO, &
Astronomia GREGORII.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

ANALYSIN Domini *Fratri* Tui, quam peculiari scripto 1701. comprehensam acceperam, nuper etiam reperi in *Eruditorum Actis* (I). Dnus REIHERUS & Dnus TIDIUS Auctores novi Cycli sane peringeniosi, qui Tibi etiam si bene memini visus est, sollicitant ut a Corpore Evangelico recipiatur, asseverantque per plurima Secula nullum discrimen repertum oriri notabile inter Cyclum & veritatem Astronomicam: sed suadent ut mutetur intercalatio in aliam paulo perplexiorem, quod obtinere difficile erit. Vellem tamen ut fuissent audita eorum consilia ante Decretum, sed *Ratisbonæ* itum est paulo festinantius, quam rei difficultas postulabat, non nisi tribus mathematicis consultis. Ego Tuam & Domini VOLDERI sententiam de *Reyberianis* consiliis intelligere optarem. Inclusas ad Dominum de VOLDER Litteras rogo ut transmittas & pro me intercedas, quo facilius veniam impetrem; quam mihi promitterem certius, si fatis præsumerem de considerationibus, quas affero ad naturam substantiæ melius intelligendam. Sub finem aliqua ab eo quæro de Novellis rerum mathematicarum vestræ oræ, in quibus & similibus etiam a Te instrui potissimum erit. Nihilne amplius auditur de NIEUWENTITIO? Quid facit HERMANNUS vestras?

His scriptis, Tuas accepi cum *Varignonianis*, quas remitto cum gratiarum actione. Recte notasti festinantem sumsisse x pro
Tom. II. G J;

1701. Mai. pag. 113.

1701.
Jul.

y ; quæritur enim recta ipsi y parallela, quæ curvam tangat; itaque multiplicatio per numeros progressionis Arithmeticæ faciendâ erat secundum y .

Nescio an ROLLII intentio sit, eandem æquationem more *Huideniano* inventam simul dare maximo-minimam tam x quam y : si hoc vult, errat.

TA. XVII

Nam si esset verbi gratia (*Fig. 95.*) æquatio $x^3 + y^3 = bx + by$; tunc y posita maximo-minima, foret $3xx - b = 0$; sed si sit x maximo-minima, fiet $3yy - b = 0$; cujus ope tollendo y ex prima æquatione, prodiret $x^3 - bx - \frac{2}{3}b\sqrt{\frac{1}{3}b} - c = 0$, quæ cum priore $xx - \frac{1}{3}b$; deberet habere radicem communem; si vera esset talis assertio; sed id non procedit. Verum est radices, tam secundum y quam secundum x æquales fieri, cum y determinetur per x , & per binas æquales bis æqualiter; non tamen ideo x fit maximo-minima coordinatarum, (ut y est maximo-minima ordinarum) & si fiat *μνοα δειν*, seu pro geminis unica, tum fit tangens.

Gratissimum mihi erit Tuum Phosphori exemplum, ut sic dicam, quod acceptum Societati novæ Regiæ transmittam; optarem adderes quæ in hoc negotio *Parisios* scripseras, præsertim pro tutiore elaboratione. Interim amicus meus, experimento tumultuarie sumto, in obvio mercurio etiam lucem in vacuo deprehendit; sed quod compendii causa tantum vesica usus esset loco epistomii, non fuit durabilis Phosphorus. Id, ni fallor, incommodum superest in hoc Phosphoro, quod clauso licet vase alterationem recipere & cuticulam contrahere potest per calorem ambientem externum. Sed hoc cautione evitari potest.

Optarem nancisci librum Domini FATII (2), cui per modum appendicis adjecerat quæ contra nos scripsit. Aiunt in eo tractari meliorationem rei hortensis per radios solares efficacius dispensatos. Quod quidem scimus valde profuturum esse, & licet non ignoretur, tamen vulgo negligi. An aliquid singulare suggerat

(2) *Fruit walls improved.* &c. Lond. 1700. 4°.

LEIBNIYII ET BERNOULLII, EPIST. CXVIII. 51
suggerat ipse, ex ipsius Libri inspectione patebit. Si vidisti, fac
quæso ut sciam.

Memini Doctum quemdam *Batavum* aliquando Tecum com-
mutare litteras; an ille ex eo tempore progressus non pœnitent-
dos in interiore Analyfi fecit?

Aiunt GREGORIUM Oxoniensem Professore, quoddam Opus
mathematicum (3) editioni parare, & in hunc usum corrogare
subscriptiones, more *Anglicano*. Quod argumentum tractet non
comperi. Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 14. Julii 1701.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Petit Phosphori mercurialis specimen. De NEWTONI Theoria horari, &
HERMANNO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime.

PUTO novissimas meas Tibi redditas cum scriptis ad Domi-^{1701.}
num VOLDERUM: nunc novas pro utroque vestrum reci-^{August.}
pis, & *Volderianam* rationem in ipsis leges, atque ut spero
ignoscas, quod non ipsas tantum, sed & binas adjectas ad Te
dirigo. Tibi autem scribendi propria ratio est, ut memoriam
Phosphori Tui pulcherrimi refricem; cujus specimen a Te per
cursorem publicum, aut potius per publicam vecturam, expecto;
G 2 eoque

(3) *Astronomia Physica & Geometrica elementa.* Oxon. 1701. fol.

1701. eoque nomine Tibi non mediocriter ero obstrictus. De sumtu satisfacere meum est. Interim testimonio amici mei certi esse possumus, lucem non esse privilegium mercurii Tui; nam ut nuper scripsi, facili experimento eam vidit. *Anglus* doctus, qui huc advenit, me certiore reddit, NEWTONI Librum de motu lunæ (4) mox editum iri. Rem insignem præstabit, si hoc ænigma solvat. Quod superest, vale, & me ama.

Dabam. *Hanoveræ* 5. Augusti 1701.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Dominus HERMANNUS ubi est, & quando excurret ad has oras? Spero me aut hic inventurum, aut *Brunswigæ* sive *Guelfebviti*, aut *Berolini*. Has Litteras putabam me dudum transmisisse, cum ecce in angulo cum inclusis reperio, id quæso excusa, & excusatum habe.

(4) Vide *Epistol.* CXLIV.

EPISTOLA CXX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM

Responsio ad binas præcedentes.

Mittit Specimen phosphori Mercurialis. Varia. De Ciffoidis rectificatione.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissimè.

MITTO ecce, ut promisi, exemplar Phosphori mei perpetui pro exiguitate sua fatis lucidum; latet id in hac capsula chartacea: ubi exemeris lagenulam vitream, perlustra, quæst, statim an in itinere nullum damnum acceperit; an non fracta; an non fissuram egerit; an orificium adhuc probe obturatum & munitum, sit ut securus sis nihil aëris irrepsisse. Videas, rogò, an vitrum ipsum manserit purum & undiquaque pellucidum: hoc non gratis quæro; nam cum nuper ad aliquot leucas cursu excurrerem, mecum gestavi talem lagenulam, ut experirer num longinquam transportationem facile ferre posset; quod quidem factum est sine jactura luminis, sed observavi parietibus lagenulæ internis quasdam maculas adhæsisse, veluti ex fuliginè quadam contractas; mercurio interim ipso nihil omnino alterationis perpeffo. Mirabar id, nam crebris & vehementibus concussionibus jam per annum & ultra singulis fere noctibus phosphorum talem agitare soleo; tamen inde adhærescentem fuliginem in vitris nunquam observavi, conjicio igitur a tremulo motu cursus, etiam occultum aliquem tremorem mercurio fuisse impressum, & intimam aliquam particularum collisionem, cujus vi particulæ metallicæ aliæque heterogeneæ melius separari a mercurio, & vitro adhærere potuerunt, quam per motum simplicis agitationis, licet vehementissimæ. Scire itaque percuperem an in hoc exemplari idem observaveris; forte motus equitationis, ut-pòte non tremulus,

1701.
August.

1701.
August.

non adeo est incommodus. Collo, ut vides, lagenulæ circumligavi frustum vesicæ, majoris tantum cautelæ gratia, alioquin non opus esset; poteris adimere rursus, si libuerit; Præstat tamen ut finas, nam abundans cautela non nocet. Intra vesicam & operculum stanneum cum cochlea femella alteri cochleæ mari pariter stannæ superinductum; sed, intra operculum ipsum, colli orificium obturatum est accuratissime subere, cæmento quodam undique probe munito; ut hoc modo nihil nec aëris ingredi, nec mercurii egredi, vel ad operculum stanneum, quod corroderet, pervenire possit. Certe præter inventionem Phosphori, ipsa ejus elaboratio non postremæ est artis: nemo enim facile exhauriet aërem ad decimam usque millesimam partem, eoque extracto scite adeo obturabit, ut nihil in lagenulam subrepat aeris, nihilque in postremum sit subrepturum. Hoc primarium esse puto, quod Parisiensibus adhuc deesse credo, & cujus defectu hactenus nondum ad optatum successum potuerunt pervenire. Cæterum, si lubet experimentum facere cum hoc Phosphoro, non sufficit ut id fiat in loco obscuro, interdiu; nam oculi nimia adhuc diei luce perculsi, non facile percipiunt lumen debilius: noctem ipsam igitur expectes, & quo obscuriorem, eo melius; tum apprehenso lagenulæ collo, eam agites, sursum deorsum, quasi velles eluere vitrum, tota lagenula vitri ignea apparebit, cujus splendor non minus vividus est quam Phosphori *Kraffiani* chymice parati. Rogo mihi ocius perscribas quo in statu omnia deprehenderis; unum est quod caveas, ne scilicet lagenula nimium incalescat, unde cæmentum, obturaculum subereum præmuniens, liquefcere & ab aëre forinsecus jugiter urgente per foraminulum in subere relictum, per quod aer eductus fuerat, in vitri cavitatem premi possit. Alias nihil est quod metuas; poteris tecum gestare, & quovis in loco experimentum instituere, sine fractionis periculo, etiamsi non adeo caute contrectetur. Vitrum enim, ob notabilem spissitudinem, satis robustum est, modo non in corpus aliquod durum nimis ruditer impingat; aliamve externam, vel violentam injuriam patiat. Et ita habes Phosphorum in perpetuum durabilem, qualis nullus hactenus inventus fuit. Quando vero dicis
amicum

amicum tuum in obvio mercurio etiam lucem observasse, sed non durabilem; recte addis quod disparuerit, ideo quod, com-
pendii causa, tantum vesica [quamvis non recte capiam quomodo vesica loco Epistomii inservire possit] usus esset loco Epistomii: nam quam facile peccetur in circumstantiis, & quam facile extrinsecus noxia quaedam mutatio accidere possit, satis arguit infelix *Parisiensium* successus. Interim tamen, quod saltem aliqualem observaverit in obvio quodam mercurio, id meam sententiam, quemvis, scilicet mercurium, si rite paretur, in vacuo luminosum esse, mirifice confirmat. Vanus est metus tuus, cum putas incommodum superesse in hoc Phosphoro, quasi, clauso licet vase, alterationem recipere & cuticulam contrahere posset, per calorem ambientem externum; horum enim nihil omnino expertus sum, in Phosphoro diu in pera mea, ubi satis calefiebat, gestato: quidquid hic periculi subest, id non de mercurio, sed de obturaculi cemento, ut jam dixi, metuendum est.

Misi litteras ad VOLDERUM, quas ad eum scripseras, sed hactenus nihil responsi accepi. De NEUWENTITIO nihil a longo tempore audivi. HERMANNUS nostras transfretavit in *Angliam*, visurus ibi WALLISIUM, NEWTONUM, & alios. FATII LIBRUM de melioratione rei hortensis nunquam vidi; inquiram an *Amstelodani* profet. Per doctum *Batavum*, qui mecum litteras commutat, intelligis forte Dominum DIERGUENS, Præsidentem in Curia *Brabantiae* quæ *Hagæ* est.) Is sane nostra non mediocriter intelligit, sed habet filium, qui majores longe progressus fecit. Cum nuper ipsi scripsissem, Cissoïdis quadraturam diu redactam esse ad quadraturam Circuli, sed ejus rectificationem, quam ego invenerim, dependere a quadratura Hyperbolæ, adeoque per descriptionem Logarithmicæ haberi posse, neminem adhuc dedisse: Ille protinus mihi transmisit solutionem elegantem, & constructionem concinnam curvæ cissoïdalis in rectam extensæ, duplici modo, & per descriptionem Logarithmicæ, & per extensionem curvæ parabolicæ, utrumque beneficio nostri Calculi;
unde

56 COMMERCIIUM EPISTOLICUM.
unde conjeci in eo non parum esse versatum.
. Vale & Fave.

Groningæ a. d. 13. August. 1701.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

E P I S T O L A C X X I .

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio prior ad præcedentem.

Nuntiat accepisse se phosphorum mercurialem lucidum.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime !

1701.
August.

ABSENTI allatum est vasculum Phosphoreum; redux statim aperui, visum est sine labe, lucemque emisit agitatum: spero & durable fore, nec aërem se paulatim insinaturum per cæmentum: Hæc, ubi primum potui, scribo, multasque Tibi interim gratias ago. Tanto melius se res habet, si calor externus superficiem non immutat, adeoque nec lucem obstruit. Distincte Tibi rescribam tumultuarium illum modum qualecunque lucis specimen obtinendi per vesicam sine epistomio; nunc vix ad scribendum temporis satis est; nam ego advenio & tabellarius abit. Vale & fave.

Dabam *Hanoveræ* 23. August. 1700.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Quod commendasti *Actis* inferendum, statim *Lipsiam* ad Dominum MERKENIUM mittam.

E P I S -

E P I S T O L A C X X I I .

L E I B N I T I I A D B E R N O U L L I U M .

Responſio, ad penultimam, poſterior.

Mittit Diploma admiſſionis in Societatem Regiam Berolinenſem.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

NON dubito quin litteras meas acceperis, quibus ſignificavi ^{1701.} ^{Septemb.} Phiolam tuam Phosphoream recte ad me perveniſſe, neque ex jaſtatione itineris detrimentum accepiffe. Si tantillum commoveas lucet, etſi non ſit lux admodum vivida. Ego mecum *Berolinum* feram Societati noſtræ Regiæ, tanquam egregium a Te munus: abſolutus enim ab *Anzlis*, qui nunc hinc diſceſſere pene omnes, iter diu dilatatum nunc illud intendam. Interea ecce Tibi Diploma Societatis, quo in numerum Sociorum cooptaris. Nempe eo res deducta eſt, ut Concilio habito aliquot egregii Viri Collegæ ac Socii appellarentur, inter quos Tuum relatatum eſt nomen jure merito, mihiſque id negotii datum, ut ad Te Diploma perferri curarem, quod nunc mitto, Deumque rogo, faxit ut Tibi id decus, nobis vero ac Reipublicæ, boniſque litteris emolumentum inde ſit diuturnum. E re autem putem, datis ad Societatem litteris, gratam Tibi nominationem Tuam fuiſſe teſteris, & ſpem facias ſubinde nobiſcum utiliter communicandi.

Spero etiam redditas Tibi meas, quibus incluſeram ſecundas ad Dominum *VOLDERUM*.

Cogitabamus aliquando *Berolini* de novo genere Diarii, ut publicanda magis ſint in noſtra Societate. Videbis, an tute aliquid ſuppeditare velis.

Tom. II.

H

Quod

Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 13. Septembris 1701.

Deiitissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Si quid velis vel ad me, vel ad Societatem, poterit dum absum, recta mitti *Berolinum* ad Dominum JABLONSKÉ Secretarium Regium & Regiæ Societatis *Berolinensis*. Idque ut facias æquum puto, litterasque ad Societatem includas, quibus gratiæ agantur.

E P I S T O L A C X X I I I .

BERNOULLII AD SOCIETAT. BEROLINENSEM.

Gratiarum actio pro sua in eum Coetum receptione.

Illustribus atque Amplissimis Viris Præsidi cæterisque Sociis
Societatis Brandeburgicæ S. P. D.

J O A N N E S B E R N O U L L I

1701. **S**PLENDIDISSIMUM Diploma, Viri Illustres, quo in Vestram
Octob. Societatem me cooptatum vidi, eo accepi tempore, quo quidvis aliud potius cogitasset: Non enim ea arrogantia procedo, ut propter merita hoc tanti honoris vel sperandum vel expectandum mihi promittam; haud quippe ignarus, id illis tantum de jure competere qui perfecta sua eruditione communem applausum dudum promeruerunt. Quod si tamen meorum ad eam aspirandi conatum rationem potius habuistis quam alterius cujusvis rei, quæ in Viro docto requiritur, quaque ego me carere lubens confiteor; vos certe non omnino in opinione Vestra deceptos

ceptos dixerim; nihil adeoque erit quod impediatur quin ambabus 1701.
 ulnis gratoque animo complectar honorificam sedem, quam in Octob.
 amplissimo vestro Collegio destinastis mihi & obtulistis: Vos,
 Viri Illustres, persuasos volo, me id honoris & singularis vestræ
 erga me benevolentiae signum semper habiturum, & quantum
 in me est, modo non otium & adminicula me destituerint,
 nihil intermissurum, quod tendat ad ornamentum & incrementum
 vestræ recens fundatæ Societatis; inprimis vero ad gloriam Au-
 gustissimi ipsius Fundatoris, cujus sub Regiæ Majestatis auspiciis
 & clementissimo patrocinio, novum hoc Musis conditum delu-
 brum longe lateque præ cæteris ut emineat, & floreat, ex ani-
 mo voveo. Valete,

Dabam Groningæ 8. Octobris 1701.

E P I S T O L A CXXIV.

BERNOULLII AD JABLONSKIUM.

Suas ad Societatem Berolinensem litteras ipsi commendat.

Ad Dominum Jablonski Secretarium Regis & Regiæ Societatis
 Scientiarum Brandeburgicæ.

NOBILISSIME Vir.

ÆQUITAS postulat, ut Illustri Societati, pro honorifica 1701.
 mei receptione, debitas referam gratias; litteras vero quas Octob.
 hoc fine ad Eam scripsi, quasque heic adjunctas vides, ad Te
 dirigendas censui; quippe quod muneris tui ratio facile ferre vi-
 debatur; idque ut facerem Amplissimus LEIBNITIUS mihi auc-
 tor quoque extitit. Vir hic, ut ex novissimis ipsius intellexi,
 nunc debet esse *Berolini*, rogo itaque ut alteras hæc adjunctas

ipſi haud gravatim tradi cures. Ignosce quaeso, quod prima ſtatim vice ſim moleſtus; offero viciffim mea officia, utere illis pro lubitu, habebis me ſemper.

NOBILISSIME Vir.

Groningæ a. d. 8. Octobris 1701.

Tibi paratiſſimum & dediſſimum.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Reſponſio ad Epiſt. CXXII.

*Gratias agit pro Diplomate Societatis Berolinensis. De novo Barometro suo.
De GRONINGII Historia Cycloidis. De phosphoro
mercuriali suo.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoriſſime.

1701.
Octob. SOCIETATIS Diploma miſſu Tuo accepi rectiſſime: quam gratum mihi fuerit videbis ex reſponſione ad Societatem. Non dubito quin Tua ex commendatione iſte honos mihi contigerit; gratias itaque etiam hoc nomine permagnas Tibi debeo & ago. Si quid novi ſubinde detexero, quod cum Societate communicari dignum putem, id libenter facturus ero. In phyſicis & experimentalibus non ſpernenda pollicerer, modo neceſſaritis omnibus inſtructus eſſem. Adinveni nuper novam Barometri conſtruendi rationem facilem, quod variationes pro lubitu multiplicatas exhibet: Noſti HUGENIUM olim dediſſe ideam Barometri alijus,

cujus, quod quidem variationes multo sensibiliores redderet quam 1761. vulgaris; sed præterquam quod illas non omnino quatuordecies Octobr. multiplicet, quoties scilicet mercurius gravior est aqua; etiam hoc incommodi habet, inter alia plura, quod propter difficilem tuborum suorum structuram ad præxim deduci non possit; nemoque quantum scio hætenus deduxerit. Meum vero caret hoc incommodo, constat enim tubis ordinariis, & tamen effectus quantumvis augeri poterit. MÜSCHENBROECKIUS artifex *Leyden-
sis*, magna peritia & dexteritate pollens in conficiendis instrumentis, qui etiam ea quibus utor confecit, postquam ipsi meam inventionem aperuissent de novo hoc Barometro, rescripsit mihi se, superatis nonnullis exiguis difficultatibus, unum ad mentem meam feliciter parasse, monstrans variationes sexdecies majores ordinariis; ita ut si mercurius in ordinariis exempli gratia, uno pollice ascendat descendatve, in hoc jam motus fiat per 16 pollices.

Penultimas Tuas quas ad VOLDERUM scripsisti, diu est quod curavi, sed nihil adhuc responsi accepi. Postremas vero, cum adjunctis ad OUDINUM & BAYLIUM, quas nuperrime tantum accepi, postridie etiam dimisi.

Ad me nuper pervenit GRONINGII *Bibliotheca Universalis*, continens inter alia Historiam Cycloidis; quam Tibi lectam etiam non dubito: meo quidem iudicio, fecisset melius abstinuisse a rebus quas non satis perspectas habere ipse monstrat; ut enim nihil dicam de solæcismis grammaticis, hæc historiola ita scripta apparebit cuilibet legenti & materiæ hujus gnaro, ut facile colligere possit scriptorem non insignem fuisse Mathematicum; multa sunt allata præter ordinem; multa omisit non omittenda, & omittenda non omisit; ita rerum bonarum nequidem delectum novit, sed & nonnulla falsa retulit. Exempli gratiâ pag. 50. Epistolam in PASCALUM aliosque Gallos acerbè scriptam tribuit HUGENIO; cum tamen ejus auctor sit WALLISIUS. Item quando postremorum circa Cycloidem inventorum, quæ mihi folli debentur, tamen *Fratrem* meum participem facit; dum in-

1701. ventionem quadraturæ Zonarum Cycloïdaliū, pag. 99. ipsi ad-
 Octobr. cribere videtur; quam tamen me primum invenisse constat ex
 schediafmate de segmentis innumeris quadrabilibus Cycloïdis à me
 publicato; ubi simul nonnullarum Zonarum quadraturam exhibui,
 ex quibus jam totum mysterium satis patebat, ut parum vel ni-
 hil sit, quod postea à *Fratre* meo fuit publicatum.(1)

Quæ de Cycloïdibus protractis & contractis protulit nullius
 sunt momenti; eas vero gaudere pariter segmentis & spatiis innu-
 meris quadrabilibus (quod ante me nemo animadvertit, & quod
 in sua Historia alicujus ponderis fuisset) alto tamen silentio præ-
 teriit, ut & quando eandem illam proprietatem demonstravi ha-
 beri in Trochoidis seu Cycloidis facia, ille ne *γρὸ* quidem ea de
 re, ut ut satis eleganti, memoravit: Et quidem hæc ad Te scri-
 bere volui, ut GRONINGIUM, quem Tecum litteras commu-
 tare scio, moneas, si ista lubet, ut secundam partem hujus histo-
 riæ, quam meditari dicit paulo curatorem edat, aut quod sa-
 tius esset, penitus supprimat.

Ex Tuis intellexi, quod lagenula Phosphorea ad Te incolumis
 pervenerit; mihi autem non scripsisti, annon fuligenis aliquam
 speciem observaveris lateribus vitri internis adhærescentem, prout
 mihi in aliqua accidisse, ab agitatione cursus, in postremis meis
 significavi: nam si idem etiam in tua lagenula accidisset [quod
 tamen non credo, ob aliam jactationem equi quam currus] mi-
 rum

(1) Joh. BERNOULLII *Cycloidis primariæ segmenta innumera qua-
 draturam recipientia, aliorumque ejusdem spatiorum quadrabilium deter-
 minatio*, &c. A. E. 1699. Jul. 316. Mem. de l'Ac. R. des Sc. de Paris
 1699. p. 134.

Jac. BERNOULLI *Quadratura Zonarum Cycloïdaliū demonstrata*
 A. E. 1699. sept. p. 427. Opp. n. 92. p. 871. Joh. BERNOULLI *ad
 novas spatiorum Cycloïdaliū quadraturas, augmentum*. A. E. 1700. Jun.
 p. 266. Jac. BERNOULLI *quadratura Zonarum Cycloïdaliū promota*
 A. E. 1700. Dec. p. 551. Opp. n. 95. p. 892. Joh. BERNOULLI
*Multifectio anguli vel arcus &c. inserviens determinationi omnium Zonarum
 quadrabilium Cycloidis*. A. E. 1701. Apr. p. 170.

Hæc omnia habentur in Joh. BERN. Opp. T. I. Nis. LVIII. LIX. LX.
 LXI. & LXIX. p. 322. 336. 386. & seq.

rum non esset si vitrum a fuligine turbulentum lucis vivacitatem imminuit. Quod autem scribas, si tantillum moveatur lucere, etiam lux non sit admodum vivida; indicium utique est in itinere nihil aëris in phialam irrepisse; alias enim, si vel tantillum irrepisset, lux, vel omnino suffocata foret, vel nonnisi vehementissimis agitationibus appareret, & quidem scintillatim tantum, velut ex silice excussa; loco quod si phiala ab aëre bene vacuata est, lux, quæ apparet facile, etiam continua est, instar flammæ, & replet totam vitri cavitatem, sed velim ut etiam scias in tam parvis vasculis, quale Tibi unum mihi, lucem tam vividam non esse quam in majoribus; quid enim tam exigua copia argenti vivi efficere possit? Sunt mihi vasa grandiora quorum lucis favore in tenebris commode digitos & litteras majusculas distinguere possim. Cæterum, quod hi mei Phosphori longum iter perferre possunt, hoc meam hujus lucis generationis explicationem mirifice confirmat; si enim illa proveniret a peculiaribus quibusdam particulis ignitis, in mercurio nostro potius quam in alio natantibus, ut volunt nonnulli *Parisienses*; qui fit ut illa, a violenta itineris jactatione, non statim dissipentur; siquidem per poros vitri facilius elabi possent, quam ex poris mercurii, ut-pote longe angustioribus: adeo ut vel hinc pateat, lucem mei phosphori dependere non a particulis quibusdam permanentibus, sed ab universali quadam materia, per poros mercurii, tanquam per cribrum, continuo fluentis. Hisce vale & fave.

1701.
Octobr.

Groningæ 8. 8bris 1701.

Amplitudini Tuæ Devotissimo

BERNOULLI.

P. S. Vidi in Diplomate meo mentionem fieri privilegiorum, & prærogativarum Sociis Societatis *Brandenburgicæ* concessarum; gratum esset intelligere quid sint & in quo consistant: Item, qualia habeat societas statuta & leges; optarem etiam Elenchum omnium Sociorum hæctenus electorum.

EPIS.

EPISTOLA CXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

*De ſcientiis, Hiſtoria naturali præſertim, promovendis. Nuntiat phosphorum mercurialem Regi Reginaque oſenſum. De novo Barometro. De GRO-
NINGII hiſtoria Cycloidis. De Hydracontijſteriis Batavis. Corporis naturam in extenſione ſitam non eſſe.*

Vir Celeberrime ! Fautor Honoratiſſime !

1701.
Decemb.

EX quo accepi Tuas cum *Volderianis*, fere ſemper hæſi in Regia *Beroiinenſi*, ita volente *Regina*, & a Fratре Electore impetrante. Equidem hoc modo ordinariæ occupationes meæ non parum interrumpuntur. Interim fortaffe Reipublicæ litterariæ velificare nonnihil potui. Nam obtinui ut per ditiones Regis mandata dari debeant Medicis, annuas obſervationes conferendi ad Hiſtoriam anni Phyſico-Medicam, cujus egregium pro anno 1700 ſpecimen dedit Medicus Halenſis clariffimus, *Fridericus Hofmannus*. Sed & quidam nobilis *Polonus* in graphica arte excellens, auſpiciis Regiis, a ſocietate ablegabitur in *Ruſſiam* obſervationibus *Aſtronicis* & *Phyſicis* inſtituendis. Cumque pingat egregie, commendabitur Tzari, ut quemadmodum Regis, Reginae & Regii Principis affert iconas, ita Tzaricæ Familiæ Regi referat.

Tuum Phosphorum, vere, ut auguror, perpetuum, Regi & Reginae ipſe oſtendi, habuitque plaufum ſpectantis Aulae. Puto me effecturum, ut Rex gratum ſibi inventum aliquo honorario teſtetur: Id enim jam probavit primus Aulae adminiſter, eumque in ſinem nomen Tuum juſſit annotari.

Libens intelligo novum Barometri genus a Te excogitatum, quod variationes pro lubitu multiplicet. Puto id a Te fieri in tubo ipſo,

ipso, nec machinulis, sed liquoribus: alioqui enim non igno- 1701.
 rabis HOOKIUM & alios, [imo jam ipsum GERIKUM] ope Decemb.
 rotularum aut cylindrorum pro lubitu multiplicare sensibilitatem
 divisionum. In *Hugeniana* constructione est aliquid difficultatis.
 Interim cum neget Tibi constare in praxin fuisse traductam;
 non possum non significare HUBIUM *Lutetiae Parisiorum* Ba-
 rometrum *Hugenianum* aliquoties elaborasse, successumque non
 defuisse. Sed verum est multiplicationem esse limitatam, & de-
 pendere a proportione aquæ ad hydrargyrum.

Groningana Cycloidis Historia, ut a Viro scripta, qui argumen-
 tum ipsum non satis profunde excussit, movere Te admodum
 non debet. Suppeditaveram ipsi notitiam nonnullorum novissimo-
 rum, sine quibus adhuc magis manca foret; sed quædam tamen
 omisit, vel non satis intellexit. Non dissimulaveram totum ipsius
 institutum mihi parum probari; neque enim tanti est lis inter
Italiam & Galliam; ut *Germanus* ejus historiam scribat; cum
 præsertim multo majoris momenti sint postea detecta. Sed voluit
 ille Bibliothecam universalem edere, vel Codicem, [hæc enim
 nomina placebant] in quo esset de omnibus aliquid. Quæ de
 jure gentium miratur, vel in Libro, vel in suis ad me Litteris,
 mihi non valde satisfaciunt; plerique hodie volunt Libros scri-
 bere, nullo in eos tempore aut labore impenso: sed ita Reipu-
 blicæ parum profunt, plerumque etiam sibi. Diu nihil a GRO-
 NINGIO vidi: occasione data monebo quæ mones.

Atque nescio quid innovatum ab annis paucis esse in Hy-
 dracontisteriis Batavis per Tubos flexiles vim exerentibus contra
 incendia. De eo peto ut inquiras; & quid hoc rei sit mihi
 significes.

Inter præjudicia acutissimi VOLDERI nostri, non minimum
 est quod extensionem concipit, ut quiddam primitivum, quod
 faciat corporis essentiam; cum extensio nihil aliud menti ingerat
 quam diffusionem quandam [seu continuam repetitionem] ali-
 cujus communis naturæ per plura coexistentia; quænam autem sit
 illa natura non exprimat, sed præsupponat: unde extensio rela-

tivum quiddam est, non absolutum; & ipsa natura substantiæ corporeæ, quæ scilicet diffundi intelligitur, est quiddam extensione antèrius.

Hoc ei, ni fallor, jam in superioribus indicavi; ita tamen ut non satis eo animum attenderit: nunc autem non repetivi, sed confirmavi. Quod si Tibi ea in re satisfacio, commode ipsi quoque auxilio eris in hoc melius intelligendo. Vale in annum novum aliosque multos, & me ama.

Dabam *Berolini* 27. Decembris 1701.

Deditissimus.

Godofrius Galielmus LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM

Responso ad præcedentem.

Varia mittit. De Barometro, & Phosphoro suis. De vitris Tschirnhausianis, & de ratione quadam singulari specula caustica conficiendi. De Machinis hydraulicis. De extensione & corporis natura.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

1702.
Januar.

CUM nesciverim an Litteras meas, sub inscriptione ad Dominum JABLONSKI, certe acceperis, scripta hæc *Varigniana*, jam ab aliquot hebdomadis mihi accepta, nolui dimittere, antequam de traditione mearum securus essem: quod cum factum sit per novissimas Tuas 27 Decembris datas; Ecce nunc scriptorum variorum fasciculum, quæ vel una, vel partitis vicibus, mihi remittes: adjecta sunt iis, ut vides, Litteræ, quas Dominus VARIGNONIUS ad Te scripsit; cui si ipse responde-

re velueris, poteris ad me dirigere litteras; promptus ero in
curando. 1702.
Januar.

In quo consistat novi mei Barometri inventio discas ex litteris *MUSCHEM BROECKII* Artificis *Leydensis* ad me datis: Videbis structuram haud valde esse compositam, duobus quippe tubis, verticali uno, & ampliori, horizontali altero & graciliori, totum negotium absolventibus. Quod *GERIKIUS*, *HOOKEIUS*, & alii, multiplicatas Barometri variationes tentaverint per rotulas, cylindrulos, aliasque machinulas, non equidem ignoro, sed ignoro an in praxi ullum effectum habuerint; hujusmodi enim machinulae ob frictionem, aliaque materiae incommoda, non prima statim aëris mutatione moveri possunt, sed collectis demum successive pluribus mutati aëris gradibus, machinulae una vice, & quasi per saltum, superata frictione, moventur; adeo ut tantum absit, ut hujusmodi Barometra per machinulas insensibiles variationes indicare possint, ut potius sensibiliores etiam dissimulent. Meum vero Barometrum, cum per liquorem ipsum variationes ostendat, huic incommodo non est obnoxium. Cum *Lutetia* essem, nunquam audiivi *HUBIUM* elaborasse Barometrum *Hugenianum*; sed concedes, puto, quod, praeter limitatam effectus multiplicationem, & difficilem tuborum structuram eorumque adimpletionem, non facile etiam contrectari, multo minus transportari possit, id quod pretium ejus multum imminuit.

Quod Phosphorus meus spectantis Aulæ plausum habuerit, valde lætus intellexi. Quod vero dignus fuerit aestimatus, qui ipsius Regis & Reginae oculos in se converteret, id quidem magno honori mihi duco.

Sed non possum non dolere simul, quod Phosphorus, quem Tibi misi, ille sit quem, inter plures quos in parato habeo, selegi propter parvitatem molis, ut commode per curforem publicum posset transmitti; adeoque, ut verum fatear, inter omnes reliquos minimum splendet, ob modicam nimis mercurii inclusi quantitatem. Quis autem cogitasset Te levidense illud Phosphori vasculum, quod Tibi soli misi, ut inventi veritatem videres,

1702. postea cōram Rege, Regina, & Aula producturum. Id si mihi
 Januar. prædixisses, pararem Tibi Phosphori exemplar in majori & ele-
 gantiori forma.

In litteris Tuis ad Cl. VOLDERUM, dicis TSCHIRNHAU-
 SIUM moliri etiam vitra Telescopiorum longe porrigentium,
 qualia HARTSOEKERUS elaborat: id ego nesciveram; putabam
 enim illum versari tantum in vitris causticis conficiendis, quo-
 rum crebro mentionem facit in *Act. Erud.* & alibi. Hac occa-
 sione dicam [quod nondum fecissem] me moliri novam ali-
 quam speciem speculi caustici, levi pretio & labore parabilis,
 etiam sub forma ingenti, a quo non minorem effectum mihi
 polliceor quam ab ordinariis ex chalybe, aliove metallo factis;
 perscribam successum quam-primum paravero.

Machinæ illæ hydraulicæ contra incendia, quas dicis in usu
 esse apud Batavos, & instructas tubis flexibilibus, forte nihil sin-
 gulare habent. Nam hujusmodi jam vidi olim *Genevæ*: erat au-
 tem illa, uti ordinaria; scilicet constabat magno receptaculo,
 quod in anteriore parte habebat duos cylindros, in quibus em-
 boli alternatim ascendebant & descendebant, ut hoc modo aqua
 radio continuo exprimeretur, & quidem per longum tubum co-
 riaceum instar intestini, quem homo aliquis, apprehendens in
 anteriore parte, secum ferebat in summa ædium vel tectorum,
 & orificium ejus aquam continuo evomens versus angulos & re-
 cessus dirigebat, ut hoc pacto succurreret ubicunque necessitas
 postularet: Inquiram interim an Syringes *Batavorum* aliquid sin-
 gularius habeant; quo casu delineationem fieri curabo, quam
 mittam.

Dimittam hodie Litteras quas dedisti ad VOLDERUM, una
 cum adjectis ad Dominum OUDINUM & BAYLIUM: meo uti-
 que non indiges consilio, ad mentem Tuam Cl. VOLDERO in-
 telligibiliorem reddendam; nisi velis me facem Soli accendere.
 Video ipsum notionem habere substantiæ a Tua multum diver-
 sam; verum etiam est, quod extensionem habeat per primitivam
 corporis essentiam: Tu vero dicis eam esse tantum relativum quid,
 &

& supponere communem aliquam naturam per plura coexistentia. In quonam autem illa communis natura corporis consistat, dicit ille se non posse concipere, & a Te procul-dubio desiderabit claram & distinctam ideam; ut & Tuam nunc definitionem substantiæ, quam, ni fallor, promiseras, si suam prius dederit. Quod superest Tibi vicissim in novum hunc annum & in longam sequentium seriem omnia fausta & felicia ex animo apprecor. Vale & Fave.

Croninga 14. Januar. 1702.

Amplitudinis Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

P. S. Rogo ut *Varignoniana* quantocius mihi remittas, quoniam ad ea respondere debeo; nam nondum respondi.

EPISTOLA CXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responsio ad præcedentem.

De litteris VARIGNONII, ejusque cum ROLLIO controversia. De Barometro portatili. De Speculis causticis. De MENCKENII morbo. De phosphoro mercuriali.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

LITTERÆ, quas ad me dedisti, cum inclusis *Varignonianis* 1702. & *Muschenbroeckianis*, Berolini me non invenerunt: jam enim Februar. discesseram cum Regina: itaque illinc ad me huc missæ, & heri demum redditæ. Nolui itaque differre responsum; etsi brevitatis

1702. temporis , & distractiones per absentiam diurnam accumulatas
 Februar. non patiantur ut rimari possim attentius quæ Cl. VARIIGNO-
 NIUS noster Adversario respondet , & quæ Tibi perpenſa non
 dubito. Litteris ejus respondeo , ut vides (1), nec video qua
 alia commodiore ratione possim , ne tricis metaphysicis frustra
 implicemur. In Tua tamen , atque illius potestate [quod ipsi
 significare potes] utrum velitis communicari aliis quæ scripsi ;
 nam si quid inesse putatis , quibus abuti possint alii , suffecerit
 notationes vestras mihi communicari , ut , quousque salva verita-
 te videbor posse , locutiones meas accomodem sensis vestris.

Peringeniosa est Tua Barometri constructio , nec inutilis : co-
 gitavi aliquando de Barometro portatili , quod includi theculæ ,
 in horologii forma , posset ; sed mercurio caret , & ejus officio
 fungitur fossis , quem pondus aëris comprimere conatur , elastro
 aliquo chalybeo resistente. *Hugenianum* ipse in HUGENII mu-
 sæo vidi.

Pro speculis causticis , aliisque majoribus ad urendum , aliof-
 ve usus comparatis , quidam Scrinarius artifex *Dresdæ* non male
 adhibuit lignum folio auri obductum & politum. Eo coquit ova ,
 aliaque idgenus præstat. Pro vitris ingentibus putem commode
 adhiberi cavas tabulas vitreas jungendas , medium replendo li-
 quore. Ita enim longius quam ulla alia ratione iri potest.

Intellexi non sine dolore , Dominum MËNKENIUM , Sym-
 ptomate aliquo gravi nervosum genus invadente , paralytico ,
 nescio an apoplectico laborasse ; sed restitutum spero , & malum
 fuisse minus grave quam ferebatur.

Cum Phosphorum a Te acciperem , neuter nostrum de de-
 monstratione *Berolinensi* cogitabat. Præstat aliquid monstrare ipsa
 re , quam multa explicare verbis. Sed brevitatis temporis nunc
 abrumpere jubet. Vale.

Dabam *Hanovera* 3. Februarii 1702.

Deditissimus.

Responsio deest.

G. G. LEIBNITIVS.

E P I S

(1) Credibile est hanc esse Epistolam , qua inserta est Diario Erud.
 1702, 12. Journal, du 20. Mars.

EPISTOLA CXXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

*De litteris suis ad VARIGNONIUM. De Barometro portatili. De speculis causticis. De inventis Tschirnhausianis, ejusque vitris.
De Sectionibus angularibus. Varia.*

DEMONSTRATIO MULTI-SECTIONIS ANGULARIS.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

VARIGNONIANAS ad Te missas, & a Te mihi communicatas, cum gratiarum actione remitto, & cum ex occasione mihi dedissent relegendi mearum ad Dominum VARIGNONIUM Litterarum Gallice scriptarum exemplum, animadverti me alicubi non satis emendate in illis locutum. Itaque bina loca correxi, idque ipsi, Epistola altera *Lutetiam* recta missa, significavi mature, ut si nondum edita est prior, corrigatur: ad edendum enim scripta non erat (2).

1702.
April.

Follis qui aërem sufficienter excludat, fieri credo poterit opes vesicæ. Ita commode credo habebimus Barometrum portatile infans horologii. Corium nondum ita munire potui, ut aëri pervium non sit; quanquam id multas ob utilitates posse valde vellem. Et credo esse artifices qui possideant hanc artem; nam passim memorantur culcitæ nonnisi aëre suffertæ, etsi videre eas nondum mihi contigerit. Cæterum etsi corium pro Barometro non facile sufficere posse putem, ubi nimirum perpetua aëris coercionis opus est, vellem id saltem consequi posse ut in 24 horas inflata ex corio culcita novo sufflamine non indigeret.

Cogi-

(2) *Videatur Epistola præcedens.*

1702. Cogitavi aliquando, an non pelles animalium marinorum vicem
April. corii terrestrium in hunc usum præstarent.

Specula lignea primus, quod constat, invenit Faber quidam lignarius, an Tornator *Dresdensis*, sed Tua ratio pro foliis metallicis plumbagine obducendis nova est & elegans. Vidi ipse Libros compactos, ita ut plumbago, pro auro argentoque, foliorum chartæ terminationes, sive quod vulgo sectionem vocant, ornaret non minus splendide atque eleganter: Librum *Guillelmus Penn Tremulorum Angliæ Coryphæus* miserat, apparebatque frugalitatem cum elegantia conciliare voluisse.

Ex *Novellis Reipublicæ Litterariæ* nuperis, (3), quas Tibi quoque lectas puto, didici, quædam a Domino *Tschirnhausio Lutetiæ* acta, quorum ipse me participem non fecit, nescio an aliquid de ea re ad Te Dominus *Varignonius*? Quod si is quoque filuit, miror ego nimias & frustraneas cautiones. Cur enim apud amicos dissimulat, quæ mox loquatur *Diarium*? Mentionem id facit duarum Propositionum *Academiæ Regiæ* exhibitarum, quarum una sit de perfectione lentium, alterius nescio an sensum satis assequar, qui eo videtur tendere, ut in data curva duo exhibeantur arcus, quorum differentia sit mensurabilis. Id si assecutus esset, rem præstiterit non contemnendam; sed vereor ut sit possibilis: ni fallor enim, etsi curva parabolica non sit proportionalis Logarithmis, vel arcis Hyperbolicis eos exprimentibus, exhibui tamen olim curvam ordinariam arcus habentem Logarithmis proportionales. An ergo spes est duarum arearum hyperbolicarum Logarithmis proportionalium haberi posse differentiam? Mihi id sane perdifficile videtur. Differentia enim Logarithmorum est Logarithmus rationis numerorum.

Cum nuper hac transfret *Rex Prussæ*, *Consiliarium* ejus *Libellorum supplicum Magistrum* hortatus sum, ut *Phosphori Tui*, quem Regi ostenderam, data occasione meminisse vellet; quod etiam se facturum promisit. Cogitavi posse aliquando ope ejus ex
vitro

vitro cavo confici aliquid instar ſceptri , aut Coronæ , quod a 1702.
machinamento quodam obſecto continue agitatum ſemper luceat. April.

Quænam, quæſo, illa eſt multiſectio angulorum pro numeris
irrationalibus, cujus demonſtrationem Dominus VARIGNONIUS
a Te petit (1)?

Pene eſt, cur idem faciam quod VARIGNONIUS, id eſt
querar, quod tamdiu me Tuas præclaras cogitationes [quarum
multas domi Tuæ naſci in dies non dubito] vis ignorare; ita
ut plerumque quæ facis, demum ex Diariis vel aliunde diſcam.
Quorſum evaſit Dominus HERMANNUS? Diu nihil de NIEU-
WENTITIO audivimus.

Nova Reipublica Litteraria ibidem de ſpeculo loquuntur vi-
treato, quod Dominus TSCHIRNAUSIUS Academiae Regiæ ven-
diderit. Sed ego puto, pro ſpeculo potius vitrum cauſticum eſſe
intelligendum. Diu enim eſt, quod ipſe dixit, ſe ſe hæc vitra
ſpeculis præferre; & fateor ope vitrorum commodius experimenta
fieri poſſe; Interim tamen nec ſpectula ſunt contemnenda, præ-
fertim ſi magna, admodum commodius quam lentes, parari poſ-
ſint.

Exige quæſo a Domino VARIGNONIO, ut ſubinde ad Te
ſcribat *Nova litteraria*; præſertim ad *Phyſicam & Matheſin* per-
tinentia; & inter alia explicet, quid a Domino TSCHIRNHAV-
SIO ſit actum. Quod ſupereſt, vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 20. Aprilis 1702.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Reſponſum quare in Schediaſmate quod hanc Epiſtolem ſequitur.*

1702.
April.

DEMONSTRATIO.

*Multisectionis angularis in ratione, sive surda, sive numerica
data, inserta. Act. Erud. Lips. 1701. m. April. Auctore Joh. BER-
NOULLIO.*

Vide Opp. Tom. I. N°. LXIX. pag. 386.

LEMMA I.

*Rectangulum, sub diagonalibus trapezii cujuscunque circulo
inscripti, est aequale summe rectangulorum sub lateribus oppositis.*

Demonstratio hujus satis nota est, & passim habetur in Trigo-
nometricis.

LEMMA II.

LEMMA XVII. *Si (Fig. 96.) in semicirculo ADB, duo habeantur arcus aequa-
les AC, DE, quorum ille diametro sit contiguus, alter ubicum-
que situs; ducanturque subtensa CB, DB, EB, ut & CA,
DA, EA: dico rectang. sub DB & CB minus rectang. sub
AC & AD, fore aequale rectangulo sub AB & EB.*

DEMONSTRATIO.

Ob similia Triang. ACF, BDA, erit $AC : CF = BD : AD$, & AC in $AD = BD$ in CF ; iterumque ob similia Triang. BDA, BEF, erit $AB : BD = BF : BE$, & AB in $BE = BD$ in $BF = BD$ in $BC - BD$ in $CF = BD$ in $BC - AC$ in AD . *Q. E. D.*

LEMMA III.

*Positis iisdem, dico fore rectang. sub BD & AC plus rectang.
sub BC & AD aequale rectang. sub AB & AE.*

DEMONS-

DEMONSTRATIO.

Conjungantur puncta C, D, per rectam CD, quæ parallela erit ipsi AE, & ducatur DG parallela ipsi AC, quæ etiam ipsi AC vel DE erit æqualis, adeoque, ducto radio OD, erit Triang. OBD simile Triangulo GDE, ob angulos OBD & DEG eisdem arcui insistentes æquales. Hinc $OB : DB = DG : GE$, & OB in $GE = DB$ in DG , & sumendo utrimque duplum, AB in $GE = DB$ in $AC + DB$ in AC ; addendo utrinque AB in AG vel CD , erit AB in $AE = DB$ in $AC + DB$ in $AC + AB$ in CD . Est autem per Lem. 1, DB in $AC + AB$ in $CD = BC$ in AD . Ergo AB in $AE = DB$ in $AC + BC$ in AD . *Q. E. D.*

DEMONSTRATIO.

Formula Sectianis angularis.

Hiscæ præmissis, res ita peragitur. Esto diameter $AB = 1$, subtensa $AC = x$, adeoque $BC = \sqrt{(1 - xx)} = (\text{brev. gr.}) y$, subtensa $AE = a$, adeoque $BE = \sqrt{(1 - aa)} = (\text{brev. gr.}) b$.

Ponantur primo arcus AC, DE contigui, evanescente intermedio CD, ita ut arcus AE sit duplus ipsius AC; quo casu rectæ AD, AC, ut & BD, BC coincidunt: adeoque, per Lem. 2; erit $yy - xx = b$, & per Lem. 3. $2xy = a$. Ponatur nunc arcus intermedius CD æqualis ipsi AC vel DE, ita ut arcus AE sit triplus arcus AC: ergo, per præced. cas. erit $yy - xx = BD$, & $2xy = AD$. Hinc, per Lem. 2; $y^2 - 3xx = b$, & per Lem. 3, $3xyy - x^3 = a$. Si nunc ponatur arcus intermedius CD æqualis duobus arcibus AC, ita ut arcus AE fiat quadruplus ipsius AC; ergo, per 2^{um} cas.; erit $y^2 - 3xx = BD$, & $3xyy - x^3 = AD$. Hinc, per Lem. 2. $y^4 - 6x^2y^2 + x^4 = b$, & per Lem. 3^m $4xy^3 - 4x^3y = a$. Porro, si arcus intermedius CD æqualis statuatur tri-

plici arcui AC, ita ut arcus AE evadat quintuplus ipsius AC, ergo, per 3^m. Casum, erit $y^4 - 6x^2y^2 + x^4 = BD$, & $4xy^5 - 4x^3y = AD$. Hinc, per Lem. 2^m. $y^5 - 10x^2y^3 + 5x^4y = b$, &, per Lem. 3. $5xy^4 - 10x^3yy + x^5 = a$, & ita quousque libet facile continuabitur: Ubi hæc elegans progressionis generatio conspicitur; scil sumta potestate ipsius $y + x$, cujus exponens sit numerus quo arcus AE continet arcum AC, erit illius potestatis terminus primus, minus tertio, plus quinto, minus septimo, plus nono, &c. = b , & terminus secundus, minus quarto, plus sexto, minus octavo, plus decimo &c. = a . Quandoquidem igitur sumto numero potestatis indefinito n , sive fracto, sive integro, sive surdo, sive rationali, erit, ut olim ostendimus & nunc satis notum, $(y + x)^n = y^n + \frac{n}{1}y^{n-1}x + \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2}y^{n-2}x^2 + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3}y^{n-3}x^3 + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}y^{n-4}x^4 + \&c.$ Ergo patet, si AE sit ad AC ut n ad 1, haberi, pro indefinita sectione angulari hanc progressionem universalissimam, $b = y^n - \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2}y^{n-2}x^2 + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}y^{n-4}x^4 - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3 \cdot n-4 \cdot n-5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}y^{n-6}x^6 + \&c.$, vel etiam $a = \frac{n}{1}y^{n-1}x - \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3}y^{n-3}x^3 + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2 \cdot n-3 \cdot n-4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}y^{n-5}x^5 - \&c.$ quæ duæ progressionem omnes æquationes finitas possibiles complectuntur pro quovis numero n integro, sive pari, sive impari; hisce enim in casibus abrumpuntur semper progressionem; in reliquis autem abeunt in infinitum. Hinc patent quæ in *Alibi* diximus de hac materia.

EPISTOLA CXXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De sua eius BAYLIO controversia. De GRONINGII recensione
litterariis

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime!

QUA nuper ad Te, pariter & eximium virum VOLDERUM nostrum scripsi, reddita Tibi esse non dubito. 1702.

Accepi novissime Dictionarii *Bayliani* alteram editionem, in Mai.
qua (2) est replica & quaedam ad ea quæ prioribus respondi, sed
plena officii & humanitatis. In eo sum ut vicissim aliquid re-
ponam, (3) nam & ipse Author ad hæc invitat. Id Tibi, & per
Te VOLDERO mittam, ut per vos ad Cl. BAYLIUM perveniat.
Renovat etiam [in v. ZENO] quæ GOUYUS *Jesuita* in *Tre-
viriensi Diario* Domino MARCHIONI HOSPITALIO objecit. Nam
Author Dictionarii inclinatur, ut scis, ad Pyrrhonismum, facile-
que arripit argumenta dubitandi.

Cl. GRONINGIUS, quem nosti, novas quasdam recensione
litterarias dare aggressus est; partemque speciminis mihi inscrip-
sit. Respondi, & hortatus sum ut ne superficiem tantum lambat
scriptorum, sed in corpus ipsum penetret.

Memini Te mihi aliquando scribere esse aliqua supplenda in
Historia Cycloidis, quam dederat: ea si scribas, qualia esse ve-
lis, mittam ad ipsum; commode enim inferere poterit suo illi
fasciculo, qui per intervalla prodire debet. Vale & me ama.

Dabam Hanoveræ 29. Maii 1702.

Deditissimus.

Responsio deest. G. G. LEIBNITIUS.

K 3

EPIS.

(2) Vocæ ROTARIUS.

(3) *Responsio hac habetur*, Histoire Critique de la République des
Lettres, Tom. 2. p. 78. atque etiam Recueil de diverses pièces, &c. par
Mrs. LEIBNITZ, CLARKE &c. Tom. II. pag. 389.

EPISTOLA CXXXI.
LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ROLLII refutatione & inventis Tchirnhausianis. De Barometro portatili. De quibusdam Problem. Bernoullianis. De integrandis differentialibus rationalibus Methodus Leibnitiana. De reducendis quadraturis irrationalibus ad rationales. Varia.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1702.
Jun.

GRATIAS ago, quod litteras *Varignonianas* mecum communicasti, quas statim remitto. Vellem & ipse refutationem ROLLII latine inseri *Actis Lipsiensibus*.

Et si Dominus TSCHIRNHAUSIUS nullas demonstrationes communicaverit Academiae scientiarum Regiae; vellem tamen saltem discere possemus Propositiones quas se invenisse dixit. Unam invenies in *Novis Reipublicae Litterariae* (1) a BERNARDO editis [ubi de vitro ejus caustico in *Gallia* vendito mentio est,] quae mihi ad id quod nuper scripsi redire videbatur.

Barometri portatilis causa follem clausum potius - quam embolum ideo adhibui, quia frictione continua mox corium, vel quod ejus loco est, atteritur; ita ut variet resistentiae motusque facilitas; donec tandem aer plane interlabatur; & cum reparetur clausura [quam reparationem in Anthliis artifices vocant *Dir Lmdnkung*] initio semper major est difficultas, quae diminuitur temporis tractu. Follem autem vellem adhiberi metallicum, in quo plicae a chalybeis laminis suppeditentur. Ita cessabunt quae metuis. Interea tentamenta fieri possunt in follibus coriaceis vel membranaceis.

Gratum

(1) 1702. *Avril*, pag. 466.

Gratum est quod Domino VARIIGNONIO communicata etiam ^{1702.}
ad me pervenire jam pateris. (1) An unquam, ut inhuic, si-
gnificavi mihi molestas esse has communicationes. Si veniam ali-
quando petivi, quod, vel otio, vel pristina animi alacritate desti-
tutus, Tibi commode satisfacere aut vacare pro dignitate novis
meditationibus non potui; an ideo sequitur eas a me sperni,
aut non libenter cognosci. Interim etsi in novis sim tardior, ta-
men puto me ex olim mihi repertis posse satisfacere plerisque
Tuis sane egregiis Problematibus & aliis non paulo adhuc ge-
neralioribus.

Pri

(1) Hæc habes in adjuncto P. S. Epistolæ ad Cel. VARIIGNO-
NIUM datæ a d. 6. Maii. 1702. hic latine versô.

P. S. Ne vacua sit hæc pagina, Problemata quadam digna ad que at-
tendas, subjungam.

1. Invenire curvam algebraicam, quæ cum dato arcu circuli sit recti-
ficabilis

2. Invenire curvam algebraicam, cujus arcus sint segmentis Circuli
proportionales

3. Curvas parabolicas & hyperbolicas cujuscunque gradus transforma-
re in alias curvas algebraicas, sic ut istarum arcus illarum arcubus sint
æquales.

4. Dati polynomii ad datam potestatem elevati, v. g. trinomii ad vigesi-
mam potestatem elevati $(a + b + c)^{20}$, maximum terminum invenire.

5. Data progressionis numerorum naturalium ad potentiam quamlibet
elevatorum, v. gr. $1^7 + 2^7 + 3^7 + 4^7 + \dots + 100^7$, summam facili calculo
invenire.

6. Data quantitatis differentialis $p dx : q$ [ubi p & q sunt quantitates
rationales quomodocunque data per x & constantes] integram exhibere, con-
cessis saltem Circuli & Hyperbole quadraturis: id enim semper potest fieri: &
in eo consistit magnum mysterium quadraturarum, rectificationum & reduc-
tionum ad spatia circularia & hyperbolica; quod semper fuit in desideratis.

Horum omnium solutiones habeo, sed istud, leve ut videtur, me etiam-
num vexat.

7. Datis duobus numeris m & n , quadratum xx invenire quod ipsis ad-
ditum efficiat duo quadrata $m + xx$, $n + xx$.

De tribus prioribus, vide Opp. Tom. IV. N°. CLXIV. pag. 92. & seq. De
quarto Tom. IV. N°. CLIII. p. 25. De quinto Tom. IV. N°. CLI. pag. 16.
De sexto Acta. Erud. 1703. Janv. p. 26. vel Memoires de l'Ac. R. des Se-
1702. p. 289. vel Opp. Tom. I. N°. LXX. p. 393.

1702.
Jun.

Primum, secundum, tertium in potestate habeo. QUANTUM non satis intelligo; quid scilicet voces maximum terminum. Puto in ipso & in quinto compendia quædam pulchra succurrisse tibi, qualia magni-facere soleo, etiam cum aliter [sed prolixius] res haberi potest. Itaque pergrata erit solutio.

Sextum Problema non tantum habeo, sed etiam ita habeo, ut jam a primis meæ Geometriæ altioris annis mihi fuerit constitutum, tanquam *Scientiæ infiniti* meæ, analyseosque adeo summatoriaræ pars non parva. Et sperabam profequi satis, inque id tempus editionem distuleram, ut aliquid meæ *Scientiæ infiniti* fervarem. Sed cum videam quam multa alia mihi supersint agenda, & quam non debeam a me sperare, in quibus prolixiusculi calculi desiderantur; non ita pridem decreveram publicare hoc quoque artificium, inque id expedieram breve schediasma (1) aliis excitandis. Unde hæc accipe, cum nemo melius uti possit.

Nempe dudum inveni Analysisin omnium Quadraturarum rationalium, uti appellare soleo, quæ, ut verbo dicam, nititur divisoribus formulæ cujusque rationalis unicam indeterminatam continentis. Qua ratione fractio omnis denominatoris compositi potest resolvi in aliquot fractiones rationales nominatorum simpliciorum. Esto fractio $1 : (xx + x + .)$, vel $1 : (x^3 + .x^2 + .x + .)$, vel $1 : (x^4 + .x^3 + .x^2 + x + .)$ &c. talis denominatoris radices vel divisores sunt l, m ; vel l, m, n ; vel l, m, n, p , & ita porro, posito $l = x + b$, $m = x + c$, $n = x + d$, $p = x + e$, &c. ubi nihil refert, determinatæ seu constantes b, c, d, e , &c. sintne rationales an irrationales, Analysis enim nostra superior inferiorem, nempe resolutionem formularum in divisores, quæ eadem est cum resolutione æquationum in radices supponit.

His positis hanc reperi regulam, $1 : lm = 1 : l(c - b) + 1 : m(b - c)$ & $1 : lmn = 1 : l(c - b).(d - b) + 1 : m(b - c).(d - c) + 1 : n.(b - d).(c - d)$, & $1 : lmp = 1 : l(c - b).(d - b).(e - b) + 1 : m(b - c).(d - c).(e - c) + 1 : n$

(1) *Id vero prodit* Act. Erud. 1702. Mai. p. 210. & 1703. Janu. p. 19

$+1 : n(b-d)(c-d)(e-d) + 1 : p(b-e)(c-e)$ 1702.
 $(d-e)$, &c. ita porro. Jun.

Fractiones autem, quarum numerator non est unitas vel constans, sed aliqua formula rationalis ex potentiis ipsius x conflata, veluti $(a + \beta x + \gamma x^2) : l m n p$, resolvi potest in tot fractiones quot membra habet numerator, ut $a : l m n p + \beta x : l m n p + \gamma x^2 : l m n p$, & harum quælibet rursus resolvi poterit in fractiones simplicis denominatoris, hoc modo. $a : l m n p q$. jam est resoluta, $x : l m n p q$. est $= 1 : m n p q - b : l m n p q$, & $x^2 : l m n p q = 1 : n p q - (b+c) : m n p q + b b : l m n p q$. & $x^3 : l m n p q = 1 : p q - (b+c+d) : n p q + (b c + b b + c c) : m n p q$. $b^3 : l m n p q$. & eodem modo $x^4 : l m n p q = 1 : q - (b+c+d+e) : p q + (b c + b d + c d + b b + c c + d d) : n p q - (b b c + b c c + b^3 + c^3) : m n p q + b^4 : l m n p q$. & ita porro.

Quæ omnes fractiones in valoribus, cum numeratores habeant constantes, rursus in simplices resolvi possunt, modo ostenso; habemus ergo omnium fractionum rationalium reductiones ad has $1 : l$, $1 : m$, $1 : n$, vel $1 : (x+b)$, $1 : (x+c)$, $1 : (x+d)$, &c. Sed quia interdum radices formularum sunt imaginariæ; hinc pro divisore assumi potest factum ex ipsis reale. Verbi gratia, si inter divisores simplices sunt duo $1 : (x + \sqrt{-1})$, & $1 : (x - \sqrt{-1})$, adhiberi potest factum ex ipsis $1 : (x x + 1)$, & si adessent $1 : (x x + \sqrt{-1})$ & $1 : (x x - \sqrt{-1})$; adhiberi potest $1 : (x^4 + 1)$. Itaque licet non possit reduci res ad quadraturam Hyperbolæ, cum divisor est $1 : (x x + 1)$; quia hujus formulæ $x x + 1$ radices sunt imaginariæ, res tamen reduci potest ad aliam simplicem quadraturam. Nam, ut olim inveni primus cum meam quadraturam Arithmeticam darem, $1 : (x x + 1)$ summatur per quadraturam Circuli, & vice versa.

Sed latet in his arcanum adhuc majus. Quoniam, ut olim etiam in æquationibus & calculo singulari comprobavi, possunt imaginariæ non minus quam reales in Analyfi æquationum recte & utiliter adhiberi; ideo idem feci etiam in Analyfi Tetragonistica, & quadraturas racionales reduxi ad Logarithmos, vel

1702.
Jun.

veros, vel imaginarios, ipsamque adeo Circuli quadraturam, non una ratione. Eaque ratione expressiones transcendentes summatorias, seu quadratorias, transfero ad exponentiales, quæ maxima est perfectio Analyseos Transcendentis. Nam quæ in calculo summatorio vel differentiali incognitæ exhibentur non possunt ex eo tolli. Licet enim incognitam quæsitam determinet curvarum duarum Transcendentium, vel Transcendentis & ordinariæ intersectio, non tamen ideo analytice descendi potest ad valores specialium incognitarum. Exempli gratia, sit $\int \sqrt{(aa + xx)} dx = ax + yy$, & $\int \sqrt{(aa + yy)} dy = \int \sqrt{(az + zz)} dz + ab$ & $\int \sqrt{(ab + zz)} dz = ax$; patet nullam incognitarum posse tolli. Licet enim $x = \int \sqrt{(ab + zz)} dz$; a posset substitui in $\sqrt{(aa + xx)}$, & in ax ; tamen non potest substitui in dx . Id enim succedit tantum, cum loca se tangunt; non vero cum se secant. At Analysis exponentialis, cum nos liberet ab ipsis dx , rem eo reducit, ut possimus tollere incognitas, ut in Algebra; & licet logarithmi vel exponentiales fiant imaginarii, id tamen pro Analyfi non nocet. Et imaginariæ valorem realium ingredientiæ virtualiter destruantur compensatione, atque inde etiam duci possunt constructiones imaginariis calculis.

Supereft ergo ad perficiendam Analysis quadratoriam, ut quadraturæ irrationales reducantur ad racionales. Quod sane jam desiderari animadverti, ex quo meam inveni Quadraturam Arithmetica. Et hinc primo aspectu statim vidi quid Tibi velis, quum quæris xx talem ut $am + xx$, & $an + xx$ sint quadrati, seu cum quæris quadratum, quod datis duobus numeris additum, cum unoquoque faciat quadratum. Ita enim habetur reductio curvæ Ellipseos & Hyperbolæ, similiumque Problematum Tetragonisticorum ad quadraturam Circuli aut Hyperbolæ. Et sane cum mihi olim videretur reductionem ad racionales, saltem quoad ipfas indeterminatas [nam constantium irrationalitas non curatur] ob hoc ipsum semper posse præstari, nec rem ipsam fuissem aggressus: spondebam dimensionem curvæ Hyperbolæ æquilateræ; idque scripseram in Epistola antiqua, quam edidit WALLI-

sius, (1) quod in ea nescio quæ facilitas peculiaris tunc occurrere visa esset. Postea in *Actis Eruditorum*, (2) cum quadraturam cujusdam curvæ, qualis est $\sqrt{(a^+ + x^+)}$ ni fallor, quæretet Dominus *Frater Tuus*, innuebam me eam habere in potestate. Sed cum tandem rem essem aggressus, difficultatem opinione majorem deprehendi. Itaque cum jam idem tentes, convocandæ sunt copiæ nostræ in unum, ut quantum licet progrediamur. Sane hoc problema, ut $am + xx$ & $an + xx$ sint quadrati, habeo cur credam non posse indefinite solvi: multisque aliis tentatis, reductio dimensionum curvæ ellipticæ aut Hyperbolicæ ad quadraturas rationales hætenus non successit, ne inventu quidem imaginariarum. Itaque nondum constat an hoc semper sit possibile. Quod si rem ex voto promoveris, aliquid insigne præstabis. Aliquam ego promotionem dedi, dum adhibui summandas ordinatas, quarum partes sunt ad rationales summandas revocabiles; ita enim erit & totum, verbi gratia, $fy: a = \sqrt{(ab + cx + xx)} + \sqrt{(al + mx + xx)}$; sublata enim irrationalitate habetur æquatio, in qua $yyxx, yyx, xx, xy^2, yy$. Unde habetur summatio ipsarum x [seu $\int x dy$], quia habetur summatio ipsarum y [seu $\int y dx$], quæ y sunt dupliciter exprimibiles, tum per partes duas irrationales, ut factum, tum etiam per radicem universalem, quæ cum summando sit intractabilis, reducitur hoc modo ad duas partes in summando tractabiles. Unde utile nobis considerare diversos modos exprimendi eandem radicem. Reperi etiam etsi $x^e \sqrt{(xx + ab)} : \sqrt{(xx + ac)}$ nondum possit reduci ad rationales quadraturas seu summandas, tamen eo reduci posse $x^e \sqrt{(xx + ab)} : \sqrt{(xx + ac)}$,posito e esse imparem. Nam verbi gratia, ponendo $xx = ay$, fiet $\frac{1}{2} \int a dy \sqrt{(y + b)} : \sqrt{(yx)}$ taliaque multa inveni fed nondum mihi generaliter satisfeci. Plurimum autem mihi spondeo ab ingenio tuo, præsertim cum ipse rem sponte aggressus sis; nam si mea

L 2

tantum

(1) Opp. Tom. III. p. 651. in Epist. LEIBNITII a.d. 21. Jun. 1677.

(2) 1694. Aug. p. 370. Vide quæ hac occasione annotavit noster, Act. Erud. 1695. Febr. p. 64. & responzionem LEIBNITII Ibid. 1695. Apr. p. 184. 185.

1702.
Jun.

tantum commendatione fecisses [de quo sæpe cogitaveram] fortasse minus alacriter institisses.

Unum interim tibi considerandum commendo, a quo nonnihil spero. Quæritur $vv + ab$ & $vv + ac$, ita ut prius æquetur, vel potius identificetur ipsi $\odot\odot\text{z}$: a , posteriore ipsi DDz : a ; patet productum eorum invicem æquari quadrato; quod sufficit, etsi singula quadratis non æquentur. Hoc ut præstetur; sumo $l = x + f$, $m = x + g$, $n = x + b$, & $v = 112\sqrt{lm} + 113\sqrt{ln} + 123\sqrt{mn} + 100a$, & $\odot = 210\sqrt{al} + 220\sqrt{am} + 230\sqrt{an}$ & $\text{D} = 310\sqrt{al} + 320\sqrt{am} + 330\sqrt{an}$, & $\text{z} = 412\sqrt{lm} + 423\sqrt{mn} + 400a$. Hoc modo explicando & valorem $avv + aab$ comparando cum valore $\odot\odot\text{z}$, & valorem $avv + aac$ cum valore DDz , habebitur desideratum, ubi in calculo compendia dabunt homoeoptota, ut sic vocem, & coefficientes numeris fictitiis relationes indicantibus expressi. Pro comparatione autem, seu identificatione, poterunt inveniri valores l & m per n , ita ut non inveniatur n per constantes, sed in ultima æquatione, ubi fieret verbi gratia $\lambda n + \beta a = 0$ positus λ , β , a constantibus, oportet facere $\lambda = 0$ & $\beta = 0$, ut n maneat indeterminata, quod continget bis. Reliquæ æquationes comparativæ, seu identificatoriæ, præstabuntur ope constantium seu coefficientium assumptarum 112, 113 &c. His obtentis habebitur $\int dv \sqrt{(vv + ab)}$: $\sqrt{(vv + ab)}$, per formulam constantem ex $\dots \sqrt{lm} + \dots \sqrt{ln} + \dots \sqrt{mn} + \dots$ quæ revocari potest ad quadraturas rationales, cum quævis pars eo revocari possit. Calculum autem absolvere non licuit. Absolvissem, si olim venisset in mentem, sed ab aliquot annis imparem me sentio calculis prolixioribus. Sed tempus est ut finiam.

Habui & ego olim singulare aliquid & utile circa Sectiones angulares. Præcedentibus scripsi Domino VARIGNONIO. Prima æquatio *Rolliana* expediri potest methodo tangentium vulgarissima. PARENTII Liber merito examinaretur; dudum animadverti affectare eum ut multa & magna invenisse credatur. At Liber ejus dudum:

LEIBNITII ET BERNOULLII, EPIST. CXXXI. 85
dudum cognitis innititur, quibus an recte sua inædificarit dicere
non habeo. Vale & me ama.

Luzemburgi prope Berolinum, in Palatio Reginæ 24. Junii 1702.

Deditissimum

G. G. LEIBNITIUM.

P. S. Quæ me vobis *Hanoveram* rogo mittas more solito.

EPISTOLA CXXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Cum litteris ad VOLDERUM & BAYLIUM.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime!

NON dubito quin nuperas meas cum meditationibus quibusdam
meis circa Analysis Tetragonisticam acceperis. Nunc Augusti
ad Te mitto adjunctas pro Clarissimis Viris VOLDERO & BAY-
LIO, rogoque ut illi mittas tum suas, tum quas alteri destino
litteras, cum replicatione ad ea quæ in iteratâ Dictionarii sui
Editione reposuit meis; rogesque mecum VOLDERUM, ut BAY-
LIO litteras suas cum scripto meo lecto & expenso transmittere,
mihique iudicium suum aperire velit, quemadmodum & tuum
flagito. Interea. Vale & me ama.

Dabam Berolini 19. Augusti 1702.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXXXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

*Nuntiat Regem Prussia jussisse ipsi Nummum Aureum mitti. De suis ad
BAYLIUM & VOLDERUM litteris. De PITCARNIO
& GREGORIO.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime.

1702.
Septemb. **I**NTELLEXI jussisse Regem Prussiae, ut Tibi Nummus Aureus
mittatur pondere circiter 40 Ducatorum. Dabo igitur operam
ut urgeatur executio, & Nummum; ubi pactus fuero, ut reci-
pias faxo. Hoc volui ne nescires, quanquam sciam Te magis
honorem in munere Regio, quam pretium pecuniarium aestimare.

Spero scriptum meum ad Te pervenisse, quo *Baylianis* ob-
jectionibus respondeo. Rogoque ut sententiam Tuam mihi indi-
ces, saltemque significes quamprimum, utrum Tibi sit redditum,
quo sim eo nomine extra metum. Spero & Dominum VOLDE-
RUM mentem suam aperiturum.

Nonne notus est Tibi Dominus PITCARNIUS, *Scotus*, Me-
dicus *Lugduni - Batavorum* docens ac Medicinam faciens. Hunc
aiunt insignem esse etiam in re mathematica. Nuper Libellum
medicum edidisse dicitur.

Davidis GREGORII Astronomicum Opus (3) prodiisse puto.
Credo velut commentarium esse in Hypotheses & ratiocinationes
NEWTONI circa Systema Corporum Coelestium. De coetero ad
prios me refero. Vale.

Dabam *Luzenburgi* prope *Berolinum*. 2. Septembris 1702.

Deditissimus G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

(3) *Astronomia Physica & Geometrica Elementa; Oxon. 1702. fol. &
Geneva 1726. 4°.*

EPIS-

EPISTOLA CXXXIV

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Cum munifate Regis Prussiae.

Vir Celeberrime, Factor Honoratissime!

CUM Serenissimus ac Potentissimus Prussorum Rex fundatæ a 1702. se. Scientiarum Societati jura daret, in se recepit præmia Septemb. illis nonnulla persolvere, qui insigni aliquo invento thesaurum humanæ cognitionis locupletassent. Id cum a Te novo Phosphori genere, quem parare in potestate esset, & in multa, ut apparet, Secula proferre salvum liceret, factum esse constaret; ego, cui Societatis cura a Rege commissa est, Regio Verbo insistens, facile obtinui ut Nummus Aureus quadraginta circiter Ducatorum, quos vocant, pretium æquans, pro Te mihi traderetur, quem nunc transmitto.

Rex, in quo moderatio animi par est generositati, non putat æquari muneribus posse inventarum rerum dignitatem, sed suam erga egregios Viros ostendi propensionem: Quod superest, vale, & Societatis nostræ, unde salutaris, præclara consilia Tibi mecum commendata habe.

Dabam Berolini 24. Augusti (4) 1702.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Consultum erit, ut litteris datis Regi gratias agas, acceptumque Tibi munus testeris.

Rego

(4). Potius Septembris.

Rogo etiam, ut significes an Tibi redditæ sint meæ, quibus inerat responsio ad Cl. BAYLIUM in nova Dictionarii sui Editione, quædam iterum meo Systemati philosophico objicientem, quam petebam & Cl. VOLDERO communicari, ejusque ope ad Dominum BAYLIUM dirigi.

EPISTOLA CXXXV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Significat missum esse Regium Numisma.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1702.
Novem.

CUM Tibi & Domino de VOLDER ample respondere sperarem, impeditus nunc quidem & distractus respondeo tantum, omnia bene reddita esse, & me mox amplius responsurum. Interea significo Numisma Aureum Regis, de quo distinctius Tibi dudum scribere memini, missum esse *Amstelodamum*, ad Dominum HALMAM Bibliopolam celebrem, a quo nomine Tuo peti potest. Hæc festinus.

Dabam *Berolini* 14. Novembris 1702.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Scriptum a Domino BAYLIO remissum rogo ut interim serves.

EPIS-

EPISTOLA CXXXVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responſio ad præcedentem.

*Gratias agit de Numismate Regio. De eodem Epigramma.*Vir Ampliſſime atque Celeberrime. Fautor Honora-
tiſſime.

ACCÉPI cum litteris Tuis datis 24 Auguſti (niſi forte 7bris.) ^{1702.}
elegantiffimum illum Nummum Aureum, quem Potentiſſi- ^{Novemb.}
mus Rex *Pruffiæ* mihi, in Phosphori inventi memoria mitti
juſſerat: Ex dono hoc pretioſo colligere licet, quanta propen-
ſione affectus ſit erga rerum pulchrarum inventores; quamvis in-
ventum meum tanti non ſit, ut in eorum numero habeam, in
id tamen incumbam ut aliquando favore Regio me dignum red-
dam. Rogavi Nob. JABLONSKI, ut per occasionem Regi gra-
tum meum animum aperire velit. Tibi quoque me devinctum
ſentio, quippe qui ſcio quod ex Tua potiſſima commen-
datione hoc honoris mihi contigerit. Non eſt quod multis mi-
hi commendes Societatis noſtræ conſilia; nam ſi quid in me eſt,
quod valeat ad ejus commodum curandum, ex officio contri-
buere teneor, etſi non rogatus. Spero me communicaturum
nova experimenta, occasione Phosphori mei perpetui inſtituta,
quibus rationes meæ de cauſa hujus luminis, a *Gallis* quibuſ-
dam. etiamnum negata mirifice confirmantur.
Ab aliquo tempore tribus vicibus trinas ad Te dedi litteras (1),
ſed nihil haſtenus reſponſi accepi, Direxi illas omnes *H. move-*
ram ut me juſſeras, haud dubie ibi hærent, niſi, (quod non
ſperem) interciderint: Ex poſtremis earum, quibus adjectæ ſunt

Tom. II.

M

Reſpon-

(1) *Eæ deſiunt.*

1702. Responsiones Cl. VOLDERI & BAYLII, videbis me non tan-
 Novem. tum scriptum Tuum ad BAYLIUM rite curasse, sed etiam idem
 illud ab eo & per VOLDERUM mihi remissum esse, quod nunc
 retineo, donec quid de eo factum velis mihi constiterit; quod
 ubi rescivero, nulla in me mora erit, sed ad nutum Tuum om-
 nia diligentissime curabo. Vale.

Groninga 18. Novembris 1702.

Amplitudini Tuæ Devotissimus

J. BERNOULLI.

P. S. Cum nupero die Lunæ litteras Domini JABLONSKI,
 in quibus Nummus Aureus continebatur, aperuissem, impetu quo-
 dam Epigramma adjectum ex calamo protinus mihi excidit; quod
 licet nihil artis habeat, cum tamen exprimat studium meum in
 Regem, Tecum communicare non dubitavi.

EPIGRAMMA SUBITANEUM.

*In munificentiam Serenissimi & Potentissimi Prussorum Regis,
 Pretioso Nummo Aureo compensantis inventum Phosphori perpetui
 ex mercurio seu argento vivo parati.*

*Cum Venus Eoas rutilat radioſa per undas,
 Ex undis Titan mox oriturus erit.
 Lucifer ecce novus, nobis quem candida præbet
 Mercurii factes; ne sine Sole foret,
 Sol novus excoritur forti de gente Boruffa,
 Hinc decus, hinc splendor fulget in orbe novus.
 Hujus dum Jubaris radius mea teſta ſubintrat,
 Lumine mercurius vividiore micat.*

EPISTOLA

EPISTOLA CXXXVII.

BERNOULLII AD JABLONSKIUM.

Regi Prussiae gratias agit de Munere Regio.

Vir Nobilissime & Amplissime, Fautor Honoratissime.

PER nuperrimum Tabellarium allatae mihi sunt Litterae Tuae 1702: humanitatis plenae, una cum Munere Regio, Nummo scilicet Novem. Aureo & pretio & elegantia insigni, quo Serenissimus & Potentissimus *Prussorum* REX, meum, ut ut tenue, inventum Phosphori perpetui munerari voluit; quod ocus significandum censeo, ut ea de re securum Te redderem, simul & rogarem, ut, data occasione, Regiae Majestati devotissimas, meo nomine, gratias agere velis, atque testari quanto in pretio apud me sit illustre hoc favoris Regii Monumentum, anam mihi daturum, tantam REGIS propensionem omni loco & tempore deprædicandi; quod stimulum in meliora studia addet, ad molienda plura, quae Societatem nostram Scientiarum promoveant, in perpetuam Augustissimi ejus Fundatoris Gloriam. Coeterum vehementer exopto occasionem Tuam in me demerendi affectum; ad quodvis certe officii genus paratissimum habebis.

Groningae a. d. 18. Novemb. 1702.

Nobilissimæ Amplitudinis tuæ cultorem indefessum.

J. BERNOULLI.

Ad Dominum JABLONSKI Secretarium Societatis Scientiarum Berolinensis.

EPISTOLA CXXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

De Substantia & Natura Corporis. Varia.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1703.
Jun.

MULTI menses sunt, quod a Te pariter & præclarum virum B. DE VOLDER, dedi litteras VOLDERO destinatas reperi in Schedis meis, iterumque descriptas nunc mitto, & ad eum curari peto. Videbis ex illis, quid ad difficultates ejus reponam, quibus & tuis, ni fallor, satisfieri potest.

Cum in Corpore pene nihil aliud sit quam Entelechia; non video quomodo ea spoliari possit. Certe Substantia sine Entelechia esse non potest. Cum corpori initio vim impressam dico, nihil aliud intelligo, quam non prius existentiam quam vim habuisse; addo nec habere potuisse. Vires derivativæ & mutabiles sunt modificationes rei substantialis & remanentis; nec quicquam rei a Deo imprimitur, quod non fluat ex ejus natura; neque ab alio impressio facta intelligi potest.

Schediasma Tuum de quadraturis per resolutiones fractionum insertum est *Actis Eruditorum* (2).

Ego cum diu adversa valetudine *Berolini* laborassem, nunc Divino munere restitutus huc appuli, & commercia pariter litteraria, aliosque labores utcunque resumō. Quod superest, Vale & me ama.

Dabam *Hanovera* 20. Junii 1703.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

EPIS.

(2) 1703. Janu. p. 26. & Mem. de l'Ac. R. des Sc. de Paris 1702. pag. 89. *vel etiam* Opp. Tom. I. N°. LXX. pag. 393.

EPISTOLA CXXXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

De *Posthumis Hugenianis*. De *Tschirnausi circa Dioptricam promissis*. De *transformationibus*. De *Cupero*.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime!

CUM nuper eximio nostro *Voldero*, litteris Tibi missis, 1703. scripserim nondum me accepisse *Hugeniana Posthuma* (3); Jul. eaque nunc demum ad me pervenerint, subnatæque sint aliæ ad Te scribendi causæ, simul id significare petereque volui, ut quando crebrius Domino *Voldero* scribis, hoc quoque eum docere, & meo nomine gratias repetere velis.

Percurrî obiter, & puto consentire nostris, quæ de motuum Legibus habet *Hugenius*, sed non ea constituissè principia, quæ omnibus definiendis sufficiant; itaque nec de concursu nisi centrico & corporis unius cum uno sibi immediato agit.

Dominus *Tschirnausius* sperat in *Microscopiis* & *Telescopiis* multo plura præstare, quam possibile putat *Hugenius*: consilium mihi est aliquando rem expendere diligentius.

Quod si Tibi interim vacabit facere, plurimum deferam iudicio Tuo. Quæ memoras de *Problemate* inserto in *Parifino Diario* (4), curvas infinitas specie diversas inveniendæ datæ æquales, non vidi. *Problema* tamen ipsum putem non difficulter solvi infinitis modis, & alia etiam præstari majora. Ni fallor, aliquando & Dominus *Tschirnausius* aliquid tale promittit. Mentionem aliquando nonnullorum ad me *Problematum* a Te *Solutorum* feceras (5); ex quibus quædam me habere, quæ

M 3

(3) *Edita Lugdunî Batav. 1703. 4.*

(4) 1703. 7. *Journal du 12. Fevrier, vel Opp. Tom. I. N. LXXII. pag. 406.*

(5) *Vid. Epist. CXXX.*

quædam non habere putabam, & in his lucem a Te petebam. idque repeto, cum Tibi vacabit.

Non fatis scio; utrum *Deventriae*, an alibi habitet Dominus CUPERUS, Vir etiam in litteris egregius. Itaque cum vobis vicini id ignotum esse non possit, volui a Te petere, ut si alibi agit, corrigas inscriptionem, & litteras ad ipsum mitti cures; ego vicissim, qua poterò, officia præstare studebo. Nunc Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 3. Julii 1703.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXL

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Officii ergo. De Cluveriano Microscopio.

Vir Celeberrime, Fautor & Amice Honoratissime!

1703.
Septemb.

BINAS ad Te litteras me dedisse puto; quibus cum nihil sit responsum, suspicabar Te domo abfuisse: sed nuper juvenis Doctus *Gotbanus*, qui Te in transitu salutavit, certiore me reddidit, esse Te domi. Itaque has volui ad Te dare, saltem ut scirem an binæ priores essent redditæ; præsertim cum novissimis (6) [si bene memini] inclusæ fuerint repetitæ litteræ ad Cl. VOLDERUM, quas redditas olim negabas.

Dominus CLUVERIUS promittit nobis novum Microscopii genus, quod magnitudinem, nescio an & salva claritate, multiplicet in infinitum. HUGENIUS hic limites esse putat in *Opere posthumo*. Vale, & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 8. Septembris 1703.

Deditissimus G. G. LEIBNITIUS.

(6) *Eæ deesse videntur.*

Responsio deest.

EPIST.

EPISTOLA CXLI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Curvarum transformatione. De CHEQUÆI methodo fluxionum inversa. De statione mutanda vel conservanda. De quibusdam Manuscriptis, præcipue CARTESII.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

GRATUM est intellexisse, quod Litteræ meæ, quibus Cl. 1703.
 GVOLDERO respondi, tandem secunda vice recte sunt ad Octob.
 Te perlatæ: verebar enim profecto, ex silentio, ne forte ut prima vice, periissent.

Aula nostra extra urbem in vicinia est: ego ibi plerumque agere jussus sum, assignatis etiam in Palatio cameris. Ita rarius converſor cum Analyſi, aut inspicio veteres chartas meas. Faciam tamen, tum ut Tibi explicem, qua ratione, sane amplissima, datæ curvæ æquales exhibeam curvas algebraice algebraicas, infinitis modis, quod a multis annis habeo; tum ut Tibi perscribam, quid in Problematibus Tuis solutum habere expetam.

CHEYNEUS Scotus Librum suum (7) etiam ad me misit; sed, ut verum fatear, pene Tyronis opus esse videtur in illis studiis; adeo nihil reperio, quod non facillime ducas ex pervulgata jamdudum methodo Serierum. Nec ullum aggreditur Problema alicujus momenti. Quod si vel aliquam seriem novam elegantem exhibuisset, saltem ex labore ejus proficeremus, & tamen supercilium sumit. Tales Libri quotidie multi scribi possunt non magno operæ pretio. Itaque nisi meliora proferat, hominem sibi relinquendum, vel potius ad medicinam bene faciendam hortandum censeo. Interim mihi gratum erit, quæ ipsi scripsisti videre; tum quæ

(7) Fluxionum methodus inversa, quantitatum fluentium leges generatiorum. Lond. 1703. 4°. in quem Librum, vide Joh. BERNOULLII Animadversiones, Opp. Tom. IV. N°. CLXVII. & seq.

1703.
Octob.

quæ VOLDERO circa ea quæ HUGENIUS de motu reliquit, egregia pro illo tempore, sed opinor nostris non conferenda. Vellem & Dioptricen ejus examinasses.

Difficile fuerit Tibi consilium dare, inter *Basileam*, *Ultrajectum*, & *Groningam* fluctuanti, nisi omnibus circumstantiis perfectis.

Si omnia æqualia essent, credo ad præferendam Patriam impelleret Conjux: sed si alibi meliores conditiones offeruntur, Patria esse videbitur, ubi optime erit. *Groningam* tamen non putem, nisi insigni emolumentorum augmento, deserendam; modo valetudini conveniat aer: valetudinis enim super omnia habenda ratio est.

Aliquando quorundam *Fostlumorum* CARTESII Editio promittebatur in Batavis. An prodierint nescio (8). Ego ex iis nonnulla itidem habeo. Talia sunt Regulæ veritatis inquirendæ [quæ mihi non admodum singulares videntur] illustratæ exemplis non male (9), Fragmentum Dialogi Gallici, Primæ cogitationes de animalium generatione *, &c. quod si non ederent qui promittere, possem ego Librario edituro submittere, & addere quædam inedita GALILÆI & VALERIANI M. & PASCALII; & meas notas, quas vidisti in CARTESII partem *Principiorum* generalem, aliaque id-genus. Neque aliud poscerem a Librario, quam magnum numerum Exemplarium, ob tot amicos per Orbem. Si edita sunt *Cartesiana*, forte tamen cætera placebunt; præsertim cum addi possint quædam inedita CAMPANELLE, aliaque id genus.

Gratulor Tibi honorem certaminis præclararum Urbium de Te. Opto mature discere an Te in vicinia porro sim habiturus. Quod superest, Vale & me ama.

Dabam Herrenhusæ prope *Hanoveram* 2. Octobris 1703.

Deditissimus.

G. G. LEIBNIZIUS.

Responsio deest.

EPISTOLA

(8) *Prodierunt Amstel. 1701. f. R. DES-CARTES Opuscula postrema physica & mathematica.*

(9) *Ee, ut puto, in Collectione ista habentur.*

(*) *Est idem de hoc Opusculo dictum puta.*

EPISTOLA CXLII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Laudat consilium manendi Groningæ. De studio Matheseos. De sua methodo Curvas transformandi: De Opusculo Cheynæano. Quod Methodum Serierum non habuerit a NEWTONO. De Posthuma CARTESII & ROLLII Algebra. De HUGENII phoronomicis, & legibus motus.

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime!

LAUDO consilium Tuum, quod maluisti manere *Groningæ*, 1703. nec præter rationem locum mutasti. Vellem haberes quem Novem. posses commendare *Ultra:ectinis*. Sed vide sterilefcere hoc Ævum in omni pene genere doctrinæ, & quanto majora habent subsidia studiosi, eo magis ignaviam invalescere.

Sæpe iis, qui Mathesin $\pi\rho\sigma\tau\acute{\alpha}$ $\acute{\alpha}\lambda\theta\eta\alpha$ inservire negant, Tuum, aliorumque paucorum, exemplum ingessi, quos lautis conditionibus invitant Principes & Respublicæ, dum mediocres illi, atque intra vulgata hærentes merito tenuiori fortunæ relinquuntur.

Methodus illa mea multo plus præstat, quam Problema illud Tuum, curvas algebraïcas innumeras datæ algebraicæ æquales; imo habet aliquid inexpectatum, de quo ubi otium nactus fuero.

CHEYNÆUS mihi vix Problemata aggressus videtur; alioqui sensisset quam non facile sit Problematibus per finita solvendis viam monstrare per Series infinitas, & Serierum abruptio tam variis modis contingere potest, ut nonnisi multa arte eligi possit, quæ ad rem faciat. Talium autem artium nulla apud eum vestigia deprehendo.

Inepte NEWTONO vindicare vult Methodum Seriei per arbitrarios coefficientes assumptos, & comparatione terminorum de-

1703.
Novem.

terminandos investigandæ. Nam ego eam publicavi, (1) cum nec mihi, nec cuiquam alteri, saltem publice, constaret tale quid habere & NEWTONUM. Nec ipse jam magis sibi tribuet, quam mihi. Uter prior habuerit non dixerim. Ego jam adhibui in antiquo Tractatu de *Quadratura Arithmetica*, quam HUGENIUS & TSCHIRNHAUSIUS *Parisiis* legere.

Esto; sit CHEYNEUS paulo supra Tyronem; certe facile dare potuit quæ dedit. Quicumque semel intellexit nostra, talem librum facile componet. Certe nullam novam Seriem pulchram, nullum Theorema elegans affert. Præterea non syntheses illæ Serierum, aliorumque Theorematum, sed Problemata sunt lapis lydius Methodorum.

Significa, quæso, titulum Libri posthumi *Cartesiani*, & apud quem sit impressus, (2) ut possim petere ex *Batavi*. Ita videbo quid addi possit. *Polyindri* cujusdam in meis fragmentis latinis mentionem fieri non recordor.

Nuper demum *Berolini* apud Dominum CUNEBUM, vidi librum quemdam ROLLII in 4°. (3) Apparet ingenio non carere, sed mire esse perplexum, & ex musca elephantem facere, & inventa Serierum fruge vesci glandibus suarum intricatissimarum appropinquationum. Plura promittit, quæ non vidi? Est autem promissis ditissimus, & aliorum quorundam exemplo in abstracto sibi fingit miras Methodos. Sed ubi Problema solvi debet, *ubi arma Dei ad Vulcania ventum est*.

Mortalis mucro, glacies ceu futilis, icluerne Dissilit.

Placent valde quæ notas ad HUGENII Phoonomica; præfertim quod Calculo subiecisti incrementa velocitatum per interpositionem corporum. Totum cæteroqui opus HUGENII nititur hypothese, vera quidem & successu confirmata, & a me quoque adhibita, sed quam *a priori* non facile demonstrabit aliquis, aut
Geome-

(1) Act. Erud. 1693. Apr. pag. 178. G. G. L. *Supplementum Geometriae practicae sese ad Problemata transcendentia extendens, ope nova Methodi generalissima per series infinitas.*

(2) Vid. *Epist. Super.*

(3) *Algebram, arbitror, gallice scriptam, qua prodit Paris. 1690. 4°.*

Geometricæ vel Metaphysicæ necessitatis esse ostendet; Nempe ^{1703.} quidquid verum est de motu certa duorum motuum compositione ^{Novem.} facto, id verum etiam esse de motu ejusdem directionis & velocitatis libero aut alia compositione facto; atque ita qui corporum in navi mota concurrentium motu apparenti ex ripa oritur effectus apparens in eadem ripa; hunc oriturum etiam, si navi & alveo aquæ sublato vel in ipsa ripa idem concurrentium motus cerneretur. Hoc principium erroneum male putavit *Honoratus FABRIUS*, cum *KEPLERI* & *CARTESII* modum demonstrandi æqualitatem incidentiæ & reflexionis oppugnet. Interim, eventu magis quam demonstratione necessaria, hoc principium varie compositi motus idem efficientis stabiliri fatendum est; neque causam quærentibus aliam occurrere, quam harmoniam sive perfectionem rerum; a qua in universum verum est pendere leges motus, tanquam effectus Supremæ Mentis, non a surda quadam necessitate, qualis geometrica est. Verum quidem est easdem esse Conicæ Sectionis proprietates [ut exemplo utar,] sive motu in plano, sive sectione solidi construatur; sed ibi certo pronuntiari potest, unam lineam ab altera non differre, quoniam, causa remota, subsistunt: Ast duos motus, qui diverso modo producuntur, cum post causam remotam minime subsistant, non æque eosdem pronuntiare licet, nec causam physicam vel geometricam reperias, cur corpus, navi forte impedita, aperto in prora exitu, in stabile planum exiliens easdem leges sequi, & ut sic dicam, meminisse debeat eorum quæ in navi fiebant; quæ nullum sui vestigium reliquere. Idem est in omnibus demonstrandi Methodis; quibus hic utimur; exempli causa, quod corpora concurrentia id observare debent, ut vim nullam vel accipiant vel tribuant, per quam vel nimis parum vel nimium asurgere possint, ne scilicet relabendo effectus potior aut inferior causa oriatur; neque enim est in illis cavendi intellectus. Est & aliud principium, ex quo semel admissis leges motuum ostendi possunt, nempe quod idem sit ictus, idemque a se invicem recedendi conatus, modo eadem sit celeritas appropinquationis concurrentium; ita ut non referat quis in alterutro sit motus: sed

1703.
Novem.

hoc quoque principium magis assumitur ex fundamento harmoniæ, quam perfecte demonstratur; assumitur, inquam, materiam motui resistere, seu corpus quiescens non pati se loco dimoveri, nisi refracta vi incurrentis; cum tamen in materia nihil aliud concipiendo quam extensionem & impenetrabilitatem nihil tale inferri queat, & sequi potius debeat quantumcunque quiescens a quantumcunque sine resistantia loco pelli debere; sed ita omnis Harmonia Legum naturæ tolleretur, & mutationes fierent per saltus. Itaque postremo recurrendum est ad principium Harmoniæ, sive Sapientiæ, atque id ipsum pulchre evenit, ut de Supremo Authore in ipsis Legibus suis generalibus Natura testetur, quod cessaret si Geometriæ demonstrationi locus foret.

Ex his vides, etiam non esse cur putes, uno tantum me usum principio; nempe reductionis ad motum perpetuum, tanquam absurdum: quanquam adhibui in *Actis*, (4) ut rem intellectui omnium accommodarem. Cæterum vix ulla excogitabitur methodus, qua non sim usus ad idem efficiendum. Nempe non tantum ope gravium, sed & elasticorum deprimendorum, æqualitatis effectus & causæ; æqualitatis inter actionem & reactionem concurrentium, indiscernibilitatis hypothesium, evitandi saltus & intervētus virium mortuarum, compositionis motuum; & speciatim concursus obliqui. Inprimis vero delectatus sum consideratione metaphysica virium & actionum, quoniam positis definitionibus rei maxime consentaneis, inde geometrica necessitate efficio, vires esse in ratione composita ex simplice corporum & duplicata celeritatum. Usus quoque sum æquationibus, quas pene anno abhinc ad Dominum *Fratrem* Tuum interrogantem perscripsi; nempe, posito motum ipsius *a* ante concursum esse *v*, post *x*, & motum ipsius *b* ante concursum esse *y*, post esse *z*; fore $v - y = z - x$, seu $v + x = y + z$ & $av + by = ax + bz$, & denique $avv + byy = axx + bzz$, ita tamen ut signa harum litterarum mutantur, cum directio contraria est prævalenti. Ex duabus autem æquationibus quibuscunque hic sequitur tertia, & sunt adhuc

(4) *Disputans contra* PAPINUM. 1690. Maii. p. 235. 1691. Septemb. p. 441. & in *specimine* Dynamico. Ibid. 1695. Apr. p. 156.

adhuc aliqua profundiora. Cæterum Dominus HUGENIUS, sup-
 posito principio compositi motus, non habebat opus principio de
 affurgente centro gravitatis, quod coincidit cum æqualitate effec-
 tus & causæ; nam quæ reciprocis moli celeritatibus sibi occur-
 runt Elastica, ea sibi mutuo motum adimere debere, geome-
 trica necessitate constat, ex natura æquilibrii & virium mor-
 tuarum.

Litteras adjunctas ad eximium nostrum VOLDERUM curari
 peto; cui & hæc puto non ingrata erunt de legibus Naturæ,
 non ex geometrica necessitate, sed Sapientiæ & harmoniæ princi-
 pio plene derivandis. Oblitus sum dicere, HUGENIUM videri
 non cogitasse de elastro concurrentium; unde coactus est recurre-
 re ad principium centri gravitatis. Propositionem primam separa-
 tim demonstravit a secunda, quia nondum satis tunc in usu erat
 ratiocinatio ex mea lege continuitatis; quam etiam in Geometria
 Elementari prodesse memini. Nam cum EUCLIDES assumat;
 potius quam demonstrat; duas rectas æquidistantes esse in eodem
 plano; res statim conficitur, si sub convergentibus comprehen-
 dantur, ubi punctum infinite abest, seu cum ratio datæ ad ejus
 elongationem evanescit.

Quoniam Dominus *Frater Tuus*, & alii, mirantur quod duo
 corpora inæqualium virium se mutuo fiant, [quod etiam magno
 HUGENIO fraudi fuisse videtur, ne naturam virium plene perspici-
 ceret,] ideo soleo eos admonere, ut distinguant inter vires vi-
 vas absolutas, quibus effectus aliquis violentus produci potest [ut
 ascensio gravis, tensio elastici corporis, motus quiescentis,] &, ut
 sic dicam, impeditivas, quæ necessario leges virium mortuarum,
 vel si mavis embryonatarum, sequuntur in destruendo se mutuo;
 quia destructio non fit per saltum, sed continuo, seu per inassigna-
 bilia decremента, id est, per vires embryonatas. Sed vires impedi-
 tivæ toto genere distant ab absolutis, ut angulus contingentiæ a recto.
 Quod superest, vale & fave.

Dabam *Hanoveræ* 22. Novembris 1703.

Deditissimus G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deesse videtur.

EPISTOLA CXLIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

*De litteris suis amissis. De Speculis Causticis. Methodus transformandi Curvas,
ex Principio optico.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1704.
Januar.

EX quo meæ ad Te VOLDERUMQUE nostrum Litteræ periere, quas, ut memini, iterum mittere coactus sum; idem metuo cum quas ad utrumque scribo, ad Te pervenisse non intelligo. Scio enim esse quosdam curiosiores quam par est rerum alienarum, quos Epistolas nonnullas a me aut ad me aperuisse aliquando & suppressisse comperi.

Anglus quidam hac transiens, qui aliquandiu *Gravinge* egerat, narravit esse Tibi compositionem nescio quam, non metallicam, Speculis aptam, quam & ipsi communicaveris. Occasio in eam inquirendi apud eum non fuit, & malui a Te quærere quidnam id rei esset.

Quidam Tornator *Dresdæ*, visis T S C H I R N H A U S I I Speculis metallicis, alia ex ligno fabricavit, quæ auro foliato obduxit, nec contemnendus est effectus, etsi ut credi potest, metallicorum vim non æquet. Alii pro ligno non male gluten, aut massam glutinosam adhibuere, quæ ipsa deinde insaurata fuit. Hæc massa minus mutationibus obnoxia est.

Cum nuper forte Epistolas digerens in Tuam incidissem, qua mentionem facis Problematis inserti, ut scribis, *Parisko Diario*, (1) nempe Curvas invenire Algebraicas specie differentes datæ curvæ Algebraicæ æquales, volui nonnihil experiri methodum, quam animo conceperam; & paulum meditatus, statim incidi in viam & generalissimam & facillimam. Esto (*Fig. 97. & 98.*) linea data B (B): Assumatur pro arbitrio (specifice tamen determinata debite, &

(1) 1703. 7e. Journ. du 12. Febr. vel opp. Tom. I. N°. LXXII p.406.

& collocata ut mox dicam] linea F (F), quæ præstet Speculi vi-^{1704.}
 ceem, & radios BF, ipsam B (B) tangentes reperiatur angulo in-^{Januar.}
 cidentiae & reflexionis æquali. Horum radiorum reflexorum FL
 concursu formata linea L (L) habebit differentiam cognitam a da-
 ta B (B). Sunt enim lineæ BB, LL coëvolutæ eodem circum-
 plicato filo, & sic stylo filum tendente describetur F (F). Jam
 cum $BFL + L. (L) \text{ fit } = B. (B) + (B) (F) (L)$; patet fore
 $B. (B) - L. (L) = \text{cognitæ } BFL - (B) (F) (L)$, differentia
 filorum. Sunt autem lineæ B (B), F (F), L (L), algebraicæ:
 ergo & differentia filorum habentur algebraice. Et quia de casu
 tantum speciali, (etiam ad quemlibet applicabili,) seu arcu dato
 B (B) in calculo agitur, ideo species infima, [sive aliqua paramet-
 rorum] vel litus etiam Speculi F (F), sic assumi potest ut, in
 casu proposito, hæc filorum differentia sit nulla, imo data. Effi-
 ci etiam potest, ut summa curvæ datæ & quæsitæ sit data, uti
 arcuum B (B) & L (L), si simul crescant vel decrescant fila BF,
 FC. Quod si pro reflexione adhibeas refractionem, vel pro re-
 flexione ordinaria fictitiam, quam adhibuit CARTESIUS; pote-
 rit fieri ut curva prodeat, quæ sit in ratione data ad datam,
 itidem infinitis modis, ut prodeant specie differentes. Quanquam
 etiam obtineri possit, per ordinariam reflexionem, Curva, quæ sit
 ad datam in ratione data; si nempe datæ similem in ratione data
 facias, & huic æqualem, modo explicato. Poterit etiam genera-
 lissime in terminis simplicibus Curva talis fieri, ut unus arcuum
 sit æqualis summæ vel differentia inter rectam datam & magni-
 tudinem, quæ sit in ratione data ad alterum arcum, ut si cur-
 va data sit x , quæsitæ y , & postuletur $y = c + bx : a$, &
 plura hujusmodi confici possent, si utilitas appareret.

Si Speculum reflectendo radios reddat convergentes, ut in
 figuris adjectis, Speculum est figura quæ omnes Ellipses tangit,
 quorum foci sunt in punctis B & L respondentibus, floque
 BFC; sed in casu, quo radii reflexi divergentes sunt, seu trans
 Speculum convergunt, patet hoc Speculum esse lineam ad omnes
 Ellip-

1704.
Januar.

Ellipses perpendicularem : idem est si pro reflexionibus refractiones adhibeamus, concursusque sit non trans Lentem, sed citra; quæ consideratio & alias connexionem subinde inter tangentem & perpendicularem iisdem curvis curvam dabit. Sed talia omnia a Te rectius & penitius discutientur; ego quæ abstrusiora nunc ægre attingo. Vale.

Dabam *Hanovera* 3 Januarii 1704.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

EPISTOLA

EPISTOLA CXLIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De CRAIGIO & CHEYNEO & GREGORIO. De NEWTONI
Optica & Theoria Lunari. De HALLEIO.

Vir Celeberrime ! Fautor Honoratissime !

CUM Litteræ Tuæ, quas duo *Angli* attulere, jamdudum scrip-
tæ sint, spero ex eo Tibi redditas meas, cum inclusis ad ^{1704.}Januar.
VOLDERUM. Nuper Tibi iterum scripsi, ut inquirerem de ea-
rum fato.

Si Dominus CRAIGIUS Librum Domini CHEYNEI laudat,
non miror; laudatus ab ipso & *Scotus* loquens de *Scot*.

Cæterum non video quomodo Dominus CRAIGIUS dicat me-
thodum, qua in Quadraturis utitur, etiam a CHEYNEO adhi-
beri; ita ut methodus Calculi differentialis inverfa inde incredi-
bili cum incremento sit promotâ. Nam, ni fallor, diversa est
methodus CRAIGII & CHEYNEI, & non memini videre in
CHEYNEO soluta Problemata aliqua difficilia conversæ Tangen-
tium. Ego vero non puto Te aliquid didicisse ex libro CHEY-
NEI. Sin erro, rogo Te ut Tui luminis me quoque partici-
pem facias.

Si Dominus GREGORIUS satis Græce scit, poterit utilis esse
Reipublicæ litterariæ, edendis & recensendis Mathematicis
Græcis, in quo sane operæ pretium faciet. De cætero non me-
mini aliquid ab ipso videre magni momenti. Opus ejus Astro-
nomicum, si qua nova habebit, erunt paraphrastica *Newtoniano-*
rum Mensuratio figurarum (1) erat exigui momenti. In Diop-
trica sua meam doctrinam de Circulis osculantibus curvarum of-
culatarum succedaneis extenderat in Librum (2), ne mentione

Tom. II.

O

quidem

(1) *Exercitatio Geometrica de Dimensione Figurarum, &c.* Edimb. 1684. 4°.

(2) Vid. Epist. XXX, XXXII, XXXIV.

1704.
Januar.

quidem mei facta; quod ne reprehendi posset, praevenire Lectorem voluit, dicendo se multis ante annis hæc prælegisse. CHEYNEUS ipsius popularis vix eo se adduci patietur, ut aliquid contra ipsum Tibi communicet, & sententiam NEWTONI vel eliciat vel perscribat *Gregoriana* Demonstrationi Catenariæ adversam. Interim tentatum id a Te non nocet, vel ideo ut intelligat ipse GREGORIUS, nihil aliud se lucratum demonstratione sua, ejusque Apologia, quam intelligentium grave ipsi iudicium; tanto magis quod monitus non respicit, & errores pertinaciter defendit. Gratum mihi est quod *Newtoniana* colorum Theoria (1) prodit. Vellem etiam ut daret NEWTONUS novam suam Theoriam Lunæ (2), quam apud me laudavit HALLEIUS, in *Angliam* nunc, ut mihi scribitur, ab Adriatico mari reversus, & ut ipse mihi narravit, mox in Mare pacificum navigaturus, ut perficiat Theoriam declinationis magneticæ. Laudandum est indefessum Viri studium juvandæ Scientiæ. Vale.

Dabam *Hanoversa* 15. Januarii 1704.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Deest aliqua Epistola Bernoulliana.

(1) *Optik*, i. e. *Optica*, sive de reflexionibus, refractionibus, inflectionibus & coloribus lucis Libri III. Lond. 1704. 4°. *Sæpius vera Angl. & Latine, & Gallice recusa.*

(2) *Prodiit sub hoc Titulo*, A. new Theory of the Motions of the Moon. *Inserta est vero Astronomia Gregoriana, post Prop. XXIX. Lib. IV. pag. 507. Ed. Genev.*

E P I S.

E P I S T O L A CXLV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

*De Speculis causticis. De Curvis transformandis & addendis.
De lege continuitatis.*

Vir Celeberrime!

PAULO post scriptas meas Litteras penultimas, *Angli* duo ad 1704. me venire cum Tua Epistola proxima, cui statim respondi. *Januar.* Novissima a Te veniens *Brunswigæ* me deprehendit. Huic iterum respondeo statim, quia in eo sum ut excurram *Halberstadiam* aliaque vicina ad loca, venatum Historica Manuscripta, ubi otium ad nostra non erit, ubique enim amicorum numerus non exiguus me obsidebit. Non vanus sed justus fuit de litterarum amissione metus,

Iterum potest accidere, quod semel potest.

HERMANNUM quod *Ultrajectionis* commendas, recte facis.

Non redierant in mentem quæ de apta Speculis plumbagine scripseras (1). Unde æstimare potes quam revocer a studiis, quibus maxime delector, & quibus potissimum operam darem, si mei essem juris. Liber plumbagine perpolitus in superficie communi paginarum terminatrice, transmissus fuerat a Celebris illo *Wilhelmo PENN*, qui *Pensylvaniæ* nomen dedit; & nunc quoque esse puto in scriniis Serenissimæ Electricis.

Habet refractio suas ad comburendum commoditates, quibus motus *Tschirnhausius* Specula deseruit, & verum est in majora objecta commode Speculo non agi, ne radios intercipient, nisi Specula multiplices. Cogitavi olim an non loco ingentium Vitrorum, quæ & difficulter parantur, & non commode mo-

(1) Vid. Epist. CXXVIII

1704.
Januar.

ventur, posset adhiberi compositum ex duobus vitris concavis, concavitatem sibi obvertentibus; si modo haberetur liquor interfundendus bene perspicuus, qui magnam satis refractionem daret, & refractioni vitri multo vicinior, quam est refractione aquæ. Sane refractione spiritus vini major quam aquæ est, & memini notare olim ex aliorum observatis, quanta sit, sed nunc non occurrit. Tibi non ignotum puto; quod si meministi, aut facile reperire potes, perscribere quæso, cogitaque an alius liquor aptior sit. Ego microscopiis exiguis itidem plus solito præstari posse cogitavi, si pro vitro adhibeatur frustillum adamantis, cujus maxima refractione est.

Placet quod methodus mea curvæ datæ æquales infinitas exhibendi a Tua [quam non explicas] (1), diversa est, ita enim augetur Scientia. Putem & pluribus curvis datis mea methodo æqualem dari posse per plurimum coevolutionem. Miror autem quod TA.XVII. non perspexisti id quod æquale est differentiæ (Fig. 97. & 98.) Curvarum B (B) & L (L) datum, vel nullum fieri posse, in casu speciali, seu dati certi arcus B (B). Nam generaliter est $+ \text{Arc. B (B)} \mp \text{arc. L (L) mult. per } r, \text{ æqual. } + \text{BF} \mp \text{FL. } r - (\text{B}) (\text{F}) \mp (\text{F}) (\text{L}). r$,posito r esse rationem refractionis, vel mutatæ reflexionis, quæ in casu vulgaris reflexionis est ratio æqualitatis, uti in casu differentiæ \mp est $-$. Jam assumpta pro arbitrio curva FF, seu æquatione ejus locali fituque; inde calculo derivabis curvam L (L), (F) (L), speciatim, ob puncta extrema B, (B), F, (F), L, (L), data vel inventa: calculo habebis ergo & valorem ipsius $+ \text{BF} \mp \text{FL. } r - (\text{B}) (\text{F}) \mp (\text{F}) (\text{L}). r$, in terminis mere algebraicis; ubi præter simpliciter datas ex datis B & (B), calculo adhuc insunt constantes pro arbitrio sumendæ, eæ scilicet quæ determinant curvam F (F) specie infima, magnitudine, aut positione: nempe longitudine parametrorum aut distantia verticis, aliorumque punctorum fixorum curvæ FF a recta data, pro arbitrio assumtis. Itaque facillime fiet hic valor in casu proposito speciali certi arcus dati æqualis quantitati datæ vel nulli;

(1) Per motum rectorium. De quo vid. A. E. 1705. Aug. pag. 347. vel Opp. Tom. I. N°. LXXIV. pag. 408.

nulli; cum ita habeatur æquatio algebraica, in qua sunt arbitra-
 riæ, quarum una quævis pro incognita assumi potest, cæteris ^{1704.}
 pro arbitrio explicatis. Vides etiam cum curva FF possit eligi ^{Januar.}
 speciei cujuscunque, verbi gratia, Ellipsis, Parabola, Conchoïda-
 lis, Cissoïdalis, &c. [cujus deinde situs & parametri arbitrio aut
 calculo determinantur] impossibile esse ut ex sola hac determi-
 natione ad casum specialem unicum, nempe certæ portionis da-
 tæ curvæ inter data puncta B & (B), fiat curva L (L) eadem spe-
 cie ipsi B (B) similisque in omnibus punctis; idque ut aliquando
 obtineatur raro & vix magna arte præstabis, possetque in id pro-
 vocari confidenter maximus quisque Geometrarum. Sed si vellem
 ego efficere per unam lineam F (F) specie, & magnitudine, &
 positione eandem, ut non tantum in casu datorum punctorum
 B & (B), sed & aliorum ejusdem BB quorumcunque, fieret
 quantitas paulo ante posita algebraïca æqualis nihilo vel dato sem-
 per eidem; nimium e Republica Geometrica peterem; atque hoc
 modo rem a Te acceptam, atque ita Te deceptum puto. Nunc
 vero nihil aliud postulo, quam ut in uno casu certi arcus for-
 mula aliqua algebraïca, quam ingreditur recta arbitraria, fiat da-
 to vel nihilo æqualis. Quod si alia puncta quam B, (B), in cur-
 va data assumas, vel saltem manente B aliud pro (B); tunc etiam
 vel Speculum FF aliud orietur specie infima, alia assumta para-
 metro, [ut si pro Ellipsi una $2ax - (a:b)xx = yy$, fie-
 ret $2ax - (a:2b)xx = yy$], vel saltem manente Speculo,
 erit alia nonnihil positio ejus [ut si Ellipseos prioris vertices,
 centra vel foci aliam a coaxibus datæ curvæ BB distantiam acci-
 perent]. Curva igitur tota FF, ut & LL pro variantibus parti-
 bus ejusdem curvæ BB, ordinatim variatur natura vel positione.
 Ut in Exemplis rem tentes [vel refutandi animo si velis, quan-
 quam eum, si quid judico, nunc retinere non facile potes] ego
 potius a Te petere audeo, quam ut ipse aggredi ausim; adeo
 nunc sum calculis omnibus etiam levissimis ineptus. Cæterum vi-
 des me proprie loquendo nec osculis indigere, quia nec dx ,
 nec ddx , in calculo occurrunt.

1704.
Januar.

Metaphysicas de motu cogitationes meas Tibi bonam partem notas puto, Domino VOLDERO non æque: itaque rogarem ut ei communicares, quod & factum Litteræ ipsius indicant.

Lex continuitatis, quam voco, omnibus, si animadvertissent, facile nota esse poterat; sed non fuit etiam præstantibus Viris. Vides enim CARTESIUM & MALEBRANCHIUM, & alios complures, præsertim extra Geometriam, in eam peccasse. Et si qui animadvertere, vix satis tutam putavere, ut uterentur. Et ad summum nota fuit olim hæc Lex, ut regula consequentiarum hominibus antequam Logica conderetur, & plebi nunc quoque. HUGENIUS sat scio, & si eam observasset, non fuisset ea usus in demonstrando; alia demonstratione ad vulgarem magis formam suppetente: quod nec ego improbo.

Cum Domino VOLDERO, ut vides, & fortasse miraris, confabulari pergo, quia id mihi jucundum & utile etiam ad res aliquando diligentius recognoscendas. Vale.

Dabam *Hanovera* 20. Januarii 1704.

Deditissimus.

G. G. LIBNITIUS.

Responsio deest.

EPISTO-

EPISTOLA CXLVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Bernoullianis in CHEYNEUM Animadversionibus. De PARENTII
Elementis Mechanicis.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

NUPER mihi gratissimas Tuas attulit pereruditus juvenis^{1704.}
Helvetius Dominus HOTTINGERUS. Doleo quod labo-^{Mart.}
rem describendi quæ CHEYNEO miseris (1) Tibi accersivi im-
prudens: sperabam enim esse inter discipulos Tuos qui posset.
Mea certe habeo qui describat, homo in Analyticis plane
ἀναλόγητος, idest, qui plane non novit quid *a* & *b* sibi velit.

Rectissime mones Dominum CHEYNEUM, posse fieri ut,
quemadmodum quædam Dominus NEWTONUS reperit ante me,
ita etiam quædam ego repererim ante ipsum (2). Certe ipsum
Calculum Differentialem, vel æquivalentem ei ante me fuisse no-
tum nullo indicio comperi.

Verissime etiam mihi notare (3) videris, quæ CHEYNEUS
habet p. 15. & aliquot seqq. ex Tuis promanasse, quidquid dif-
simularit; idem dicendum ad pag. 52 (4). Et quod, quemad-
modum ad pag. 37. observas (5) ex *Newtonianis* apud WALLI-
SIUM etiam vitia calculi & Typographica excipit, industriam
ipsum non valde commendat. Ad pag. 50. (6) observo metho-
dum Tuam Seriei infinitæ per differentias diversorum graduum
reductam ad differentialium notos ex Problema valores, non dare
Seriem

(1) *Animadversiones Scil. in ejus librum, quæ habentur in Opp. Tom. IV. N.º. CLXVII. pag. 129.*

(2) *Ibid. p. 134.*

(3) *Pag. 132.*

(4) *pag. 135.*

(5) *Pag. 133. 134.*

(6) *Ibid. pag. 134.*

1704.
Mart.

Seriem magis implicitam, quam alias Serierum methodos, sed regulariter eandem. Elevationem ad potestates indeterminatas [de qua pag. 56 (1)] etiam mihi dudum cognitam fuisse non ignoras, & in iis quæ Domino FATIO opposui (2), extractionem valoris ex æquatione duarum incognitarum, factam per Seriem, generalius, opinor, complexus sum quam antea quisquam.

Errores ab Authore admissi pag. 10 (3), 67, 68 (4), ex defectu animadversionis nati videntur. Sed gravis est ille in quem incidit pag. 65 (5), inque ipsa impingit principia, ostenditque Authorem magis in Serierum computo, quam in Geometria nostra infinitesimali versatum esse.

Erravit etiam, dum suo Canone, pag. 71, determinare voluit utrum summatrix algebraïca sit possibilis, ut optime ostendis in Exemplo (6). Fateor possibile esse, ut per methodum Serierum infinitarum determinetur utrum curva quæsitæ sit possibilis in Algebraïcis. Sed nisi prius Serierum tractatio reddatur facilior, quod ab Authore non est factum, imo nec tentatum, res immensi plerumque laboris foret. Atque hinc etiam est quod mihi Liber ejus parvi momenti visus erat; quia rem Serierum, cui totus innititur, non promovet, nec reddit elaboratiorem.

Generalia certe dudum novimus, sed in praxi multis sunt obnoxia difficultatibus, ob prolixitatem imprimis. Quoties res ipsi successit, apparet non quæsitæ, aut aliunde proposita Problemata solvisse, sed jam cognita suæ Methodo applicuisse; quod parvi momenti est. Etsi ipse in enucleandis suis Canonibus studium posuisset, quod Tu in examinandis; saltem dixisset aliquid utile. Sed apparet famam exiguo studio sibi parare voluisse; quod æquum non est. Speravit etiam neminem facile sua excussurum, ea qua factum a Te est diligentia,

Certe

(1) Pag. 136.

(2) *Act. Erud.* 1700. Mai. pag. 206.

(3) *Ibid.* pag. 131.

(4) Pag. 138. 139.

(5) Pag. 137.

(6) Pag. 139. *seqq.*

Certe præclaræ sunt Annotationes Tuæ, & optarem ut aliquando 1704. inspiceres, atque examinares Librum Domini PARENT *Galli*, Mart. quem inscripsit *Elements de Méchanique & de Physique* (1), sed in quo tantum Leges motus ex *Hugeniano* Principio [*Navis* scilicet] deduxit; sed subinde Problemata attigit, Canonelque, in quibus vereor ne semper recte processerit. Quantum autem ex *VARIGNONII* litteris observavi, scribit *μετὰ πολλῆς φασαίας*.

Vellem ut viveret adhuc *WALLISIUS*, nec morte sua *HALLÆI* iter in Mare Pacificum non parvo rei magneticæ cognoscendæ adjumento futurum abruptisset. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 25. Martii 1704.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Scotus; Gubernator juvenis *Angli* *Tomino* *CHEYNEO* amicus, qui Tuas ipsi misit, redditas ex ipsius *CHEYNEI* ad se Litteris judicat; & putabat ipsum Tibi jam respondisse. Id enim fuisse pollicitum, nisi forte ei bis scripsisti, ut fere ex exemplo *Tuarum* suspicor. *Anglus* ille, cum suo Gubernatore, mox *Berolinum* ibit, ibique per aliquot septimanas morabitur.

Responsio deest.

(1) *Editus* Paris, 1700. 12°.

EPISTOLA CXLVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ipsius restituta valetudine. De rei medica utilitate. De PARENTIO
& VOLDERO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime !

1704
Mai.

Factum bene, quod Te intelligo periculo exemptum, antequam scivi ægrotum. Ita molestia metuque carui, & gaudium sentio, mihiq; & Reipublicæ litterariæ gratulor. Dabis interim hoc Tibi & nobis, ut Tui curam geras, & a meditationibus abstineas, donec sentias nullum amplius ab illis incommodum metuendum esse. Restitutus sane suadeo ut, horis subsecivis, curam cogitationemque ad rem Medicam convertas, non ut Medicum Clinicum agas, praxinque exerceas, quæ cura [ut nunc se res habent] cum diligenti naturæ inquisitione parum consistit; sed ut in scientia tanti momenti promovenda labores; cujus ignoratione, ut Clarissimus VARIGNONIUS ad me scribit, præclarissimum Virum *Marchionem* HOSPITALIUM miserabiliter amisimus; quem Medici occidisse creduntur. Quamquam temperamentum Tuum mihi notum nondum sit, cavendam tamen Hecticam puto, inque id curam dirigendam: non quod adsit, sed sequi posset, præsertim cum vigiliæ adsint pertinaces. Balneum aquæ dulcis memini & contra Hecticam & pro somno conciliando laudari, ita duabus indicationibus satisfaciet. Pedum lotiones peculiariter ad somnum commendant, capitisque inunctiones. Novi vigiliis laborantem, quem odor aceti juvit; & sane odor hoc loco multum potest, & minus periculi habet quam per os assumta. Victus maximam rationem habendam putem, qui refrigerans & humectans esse debet, itaque pruna laudarem, & subinde acidum citri succum cibus aptis mistum non dissuaderem; sed noscenda de Te multa essent recte judicaturus; idque

idque Tute poteris facere rectissime, etiam cum alios in consilium adhibebis. 1704.
Mai.

Objectiones Tuas CHEYNEUS recte accepit, quod ipse significavit amico; sed ad respondendum videtur spatium sumisse: non quidem male.

Mirarer Tibi ignotum librum Domini PARENT Academiae Regiae Gallicae Socii, inscriptum *Elemens de Mathematique, & de Physique*, Parisiis 1700 editum; ubi tamen nonnisi de motus Legibus agit, ex *Hugeniano* plane principio; quod suspicor ipsi innotuisse ex iis quae HUGENIUS forte *Parisiis* olim communicavit Academiae, & PARENTIUS reperire potuit in Academiae Schedis, aut ex relatu habere. Mihi valde jactantiae se suspectum reddit Praefatione sua; idemque apud me olim tum HOSPITALII tum VARIGNONII litterae confirmarunt. VARIGNONIUS etiam significabat, vanitatis ei plurimum inesse, & apparet iniquiorem in nostra visum. In *Diario Parisino* 4. Maii 1699, legem quamdam motus generalem tradiderat, quae ita habet. *In omni concursu in linea recta, corpora conservant legem aequilibrii, respectu puncti immensitatis, quod post ictum eadem procedit celeritate, qua Centrum commune massae ante ictum.* Sed quid opus est illo, nescio quo Centro immensitatis; cum ipsum centrum gravitatis ante & post ictum feratur. Sed ista non sunt jam tempestiva Tibi, itaque PARENTEM illum in alia tempora commodiora differamus.

Dominus VOLDERUS fortasse suboffensus est quibusdam a me dictis liberius; quod animo non satis adhibito scripsisse, nec satis se docilem praestitisse videretur quae vereri me fecerant ne frustra litigarem.

Sed si quid in eo genere offendimus, id alii melius nobis ipsis perspicere solent. Itaque cum novissimam meam Responzionem legeris, Tuum velim iudicium intelligere, an talem fuisse putes, quae potuerit offendere Virum, aut a continuanda disputatione abstertere. Mihi facilis, nec injucunda, doctis cum Viris, ingenio iudicioque praeditis, concertatio esse solet. Cum enim ratio-

116 COMMERCIIUM EPISTOLICUM.
nes bene subductas in his dudum habeam, vix quicquam mihi fa-
cile occurrit, in quo sit hærendum.

Quod superest, cura ut valeas, & me ama.

Dabam *Hatovera* 2. Maii. 1704.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

EPISTOLA CXLVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

*De ipsius valetudine, De praxi medica. De Novis litterariis Helvetiæ, de-
que Cæcurarum per focos descriptarum tangentibus. De TCHIR-
NHAUSIO.*

Vir Celeberrime ! Fautor Honoratissime !

1704-
Jun.

CUM silentio Tuo metum aliquem mihi injecisses, ne valetu-
do parum ex sententia procederet : Responsione tandem ea
me cura liberaſti. Gaudeo igitur naturam malo superiorem pau-
latim ad pristinum vigorem redire ; quod præstat lente ac tuto
fieri, quam, morbificis reliquiis per medicamenta pulsas, novas
turbas cieri. Si a Plethorica constitutione ad eam transiſti quæ
magis ad maçiem inclinat, non putem id aëri *Frisio* adscribi
poſſe, qui, ni fallor, crassus potius - quam tenuis habetur. Nec
ſomni defectus & febriles ardores, phlegmatis, sed potius bilis,
prædominium testari videntur ; ut adeo ipsa bilis exaltatione a
ſtatu plethorico ad præſentem veniſſe videaris ; atque opponenda
malo ſit diætã quæ bilem temperare poſſit.

Etiam Icterus a bilis prædominio eſt, & credo a ductus fel-
lei oppilatione quadam : Itaque duo indicari videntur, tum quæ
bilis

bilis vim & acrimoniam, aut etiam lentorem in sanguine mi- 1704.
nuant, tum quæ obstructions dispellunt. Sed non dubito VOL. Ju. n.
DE RUM nostrum, Virum meliore valetudine dignissimum, ha-
bere ad manum præclaros Medicos quos consulat. Interim id ma-
li observo in plerisque Medicis, quod in morbis chronicis, qui-
bus annuero *diabéticos* ad morbum, malunt medicamentis, id est
per vim, tentare curam, quam diætâ, id est naturali modo. Ad
diætâ autem refero etiam illa medicamenta quæ lente atque in-
sensibiliter operantur.

Optem Tibi licere per otium cogitare diligentius de tota pra-
xi medica; in qua licet certas eorum, quæ sunt, rationes non
assequamur, putem tamen eum, qui accuratis ratiociniis sit assue-
tus, inspectis iis quæ crebra experientia sint constituta, multa
præclara & in publicum profutura colligere. Mihi ab aliquot
annis podagra videtur mirari; etsi enim nondum se totam osten-
derit; nunc tamen in genibus, nunc in pedibus præcursores quos-
dam suos, dolores scilicet, parum quidem acres, & parum dura-
biles, nonnullos tamen misit. Quo in statu putem malo adhuc
caveri posse; si quis rectam procedendi rationem teneret; qua
de re iudicium tuum mihi gratum foret. Constitui vinum in pos-
terum magis quam hætenus aqua temperare, & rarius ad con-
vivia ire, in quibus amicis præter æquum obsequi necesse est.

De PARENTIO plane ex re iudicas. HOSPITALIO de-
functo res Mathematica in Gallia retro sublata feretur. Nam
VARIGNONIUS, unus contra cæteros omnes, ægre meliores
methodos tuebitur.

Nova litteraria Helvetiæ nondum vidi. Sed laudo tamen
institutum. Ignoscendum est iis, qui talia colligentes etiam quæ
minoris sunt momenti inferciunt, ne quem offendant, & ut di-
versi generis Lectoribus satisfaciant, modo ne meliora omittant.
Facile credo Dominum TSCHIRNHAUSIUM non satis accurate
constituisse perpendiculares ex focis; & Dominum HERMA-
NNUM, quod reprehenderet invenisse. Sane jam ante meum
Italicum iter, puto circa annum 1688, significaveram ipsi habe-
re me modum ex focis generalem, quem postea publicavit FA-

1704.
Jun.

TIUS (1). Mihi quidem non ex calculo, sed ex tendentiarum compositione in tendentiam centri gravitatis in mentem venerat, quem publicavi olim in *Diario Parisino* (2) Sed tunc Dominum Tschirnhausium hæc frustra monebam: videbatur enim sibi habere multa meliora & generalia, quorum spes facit, ut ne animum quidem adhiberet monitis meis.

Si quid adhuc circa Parabolicorum arcuum relativas mensurationes post *Tschirnhausiana* monendum haberes; eadem via *Novorum Litterariorum Helvetiorum* uti posses. Nam verissimum est quod ais, Dominum MENKENIUM ægre talia admittere, quanquam si in veritatis explicatione aut vindicatione nudæ consistant, nec quicquam habeant, quod offendere merito possit, nemini æquo judici displicere debeant. Itaque nunquam mihi ingratum fuit refutari, quoties rationibus nihil admistum fuit quod in personam ipsam iniquum videri posset. Vale ex sententia, & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 6 Junii 1704.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

(1) *Bibliothèque Universelle.*

(2) 1693. 36. Journal. du 14. Septemb.

EPISTOLA CXLIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De *Extensione* & *Corporis natura*, *Fundamentoque virtutum*. De HUDDENIO & NIEWENTHIO & TCHIRNHAUSIO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

NON injustam plane fuisse querelam meam, Dominus VOL-1704.
 DERUS noster, pro excellenti suo ingenio & animi æquitate, ipse credo sibi dicet, ubi mea hæc novissima, quæ nunc transmittitur, cum animi attentione legerit. Et mirum est sane, quam sæpe Viri etiam egregii, dum aliud agunt, aut in mente habent, in conferendo in diversum abeant ab eo de quo agitur. Tria quatuorve argumenta plus semel adhibui, quibus nunquam directe respondit; ut, quod *omnis realitas aggregatorum in simplicibus consistat*; quod *extensio sit relativum quoddam, seu alicujus extensio sive diffusio*; quod *vis aut actio non possint esse modificationes rei per se mere passivæ*. Et nunc ipse aliis verbis, sub *fundamenti virtutum* nomine, agnoscit quod toties inculcavi: Quid ergo a me demonstrari postulat! An unde sit in rebus hoc fundamentum? Sed ita profecto novo fundamento indigeret. Et perinde id mihi videtur, ac si quis numeri, spatii, temporis, altiores origines quæreret, quam quæ insunt notioni ipsorum. Ut ego spatii & temporis ultimas rationes explicui, ex ordine nimirum existendi, aut simul, aut successive, ita *fundamentum illud virtutum* explicui per analogiam ejus agendi principii, quod experimur in nobis; ut scilicet nihil aliud contineat quam perceptionem & appetitum. Ulteriora in rerum natura nec evinci, nec cognosci possunt, præter rationem Supremam & communem omnium percipientium substantiarum, harmoniæque inter ipsas, quam DEUM appellamus; & cujus hinc nova & clarissima demonstratio elucet. Non ergo nuda nomina ingessi pro rebus, quemad-

1704.
Jul.

quemadmodum ipse in suis ad me Litteris bis insinuat. Certe illa mea argumenta, quæ dixi, nec facile alibi inveniet, nec facile irrita reddet. Et nescio an his conferenda alia passim sint obvia, & quæ magis penetrent in interiora. *Entelechie* quoque & *Virium Derivatarum*, & *Monadis* nomina convenire rationibus, quibus significata nominum eruuntur, res ipsa, ni fallor, ostendit.

Hæc quæ hucusque scripsi, communica, quæso, Domino VOLDERO, si placet, tanquam id faceres sponte Tua; quo melius intelligat non omnino intemptivam fuisse admonitionem meam.

Scriptit ad me Dominus WITSEN Consul *Amstelodamensis* HUDDENIUM Schedas suas Mathematicas Testamento reliquisse nepoti ex sorore, puto Domino DEDEE [sic enim lego]; unde credibile est hunc eo esse ingenio, ut uti possit. Forte Tibi aliquid de eo notum. Eras aliquando in Commercio cum quodam *Batavo* (1) in munere judiciali, si bene memori posito, qui aliquid præstiterat in Mathematicis. Dominus NIEWENTIIT silet; & puto recte facit, donec aliquid melius præstet quam hætenus.

Amico cuidam meo *Germæno*, qui apud Dominum Legatum nostrum *Londini* agit, quærenti Dominus CHEYNEUS misit schedam, quæ accepta Tua refert & responsionem pollicetur.

Non miror vires nondum plane refectas, post tantum morbum. *Pyromontana* acidulæ purgant satis valide. Itaque hoc anno Tibi eas convenire vix putem. Tempus iis utendi sunt æstivi menses; autumnales potius calidis aquis apti habentur.

Gratias ago pro monitis circa arthritidem, ut bellum Domino TSCHIRNHAUSIO denunties auctor esse nolim. Abiturit cursor. Vale & Fave.

Dabam 13. Julii 1704.

Deditissimus G. G. LEIBNITIUS,
Deest Epistola quædam Bernoulliana.

EPIS.

(1) CL. DIERKENS.

EPISTOLA CL.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

De CHEYNÆI iniqua agendi ratione. De MOYVREANIS IN
CHEYNEUM Animadversionibus &c.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Ho-
noratissime,

MIROR tam diuturnam Tuam in respondendo moram; jam 1704.
plures elapsi sunt menses, quod per LA TREILLIUM Gal- Decemb.
lum, Angli cujusdam nobilis Ephorum, Hanoveram petiturum,
Litteras meas ultimas ad Te miserim, ad quas tamen nihil res-
ponsi in hunc usque diem accepi. Ne sola iret Cl. VOLDERI
Epistola, paucula hæc adjicere volui, multa enim quæ scribam
non habeo. Respondit mihi CHEYNÆUS, simulque transmi-
sit schedam suam, quam, post acceptas meas animadversiones,
in Librum suum typis evulgavit; Sed non quo decet candore mecum
egit. Nam, præterquam quod multa, quæ ipsum monueram ut
corrigeret, in nos iniquius dicta, plane intacta dissimulavit in
scheda sua; & multa etiam, quæ paralogismos ejus indicabant,
ita pervertit, ut Lectori persuadeat eos nihil nisi vel Calculi
vel preli errata fuisse; hoc insuper malæ fidei commisit, ut in
Præfatiuncula Schedæ isti præfixa diceret, se non scripsisse Librum
suum pro tyronibus, quibus relinqueret curam & diligentiam expis-
candi errores calculi & preli, se minutias non attendere, se tamen
post jam impressum suum librum multa de novo animadvertisse, &
nunc adjecisse notatu digna, una cum Calculi & preli erratis, quo-
rum quædam secum essent communicata ab amicis suis, inter quos
me nominat: ut verbo dicam, postquam æruginem suam effudit in
nescio quos tyrones, qui minutias & leviora sphalmata tantum car-
punt, rem totam eo dirigit, ut persuadeat quidquid in ea

Tom. II.

Q

Addendum

1704. *dorum & Adnotandorum*, ut vocat, scheda continetur, alicujus momenti & notatu dignum, id sibi ipsi, reliqua vero nullius momenti, deberi amicis suis, quibus speciatim sphalmata tantum calculi & preli observata tribuit, cum tamen omnes illius schedæ Additiones & Observationes, cujuscunque momenti sint, paucissimis exceptis, ex Animadversionibus meis verbotenus fere excerpserit; de suo vero nihil vel parum addiderit; ut Tibi facile constabit, eas cum Addendis illis conferendi quondam occasionem habituro. Ergo tandem hoc me honore mastravit CHEYNÆUS ut me, sub titulo amici, traduceret pro tyrone, suum vero plagium in me commissum celaret. Ne tamen popularem suum CRAIGIUM, quem inter amicos suos mecum nominat, mecum etiam in tyronum classem referre videretur; eo humanitatis erga ipsum descendit, ut ipsi tribueret certam aliquam regulam integrandi differentialem binominalem, quæ tamen etiam ex integro mihi debetur, ut - pote de verbo ad verbum ex Animadversionibus meis desumpta. Credo CHEYNÆUM fuisse mente captum, cum schediasma suum, in quo multis adeo modis me offendit ad me mittere in animum sibi induceret. Ei nuper respondi: quo stylo usus fuerim facile conjecturabis: certe non habebit, quo multum de Epistola mea gloriatur, uti fortassis de præcedentibus meis fecit. Jam proculdubio nosti quod Cl. MOIVRÆUS singulari Libello (1) refutaverit CHEYNÆUM: refutationem uterque ad me misit; hic ut ex me intelligeret meam de ea sententiam, sed quam rotunde denegavi meis tam male utenti; ille, ut amicitiam, ut ait, mecum iniret, & rationes suas refutandi exponeret: animadverto MOIVRÆI Libellum nonnihil acerbe scriptum, in quo tamen multa solide & docte objecit CHEYNÆO: interim, ut verum fatear, quædam etiam incaute carpsit, & nonnullis in locis erravit ipse; id quod in nupera mea responsione non dissimulavi, ut videret me cuique suum tribuere. Captavi tunc occasionem narandi ipsi, quibus artibus erga me usus sit CHEYNÆUS. Quid nunc uterque ad responsiones meas replicaturus sit, tempus docebit.

(1) Animadversiones in Dni. CHEYNÆI Tractatum de Methodo Fluxionum inverfa. Lond. 1704. 8°.

bit. Accepi quoque NEWTONI opus recens editum, continens tres partes, 1°. Opticam de coloribus, Anglice scriptam. 2°. Enumerationem linearum tertii ordinis, Latine. 3°. Quadraturas Curvarum Geometricarum, etiam Latine; Nondum mihi vacavit eas perlegere. Vale.

Groningæ a. d. 6. Decembris 1704.

Amplitudini Tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI.

E P I S T O L A C L I.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

DE CHEYNÆO, MOYVRÆO & CRAIGIO. De Conicis HOSPITALII. Observationibus FLAMSTEDII, Objectionibus GREGORII, & quibusdam NEWTONI operibus.

V. r. Celeberrime, Fautor Honoratissime!

LITTERÆ quas cujusdam juvenis *Angli Ephoro Gallo* credidisti ^{1705.} accepi paulo ferius, quod absens essem domo. Puto me tamen ^{Januar.} respondisse. CHEYNÆUM vides esse qualem prædixeram, laureolam quærentem in mustaceo. MOYVRÆI Scriptum nondum vidi, sed puto esse multo peritiorum. An aliquid attulit novum, aut scitu dignum? Id significa quæso, aut potius librum, cum bis habeas, mitte. Erit enim credo perbrevis, aut certe poterit dividi in partes. CRAIGIUS CHEYNÆI popularis longe alterius animi doctrinæque est. Theorema quoddam pro quadraturis ordinariis *Actis Lipsiensibus* (1) inserit, quod dignum esset accurata consideratione.

Ego de Analyticis vix cogitare soleo. nisi cum Tuis litteris excitor, per quas fere solas discō, quæ in hoc studio gerantur.

Q 2

Doleo

(1) *Specimen Methodi generalis determinandi Figurarum quadraturas*, Act. Erud. 1704. Jul. p. 311.

1705.
Januar.

Doleo Dominum *Marchionem* HOSPITALIUM nihil aliud quam Conica (1) reliquisse, cum posset certe dare alia majoris momenti. Interim fortasse tractaverit Sectiones conicas universaliori more, quam hactenus factum.

Ex *Anglia* mihi scribitur FLAMSTEDII observationes 30 annorum editum iri. Hinc fortasse facilius aliquando perveniemus ad Theoriam Lunæ absolutiorem, *Newtonianam* quidam in ipsa *Anglia* Phænomenis satisfacere negant; sed ipse NEWTONUS quædam adhuc determinanda reliquit.

Vidi nuper, quæ *David* GREGORIUS contra meam sententiam de vorticibus scripsit. (2) Certe, si quid judico, licet forte vortices Planetam deferentes negare possimus, non poterimus negare gravificos. Neque quisquam evertet quod pro fundamento sumsi, nihil moveri nisi a contiguo & moto; attractionemque adeo Solarem, sine motu materiæ circumsolares, in qua sunt Planetæ, intelligi non posse.

Opus NEWTONI de coloribus profundum videtur; sed nondum satis examinare licuit, an ejus ope spes sit explicandi colores fixos, quos vocant. In *Tractatu de Quadraturis Curvarum* ordinarium, nihil puto esse quod nobis sit valde novum aut arduum. Determinatio numeri linearum tertii gradus, & ut credo, recta est, & habenda est pro incremento non contemnendo Geometriæ; & placet inprimis quod de diametro observat (3) ordinatam curvæ altioris secante in plures quam duas partes, servata utrimque æqualitate.

Adjunctas rogo, ut ad Dominum CUPERUM & Dominum DEVOLDER, insignes in suo quemque genere Viros, mittas, & priorem, si videtur, lectam claudas.

Dabam *Berolini* 25. Januarii 1705.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIST-

Traité Analytique des sections Coniques. Paris 1707. 4°.

(2) In *Astronomia Physica & Geometrica Elementis, Lib. I. Prop. 77. & 78. pag. 143. Edit. Genev. Sed vide qua respondit LEIBNITIUS in Actis Erud. 1706. Oct. p. 446.*

(3) *Enum. lin. 3. Ord. Art. II §. I.*

EPISTOLA CLII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De ipsius in Patriam reditu instituto.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

EX Litteris maxime Reverendi Viri *Jobannis BRAUNII* intel-
 lexi Te discessum parare, & in Patriam redire constituisse. Jun. 1705.
 Hæc ut Tibi feliciter eveniant, ex animo opto. Cæterum cum
 penes Te sint, ni fallor, responsiones meæ ad Objectiones Cla-
 rissimi *BAYLII* in novissima Dictionarii Editione contentas ab
 ipso remissæ; rogo ut eas obsignatas mihi in scriptas relin-
 quas apud amicum, ut, data occasione, ad me transmitti possint.

Plura nunc non addo; incertus an hæc Te *Groningæ* sint in-
 venturæ; tum veritus ne occupationes domicilium transferre mo-
 lientis aliis cogitationibus locum relinquunt. Certe occupatissi-
 mum Te esse, vel ex ipso silentio Tuo judico; alias enim nun-
 tium consilii Tui a Te ipso expectassem. Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 22. Junii 1705.

Deditissimus

Godofridus Gulielmus LEIBNITIVS.

EPISTOLA CLIII

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

*Amiſſam Epistolam queritur, ejuſque nonnulla Capita repetit. De CHEY-
NEO. De ſua Regula pro determinando valore fractionis $\frac{0}{0}$. VA-
RIGNONII de vi centrifuga error.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1705.
Jul.

QUOD conſilium meum de remigratione in Patriam, ad quam me jam paro, nondum Tibi aperuerim, non tam occupationes in cauſa ſunt, quam quod abs Te ipſo expectaverim reſponſionem. Ut enim verum fatear, verebar fere, ne quid humanitus acciderit Tibi, diu adſeo ſilenti. Nunc vero Te vivere & valere, ex noviffimis Tuis intelligo quidem, & gaudeo. Sed nihil in iis reperi quod reſponſionis loco eſſe poſſet, ad quædam quæ Te in poſtremis meis (1) rogabam, ut vel eas ad Te non perveniſſe, vel potius Te earum oblitum eſſe credam. Quærebam aliquid de nova illa Academia *Berolini* fundata, quiſnam ibi fungatur Profefſione Mathefeos, aut forte num adhuc vacua ſit, & an non conſilium Tuum de vocando idoneo Viro, ſit expetitur. Quærebam etiam rogatu alicujus amici, an Tibi innotefcat liber aliquis, cujus titulus, *Eberhardi SCHELLII Topographia urbis Romæ*: amicus ille habet hunc librum manuſcriptum, quem æſtimat, & ſi ſciret nondum editum fuiſſe, forte ederet. Iter, quod in Patriam meditor, aggrediar, bono cum Deo, intra quinque vel ſex hebdomadas; ita ut ſufficiens tempus reſpondendi Tibi ſuppetat, ſi qua reſponſione ante diſceſſum me dignari volueris. Reſponſiones Tuas ad Objectiones BAYLI (uti petis) apud Amicum

(1) Eas, quanquam poſtea repertas, (Epift. CLVI.) non vidi.

cum obſignatas, Tibique inſcriptas, relinquam, data occasione 1704. ad Te transmittendas, niſi ea forſan ante diſceſſum meum ſe offerat; Miſi Tibi nuper per Dominum MASSONUM, Eruditum Gallum, MOIVREI Animadverſiones in librum CHEYNÆI: illas recte traditas ſpero. Per poſtremum curſorem accepi Litteras a Domino CHEYNÆO, nihil niſi continuam inveſtivam continentes, atque me objurgationibus, contumeliis & omnis generis injuriis, tam ruſtice afficientes, ut certe legendo neſcirem an ſomniarem an vigilarem. Nihil enim minus ab iſto homine, quam tam indigne tractari expectabam. Quantum conjicere poſſum, ſuſpicatur me ſuum adverſarium, ex eo quod Cl. MOIVREO perſcripſerim, qua ratione, & qua fide erga me uſus ſit, in edendis ſuis *Addendis & Adnotandis*, & quod poſtea MOIVREUS meam Epistolam circumgeſtaverit multisque ſuis amicis monſtraverit: neque etiam ſatis concoquere potuit, quod apud ſe de ſuo modo agendi conqueſtus ferim, verbis non affectatis, id eſt rotunde ſcapſham vocando, quam meam ſinceritatem vocat ille *ſtilum modeſtis viris inſolitum*. Ut verbo dicam, urit illum, quod ſuæ. vanitati applaudere noluerim. Conſtitui huic homini non reſpondere, ſed hoc ipſo die mittam ad Dominum MOIVREUM deſcriptionem rerum præcipuarum quæ CHEYNÆUM inter & me peractæ ſunt; ut ſi opus ille cenſuerit, meas ipſe [tanquam me inſcio] partes tueri poſſit.

Accepi litteras a Cl. VARIIGNONIO, quibus intelligo Dominum SAURINUM ægre ferre, quod Regulam illam de determinando valore fractionis utrumque ſuum terminum certo caſu evaneſcentem habentis, mihi arrogaverim in *Actis Lipſienſibus* ſuperioris anni (1); quam tamen ipſe in aliquo *Diario Pariſ.* attribuerit *Marchioni* HOSPITALIO. Sed miror hujus audaciam, tam iniqua a me exigentis, quaſi quæ mea ſunt mea
eſſe

(1) Joh. BERNOULLII, *Perſectio Regula ſua editæ in Libro Gall. Analyſe des infiniment petits*, Art. 163. pro determinando valore fractionis cuius numerator & denominator certo caſu evaneſcant. Act. Erud. 1704. Aug. pag. 375, vel Opp. Tom. I. N°. LXXI. pag. 401.

1705.
Jul.

esse desinerent ex quo HOSPITALIUS ea suo Libro inseruit. Dicit SAURINUS se quidem credere Regulam illam a me esse inventam, non tamen honeste factum esse, quod demum post facta HOSPITALII eam mihi vindicare velim. Equidem non veritus fuisssem eam mihi vindicare, vivente HOSPITALIO, si scivisssem, uti postea scivi, SAURINUM eam Regulam tanto cum elogio Domino HOSPITALIO adscripsisse: nam, ut verum fatear, pati non potui, ut quæ mea sunt. mihi eriperentur, & ad alium derivarentur: Est igitur ipse SAURINUS, qui vindicias illas a me extorsit. Quod si vero putet falso a me arrogari, habeo litteras HOSPITALII ad me scriptas; quas si edidero, docebunt, non hoc tantum, sed alia pleraque a me habuisse HOSPITALIUM. Cl. VARIGNONIUS etiam Tecum, ut mihi scripsit, communicavit suam meditationem, de vi centrifuga, quam putat a Nob HUGENIO aliisque duplo justo minorem fieri. Sed ostendi VARIGNONIO, quod erraverit ipse, & quod recte sit æstimata vis a Domino HUGENIO: meæ tamen demonstrationi quantumvis geometricæ nondum omnino acquiescit. Vale.

Groningæ 2. d. II. Julii 1705.

Amplitudini Tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA

E P I S T O L A CLIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responsio ad præcedentem.

De *Academia Equestris Berolinensi*. De CHEYNEO & HOSPITALIO. De VARIGNONIO & MOIVREO. De *Problematis solvendis*. *Varia*.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime !

NON memini videre Epistolam, qua de Professore *Berolinensi* 1705. quæsieris. Non est hæc prima Epistola quæ mihi interciderit; itaque cum præter morem fileo, ubi ratio est respondendi, æquum est, ut me vivum potius - quam mortuum, & Litteris potius fraudatum quam Tui negligentem credas.

Fundata est *Berolini* Equestris Academia, in quâ adolescentes etiam Elementa Matheseos docentur. Sed quantum hæcenus intelligo neminem aliunde accersiverunt huic muneri obeundo, utunturque Domino NAUDEO, Viro docto, qui dudum illic tum in Collegio litterario, tum in Pictorum sculptorumque Academia docet. Nam Director Academiæ hujus jussus est sumptibus parcere, quantum ejus fieri potest, dareque operam ut quam - minimo res Aulæ constet.

Eberbardum SCHELIUM ignoro; *Radbodi SCHELI* quædam vidi olim politica & militaria.

CHEYNEUM dolco eo processisse, malo inter Eruditos exemplo, in quibus vellem plus quam in aliis humanitatis. Nam nisi scientia meliores nos reddat, proderimus aliis potius quam nobis.

Crediderim nonnullos urere, quod, in quadam mensura in *Batavis* edita relatione de rebus litterariis, de Tuis in *Hospitalianum* Opus meritis dictum est. Ipse utique Vir modestissimus

1705.
Jul.

tissimus plurimum se Tibi debere professus est, cui aditum ad Methodos nostras suum in solidum transcripsit, cum *Parisiis* Tua consuetudine uteretur.

Diu apud me fuit Dni. V A R I G N O N I I meditatio de vi centrifuga; sed per alia omnia distracto fatis expendere non vacabat. Tuam censuram videre gratissimum erit.

M O I V R Æ I libellum accepi; Tibique ago gratias. Video non esse spernendum ingenium Viri; expectoque ab ipso aliquid ad Scientiæ augmentum, quemadmodum & a Juvene illo, cujus aliquam meditationem inseruit circa Series infinitas.

Sed vellem ego Viros in *Anglia* ad laudem in his studiis aspirantes Problemata aggredi; is demum lapis est Methodorum lydius Dnus. F A T I U S hoc præcavit in Libro suo, denuntians semel in universum nolle se vexari Problematibus: Istud quidem sapere est.

Nisi maxime Reverendus B R A U N I U S significasset mihi abitum Tuum imminuentem, elapsus eras mihi nihil minus cogitanti. Responsiunculam ad B A Y L I U M meam relinque, quæso, ob signatam apud maxime Reverendum B R A U N I U M; nolo enim mihi mitti, quia forte ad *Batavos* remittenda erit. Antequam profos abeas, aliquas adhuc litteras a Te expecto. Dominus *Frater* Tuus valde desiderat Schediafma olim a *Pensionario* D E W I T T E typis editum circa reditus ad vitam. Habeo, sed in mole chartarum invenire non possum. Tibi ex *Batavis* nancisci eique adferre facile erit. Itaque rogo hanc mihi gratiam facias. Vale & me ama.

Dabam *Hanovera* 14. Julii 1705.

Deditissimus.

G. G. L E I D N I T I U S.

E P I S.

EPISTOLA CLV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responſio ad præcedentem.

De errore VARIGNONII circa vires centrifugas. De Professione Ultrajectina ſibi oblata. De Curvarum transformatione.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime,

DOLEO penultimam meam Epiſtolam ad Te ſcriptam interciſiſſe; memini unum alterumve novum continere: miror ſæpe contingere, ut litteræ Tibi inſcriptæ non tradantur, cum illud malum vix ſemel mihi contigerit. Spero me hinc profecturum medio circiter Auguſti, ita ut ſaltem ſemel adhuc a Te litteras expectem, ſi quid mihi preſcribendum habeas. Reſponſionem ad BAYLIUM, uti petis, obſignatam deponam apud Rev. BRAUNIIUM, qui ad juſſum Tuum de ea diſponet. Occupato nunc mihi, & aliis cogitationibus diſtracto non vacat explicare hic ad longum meam cenſuram in VARIGNONII meditationem de vi centrifuga: ubi ad quietiorem ſtatum pervenero, [utinam:] omnia fuſe exponam. Hoc equidem dicere poſſum, quod VARIGNONIUS non recte conſideret vim centrifugam, ſumendo ejus particulam infiniteſimam pro integra elementum pro toto: error ex eo habuit originem, quod curvas tanquam polygona rectilinea conſideraverit, id quod in hoc negotio non procedit. Sunt enim curvæ conſiderandæ tanquam conſtatæ ex arculis parabolicis oſculantibus; ita ut (*Fig. 99.*) vis centrifuga non ſit æſtimanda per lineolam BC, reſeſſum momentaneum a tangente AF, ſumta ſcilicet AC tanquam lineola recta, ut VARIGNONIUS facit; ſed æſtimari debet per DE reſeſſum momentaneum

1705.
Jul.

a tangente, sumpta scilicet AE tanquam arculo parabolico osculante curvam AEH in AE ; neque obstat quod & ipse arculus AE , licet infinite parvus respectu curvæ AH , sit tamen ex rectis lineolis infinitis minoribus compositus; nam & hoc ipsum ostendit quod BC sit nonnisi elementum veræ vis centrifugæ; plane enim judico rem se habere ut in gravitate, quæ non ictu, sed infinitis ictibus, quamvis tempusculo infinite parvo, producit: alias enim vires centrifugæ non forent in duplicata ratione velocitatum, sed in simplici; quod est contra experientiam. Hæc tamen & alia non poterant satisfacere **VARIGNONIO** pertinaciter inhærenti suo errori, & quod magis mireris, cum ipsi adducerem demonstrationem more Veterum adornatam, in quam scilicet nulla infinite parva ingrediuntur, & qua apodictice demonstrabam communem sententiam, quod grave agitatum, in circumferentia circuli horizontalis, celeritate æquali illi quam acquireret cadendo ex altitudine semiradii illius circuli, habiturum sit vim centrifugam æqualem suæ gravitati: Et cum, in illa demonstratione supponerem, tanquam axioma, quod mobile aliquod agitatum super curva aliqua, in quolibet ejus puncto, eam habiturum sit vim centrifugam, quam haberet si agigaretur æquali velocitate super circumferentia circuli curvam in eo puncto osculantis, **VARIGNONIUS** suppositum hoc, præter omnem expectationem, mihi negavit, asseruitque vim centrifugam super circulo osculante duplam esse ejus quam mobile habet super curva in puncto osculi; cujus rei falsitatem ego protinus refutabam, [quod factu facile mihi erat] alia nova demonstratione, qua apagogice ostendi manifestam sequi contradictionem, si dicatur vires illas duas centrifugas, super curva & super circulo osculante, esse inæquales; per consequens unam non posse esse duplam alterius; ad hanc novam demonstrationem nihil aliud reposuit **VARIGNONIUS**, quam se multa dicenda videre, se vero velle ea reservare in reditum meum in Patriam. Quod vero habeat, ne vel divinando assequi possim: sunt enim demonstrationes meæ ejus roboris, ut vel *Euclidæis* vel *Archimedæis* cedere non audeat. Id quidem effecerunt, quod **VARIGNONIUS**
suam

suam meditationem, quam jam ad prelum parabat, in scrinia re-^{1705.}
condiderit, forte omnino suppressendam, ubi fascino ab oculis Jul.
absterferit. Quando vacabit, ut jam dixi, communicabo tecum
binas illas demonstrationes, quarum prior preferenda videtur
Hugeniana aliisque; quod cum hæ omnes per infinite parva pro-
cedant, quæ etiam iis, qui alioquin infinitesimalibus satis assue-
verunt, tamen negotium facessunt, ut VARIIGNONIO contigit,
mea nihil nisi ordinarias quantitates contineat.

Schediasma *l'en onarii* de WITT circa reditus ad vitam vix
putem reperiri posse. Agnatus aliquis meus, qui nuper ex *Bata-*
vis venit, se illud ibi reperire non potuisse mihi retulit. Inqui-
tam tamen & ego, ubi ea transivero.

Ultrajectini, de futuro meo habitu certiores facti, me de novo in
suam Academiam pellicere conantur, oblatis conditionibus non
spernendis, neque prior a me lata repulsa eos absterruit, quin
ad me Legatum mitterent ex ipsis Professoribus unum, qui sua
suada, si fieri posset [est enim Eloquentiæ Professor], impetrato
meo assensu, abiret Exorator qui venit Orator: Sed nec dedi ma-
nus, neque rejeci omnino oblatum, omnia in deliberationem cum
Parentibus reservans, atque me statim post reditum in patriam
responsum daturum promittens. Miror quid in me videant boni
Viri, quod sibi adeo placeat, & vereor ubi aliquando me posse-
derint, ut tum de me dici possit: *minuit presentia famam*: sed
sibi imputent, si expectationi, quam de me fovent, non satisfac-
ero, ut - pote qui me non obrusi illis.

Ad *Acta* nuper communicavi Methodum meam transformandi
curvas in alias longitudine æquales, (1) occasione mihi data
per schediasma Domini CRAIGII, quod in iisdem *Actis* repe-

R 3

ri,

(1) *Motus repetiturus, ejusque insignis usus pro lineis curvis in unam om-
nibus æqualem colligendis, atque hinc deducta Problematis de transforma-
tione Curvarum... genuina solutio.* Acta Erud. 1705. August. p. 347. Opp.
Tom. I. N°. LXXIV. p. 408.

1705.
Jul.

ri (1) continens solutionem hujus Problematis; quam vero mere paralogisticam censeo, quippe quæ supponit aliquid, quod ipsa quæstione difficilius est. Ut cuique interim suum tribuam, feci mentionem modi Tui Problema solvendi per coevolutionem curvarum; addito tempore, quo illum accepi; quem etiam breviter recenseo; ut si forte Tibi non vacaverit, Lector illum perficere possit. Quid Tibi visum fuerit de novo illo motu meo rectorio, qui multa non spernenda mihi suggestit circa proprietates curvarum, sane lubenter intellexerim. Vale & mihi favere perge.

Groninga a. d. 25. Julii 1705.

Amplitudini Tuæ Devotissimus

J. BERNOULLI

(1) *Solutio Problematis a Cl. Viro D. Joh. BERNOULLI propositi; quam D. G. CHEYNEO communicavit J. CRAIG. Act. Erud. 1705. Apr. pag. 190. ex Trans. Philos. N°. 289.*

EPISTOLA

EPISTOLA CLV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

Novitias reperisse Epistolam quæ annis credabatur : De viribus centrifugis. De Astronomia GREGORII, ejusque errore circa Ellipsim Cassinianam. Denotatio differentialium. De APOLLONII Sectione rationis. De Regula GULDINI apud PAPPUM repetenda.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

NON raro quidem mihi aliquot centenae litterae annuatim scribenti & accipienti contingit, ut aliquæ pereant; idque hac vice eo facilius suspicabar, quod nuper aliquis ex famulis postæ abjectus est, quia deprehensus est fasciculum Litterarum, quas reddere neglexerat, in flumen projecisse. Nunc tamen cum Tuis se res aliter habuit, nam dum alias evolvo schedas, atque suis locis dispono, ecce Tuæ (1) apparent, apertæ quidem, sed nondum lectæ, quod forte interruptus de manibus posuissem recens acceptas, nec occasio aliqua statim memoriam earum refricuisset. Ibi ergo legi SCHILDIIUM, an SCHELIUM, quem memoras, Duci Brunsvicensi cuidam. an JULIO dedicasse Opus suum; sed nemini quod sciam ea de re apud nos quicquam compertum, ut adeo prodiiisse unquam non putem.

1705.
Jul.

Hodie mane Litteras Tuas accepi, cum in Aulam irem, quæ in proxima urbi villa est: legi in itinere, reversus domum, quod alia negotia inchoare ferum esset; expendi naturam vis centrifugæ, seu conatus recedendi a centro circulationis. Usus autem sum (Fig 100.) lineis rectis EA, AG, latera polygoni circularis infinitanguli constituentibus, & motu uniformi in tali latere.

TA. XVII.

(1) Eas non potui reperire.

1705.
Jul.

latere, ejusque continuatione AF, quin & usus sum motu uniformi per rectam FG, cujus velocitas est infinite parva, quam pono ab attractione impressam, quovis momento temporis elementum incipiente, & durare per totum hoc elementum quo peraguntur motus simplices AF & AH & compositus ex iis AG. Ita, licet pro motu gravis jam continue crescente, introducantur infiniti motus uniformes, idem tamen prodit in ipsis assignabilibus effectus, qui motus continue mutati suppositione, idemque conatus recedendi a centro; & revera reperio, si æquales sint, conatus qui imprimitur a gravitate, & conatus recedendi a centro, altitudinem, quæ gravi dat velocitatem circulationis, esse radii circulationis dimidiam.

Licet autem in Dni. VARIIGNONII meditatione multa sint pulchra & ingeniosa, veritatique optime consentientia; in eo tamen ivit in diversum, meo judicio, quod motum in lineola infinitesime infinite parva FG [in ipsius figura dicitur LP] sumit ut acceleratum; quod etiam Tu facis, & sane in potestate est, quoniam attractio centralis velut gravitas quædam concipi potest; verum enimvero, hoc posito, lineola FG, vel LP, non repræsentat conatum centrifugum [vel contrarium ejus attractorium ad centrum quo ipse destruitur]; quia in motu accelerato velocitates non sunt ut altitudines. Conatus autem iste paracentricus, ut velocitas quædam consideratur,

Mihi vero, motum per FG ut uniformem spectanti, eam lineolam pro conatu paracentrico assumere licet, brevique ratiocinatione omnia constant; ita ut opus non sit ad arcus Parabolarum osculantium confugere: quamvis facile intelligam earum quoque ope ad eandem conclusionem debere perveniri. Interim gratiæ Dno. VARIIGNONIO agendæ sunt, quod rem hanc discutendi occasionem dederit, quæ non inutiles considerationes præbet. Et fieri potest, ut nonnulli alii inter ratiocinandum rem tetigerint, uno errore alterum corrigente. Hæc igitur ipsi Dno. VARIIGNONIO prima occasione significabo: nolim enim Virum egregium in suspenso manere. Gratum aliquando erit accipere considerationes Tuas, & inter alia demonstrationem more Veterum adornatam.

Gre. 6-

Gregoriani Operis Astronomici (1) pauca legi; quod appareat quæ bona habet fere ab aliis esse descripta. Ex quo vidi eum noluisse agnoscere errorem manifestum (2), quod ingenui erat, [de quo non dubito quin aliquid ad MOIVRÆUM scribens tetigeris] valde apud me imminuta est ejus existimatio. Nescio an videris Libellum ejus Opticum (3). Totus nititur meo principio in *Actis* indicato, quod circuli osculantes in praxi pro succedaneis assumi possint Parabolæ, Hyperbolæ & Ellipsium: id tamen dissimulat, atque hæc a se ante multos jam annos fuisse conscripta. Sed cum videatur proclivis ad pauca, quæ forte invenit, protrudenda in publicum; credo hæc meditationem non spernendam, non [ut nos solemus] nonum in annum pressisset.

Mirum quod adduci possit, ut errorem retractaret circa *lineam Cassinianam* (4): forte fecit, quia adversarium habuit in *Anglia* imminentem, ita non ausus est repugnare, ne *CHEYNÆI* continentanei fato uteretur. Rectius credo animum adjiciet ad Græcos Mathematicos edendos.

Lineam quæ angulos circa unum focus habeat proportionales areis circa alterum focus omnino possibilem puto, neque desperem ad eam pervenire, si res tanti esset.

Ad promovendas quadraturas ultra limites quos hactenus habemus, ipseque reliquit *NEWTONUS*, aliis artibus opus putem.

Angli affectant puncta adhibere pro nostra littera *d*; quod etsi nullius momenti in communi usu discrimen fit, sunt tamen usus singulares, ubi puncta non sufficiunt; nempe cum differentie gradus

Tom. II

S

dus

(1) *Elementa Astronomiæ Physicæ & Geometricæ*. Oxon. 1702. fol. vel Genev. 1726. 4°.

(2) *Circa Catenariam*. Vid. Epist. LXXVIII-LXXXI.

(3) *Catoptrica & Dioptrica Sphærica Elementa*. Oxon. 1695. 8°. Vid. Epist. XXXII & XXXIV.

(4) Lib. III. Prop. 8. posuerat *GREGORIUS* eam esse *Cassinianæ Ellipseos naturam*; ut anguli circa focus unum areis circa focus alterum essent proportionales: id quod, paulo post, mutata plagula, non tantum sustulit, sed erroneum demonstravit.

1705.
Jul.

us ipse generaliter sumitur & per litteram exprimitur, ut gradus potentiae solet.

Avidus sum discere, an Sectio rationis *Apolloniana* aliquid commune habeat cum Logarithmis (1).

Jam dudum mihi dictum memini ab aliquo, regulam GULDINI esse apud PAPPUM. Oportet ejus rei vestigium sit in jam editis (2). Jam venit in mentem Dnum TSCHIRNHAUSIUM mihi dixisse hoc se didicisse a Dno REGNIER, qui erat insignis, pro suo tempore, Mathematicus *Lugdunensis*; etsi paralogismum commiserit, cum vellet mensurare superficiem sphaeroïdis pro fornicibus arcuum, nostris scilicet artibus tunc parum exploratis. Etsi enim, & HUGENIUS, & alii, veram dimensionem ejus superficiei invenissent, id tamen pauci intelligebant, & BULIALDUS credere volebat. Sed ego me video aliis alia innectere, Te vero otio non abundare. Itaque felix iter precatus finio.

Dabam *Hanovera* 28. Julii 1705.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Motus rectorii noscendi curiosus sum. Non ingratum est quod meam indicationem modi solvendi Problema Tuum publicasti. Etsi perfacili calculo exequi liceat, vix tamen in animum inducere possum ut faciam, quæ alius facile suppleat; hac scilicet ætate.

Responsio deest.

EPISTOLA

(1) Nihil omnino, Sectio rationis Apolloniana, qua curante HALLEIO ex Arabico versa prodiit. Oxon 1706. 8°, est Solutio hujus Problematis. Per datum punctum rectam ducere qua auferat a duabus rectis positione datis segmenta, punctis in iisdem datis adjacentia, datam rationem, inter se habentia.

(2) Sub finem Præfat. Lib. VII. pag. 252. Edit. Bonon. 1660.

Fig. 95.

Fig. 96.

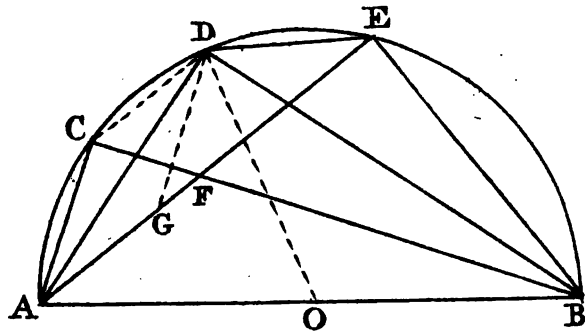


Fig. 97.

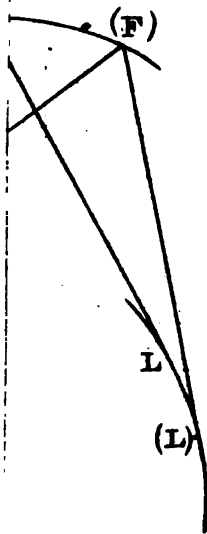
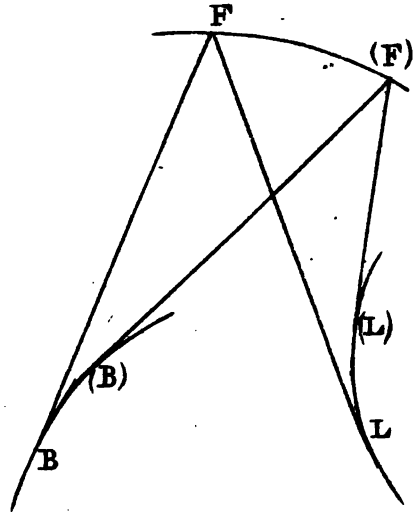


Fig. 98.



99.

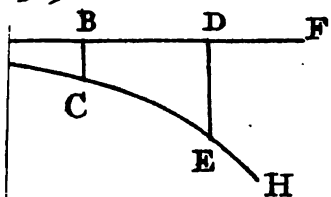
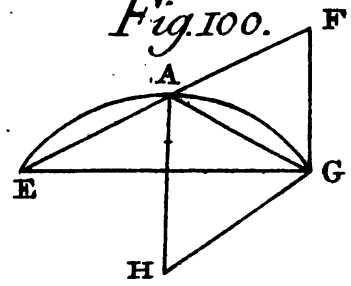
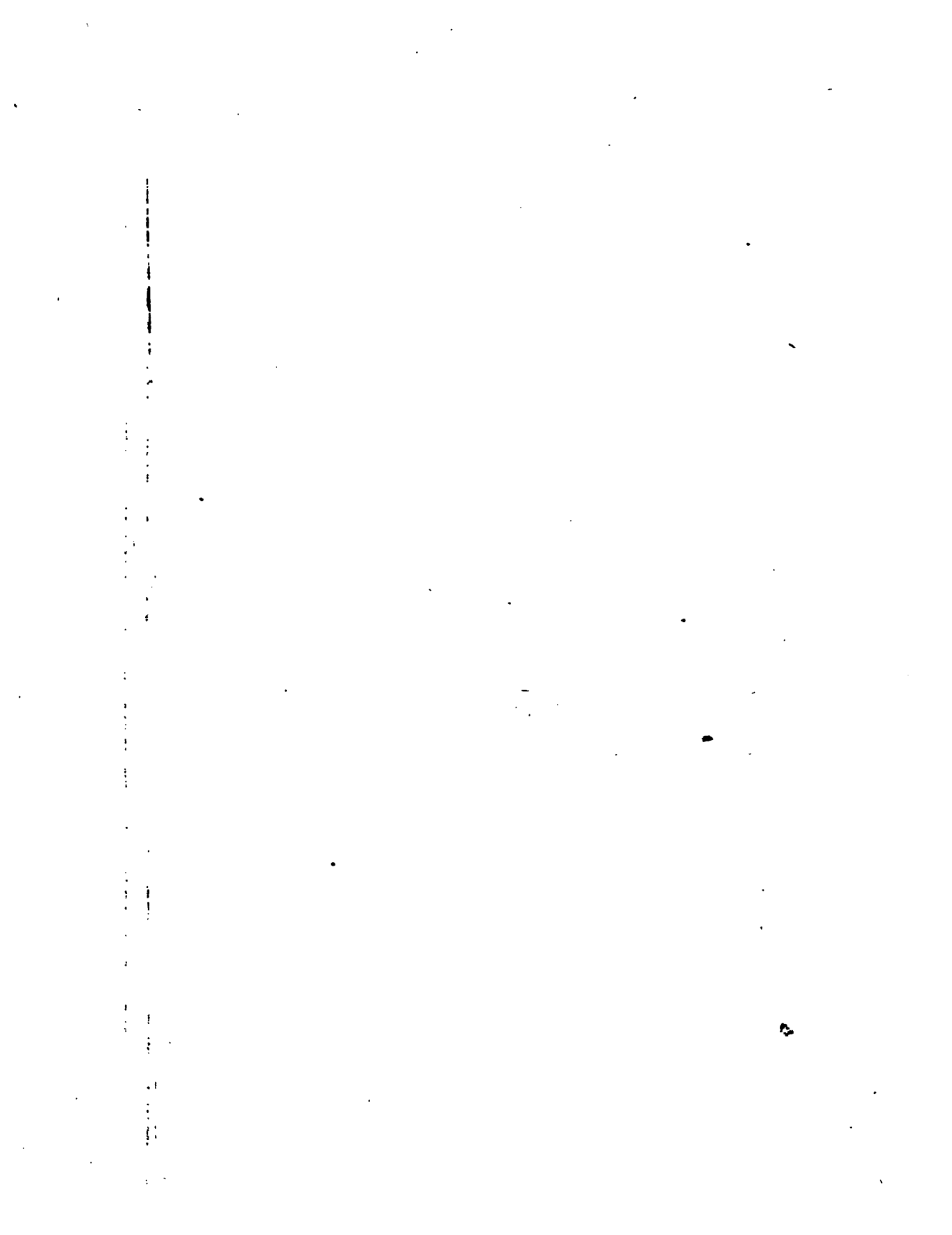


Fig. 100.





E P I S T O L A CLVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De reditu in Patriam, & Fratris ejus morte. De HERMANNO, & vacantibus apud Batavos Professionibus. De Mathematicorum inter Germanos raritate. De CHEIMÆI Libro pro veritate Religionis. De sua Methodo transformandi Curvas. De Arithmetica dyadica, & Phosphoro mercuriali.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime !

SALVUM Te cum Tuis advenisse ex animo gaudeo. Quod ^{1705.} vero Dominum *Fratrem* vivum non invenisti, dolere me fa- ^{Octob.} teor. Sperabam enim a vestro colloquio & conspiratione plurimum fructus Reipublicæ litterariæ, & vestrum utique. Sed quoniam Deo aliter visum est, convenit Divinæ voluntati nostram accommodari.

Velim quæ reliquit conservari, & in publicos usus transferri. Tibi gratulor Patria & amicis jam fruente, &, quod auguror, diu fruituro. Nec dubito, hunc gratum rerum Tuarum habitum incitamento Tibi fore ad prosequendos laudatissimos labores.

Clarissimo HERMANNO paratissima semper officia mea fuere. Itaque si consulor a Clarissimo VOLDERO, vel si qua alia se offert ratio ejus rebus commodandi, non deero. Responsum ab ipso ad meas expecto, quas ei scripseram de dolore, quam in Societate *Berolinensi*, ex denuntiata morte clarissimi *Fatris* Tui percepimus, deque exhibendo ejus nomine officio consolatorio apud Dominam Viduam, liberos, & proximos; quod ad Te utique in primis refertur. Id jussu Societatis repeto, quod excellentis Viri memoriam sibi semper commendatam habebit. Elogium ejus conscribi e re erit, quod *Actis Eruditorum* inseratur.

Quantum intelligo, vacant *Groningana* & *Utrajectina* Professiones Matheseos, & *Leidensis* semivacat; quando, quem memo-

1705.
Octob.

ras, animus Cl. VOLDERI erga Te fuit. Sed vereor, ne idem in alterius gratiam sit facturus.

Mirum est in *Germania* nostra vix quemquam vel paulum in nostra Analyfi proficere. Juvenis ille *Suevus*, qui me *Berolini* salutavit, Tibi quoque non ignotus [JENICHIO nomen erat, ni fallor], curam aliquam hujus scientiæ habere videbatur, mag-nos tamen progressus fecisse non videbatur. Nescio an multo majores progressus fecerit Dnus WOLFUS, qui *Lipsiæ* dissertationem de nostro Calculo edidit. Hunc tamen crediderim longius progressurum; quia prior, ni fallor, se praxi potissimum dabat.

Medicus *Scotus* doctus ad me attulit ЧЕВУНЪИ Librum pro- veritate Religionis ex natura, & ejusdem responsonem ad МОИ- ВРЪУМ. Neutrum expendere vacavit. Spero meliora pro Reli- gione, quam de Analyfi attulisse.

Nescio unde judices meam Methodum curvæ datæ exhibendi infinitas æquales perplexo admodum calculo indigere. Si ex eo quod calculum non aggressus sum; adhibes non causam pro cau- sa omissionis meæ. Sæpe enim etiam facillima declino, quia in hac multitudine eorum quæ adhuc agere vellem, necessaria præfer- ri debent. Constructionis Tuæ per motum reptorium nullum ad- duxisti exemplum; nec minus quam ego in generalibus mansisti: quod me minus promptum ad rem attentius considerandam reddi- dit. De Dno CRAIGIO merito mones, non satisfecisse, etsi ali- quid fecerit, nimiumque aggressus sit.

Puto etiam meas priores Domino HERMANNO redditas, in- quibus ei demonstrationem misi, quod omnes Series Arithmeticæ non tantum, sed & potentiarum ab Arithmeticis, & conflatarum ex his quantitatum habeant columnas periodicas, si dyadice ex- primantur.

Nuper legi, in *Actis Acalemiæ Regiæ Scientiarum*, dubios adhuc esse de Tuo Phosphori Barometrici experimento; utrum quando

LEIBNITII ET BERNOULLII, EPIST. CLVII. 141
quando lubet confici possit. Vellem nosse an nondum scrupulum
sibi exemerint. Vale & Fave.

Dabam. *Hanovera* 30. Octobris 1705.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

E P I S T O L A CLVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Jacobo BERNOULLIO Distichon. De BERNARDO Professore
Leydensi. De transformatione Curvarum:

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

NESCIO an Tibi perinde ac Dno. HERMANNO, qui prior ^{1705.}
postulaverat, jam transmiserim Distichon, quo inlyti Geo- ^{Decembri.}
metræ Domini Fratris Tui memoriam utcunque celebravi; id ita
habet:

*Infinita Tibi terris lux fulsit in ipsis,
BERNOULLI; & quisquam Te superesse neget!*

Scio Philosophos, inter alia, ex infiniti cognitione pro animæ
immortalitate argumentari, & quidem non male. Spero accipere
aliquando quæ honori ejus edentur; commode enim in vernas
Lipsiensium Nundinas transmitti poterunt.

Fortasse Orationem quoque Tuam interim edes *de Laudibus
Analyseos novæ*, quam eadem occasione sperabo.

Non fatis noveram doctrinam Dni BERNARDI Editoris *Novel-
larum litterariorum* Galli; atque ideo ignorabam tantum in Phy-
sicis præstitisse, ut VOLDERI vices subire posset.

1705. Domini WOLFFII Dissertatio de nostro calculo non proce-
Decemb. dit ultra elementa, seu Algorithmum meum.

Si Problema aliquod reducatur ad determinationem Causticarum, utique pro soluto haberi debet. Ita autem solutum a me est Tuum.

Ut vero videas non requiri aliquam, ut scribis, insolitam & nondum satis perspectam calculandi rationem; ecce Tibi exemplum, sed generale, & cuius curvæ infinites per æquationem exhibendæ suffecturum, ubi debitus speculi situs sine ullo calculo determinatur. Nempe adhibeo speculum Ellipticum & duo extrema arcus dati puncta colloco in foco Ellipseos, & circa hos focos describo Ellipsin quamcunque, seu filo quocunque, & posito arcum datum radiare per tangentes in speculum Ellipticum, erit imago ejus catacaustica, reflexione radiorum incidentium formata, arcus quæsitus priori æqualis & semper dissimilis, prout major minorque eisdem focus manentibus assumitur Ellipsis. Sit
TA. XVIII (Fig. 101.) arcus datus ABC; circa focos A, C, describatur Ellipsis FLG: & A, per tangentem arcus radians in F, habeat punctum corradationis seu catacausticum, respondens in altero foco C, & C per tangentem arcus radians in G habeat punctum catacausticum respondens in altero foco A, ex natura Ellipseos. Cumque per naturam Catacausticarum sit filum AFCIA [seu birecta AFC + arc. CIA] æquale filo ABCGA, [id est arcui ABC + birectæ CGA;] & AFC & CGA birectæ sint æquales, ex natura Ellipseos; erit arcus ABC æqualis arcui CIA. Vides ergo nihil plane insolitum hic requiri, cum tantum de duobus punctis extremis agatur, ut birecta ad primum punctum æquetur birectæ ad ultimum punctum, eumque ad scopum speculi situs accommodetur; quanquam id in aliis lineis non æque facile ac in speculo Elliptico aut Hyperbolico præstari possit. Omnia autem specula, concava scilicet, huic scopo inserviunt, excepto plano & sphærico. Dato speculo cujuscunque figuræ, quærenda est Ellipsis vel Hyperbola lineam speculi osculans in duobus punctis. Hoc habito, facile est arcui dato talis figuræ speculum accommodare, ut præstetur quæsitum. Facile etiam vides
per

per diacausticas, debita refractionis mensura assumta, præstari posse, ut curva fit in ratione data ad datam, atque ita id quoque infinitis infinitis modis. Agnosces etiam, (quod dudum obtinuisse videbas) iudicium sequius de meis non adeo promptum esse debere. Quod superest, novum annum Tibi cum multis aliis faustum & felicem precor. Vale.

Dabam *Guelfebysi* 27. Decembris 1705.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

E P I S T O L A CLIX.

LEIBNITII AD BERNOUILLIUM.

De Analyfi infinite parvorum HOSPITALII. De Curvarum transformatione ex principio optico. De HERMANNO.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

MONEBO ut Tibi mittatur *Wolfiana* Dissertatio. 1706.
 Tecum sentio, *Analyfin* infinitesimalem in *Hospitaliano* Februar.
 Opere non satis methodice tradi.

Satis intelligo, cur consilium reditus ad *Batavos* nondum commode exequi possis.

Omnino de Ellipsi & Hyperbola cogitaveram dudum, & in antiquis Schedis notaveram. Statim enim Problema ut consideravi, solvi: sed plane ex animo dimiseram, ut soleo, cum præstet mihi per alia distracto oblivisci istorum quæ magis necessariis cogitationibus obstarent, retento tantum principio inventionis; sed ita fit ut ægrè ad talia absolvenda redeam, præsertim si vetus scheda non adsit statim; quo casu, ego malo rem iterum quærere, quam:

1706.
Februar.

quam Schedam, si modo res non nimis impedita sit. Interim, ut verum fatear, talia vix amplius agere vacat.

Itaque nec objectiones quasdam Tuas ad secundaria quædam dicta mea fatis discutio; præsertim cum videantur captare magis verba, quam monere quod in rem sit.

Etsi, inventa æquali, facile demus similem in data ratione, an ideo monere vetabimur, per diacusticas, lineam, quæ in data ratione sit, statim & immediate exhiberi.

Si opus esset quadraturis quadraturarum; seu æquatione differentiali secundi gradus soluta; posset solutio proposita altioris æque gradus censeri. Nunc radiorum concursus serviunt ad inventionem & demonstrationem, non ad constructionem; lineæ enim sunt ordinariæ. Quid vetat etiam modum innuere, etsi impeditiorem aliis etiam Speculis utendi? Cum possit aliquis etiam desiderare hoc, scientiæ causa.

Postremo nihil facilius est, cum infinitas in promptu habeam, eam evitare, quæ datæ lineæ congruit.

Quod Speculum Sphæricum utile fore putas, contra quam dixeram; rogo ut adhuc semel consideres. Vereor enim ne eadem curva redeat. Nunc neque figuram ad manus, neque rem in animo habeo. Si sphæricam prodesse comperias, hoc monitum Tuum laudabo.

Diu est, quod a Dno HERMANNO nostro nihil vidi; ut adeo ignorem, an adhuc *Venetias* cogitet, an consilium illuc eundi plane deposuerit? Me sane hæc nosse æquum est. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 11. Februarii 1706.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Indica quæso interdum, quid in Mathematicis Physicisque geratur: ego enim hæc serius disco, præsertim ex *Gallia* & *Italia*, quæ vobis vicinæ sunt regiones.

E P I S.

E P I S T O L A C L X

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

Queritur parum amice exceptas suas objectiones in Methodum transformandi Curvas Speculi Elliptici. Quod idem exequi liceat ope Speculi Sphærici. Theorema Catoptricum. De Motu radente. De HERMANNO. De SAURINIO & ROLLII controversia. De LAHIRII paralogismo.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

DEDI Affinî meo, ad Nundinas *Franco-furtenses* hodie pro-1706. ficiscenti, fasciculum Parentationum (1) *Lipsiam* mittendum ad Cl. MENCKENIUM, in quo continentur duo Exemplaria Tibi inscripta, adeo ut non dubitem quin rectè ad Te perveniant. Gratum mihi feceris, si ut promittis, *Volfianam* Dissertationem mihi mitti curaveris. Video non sine aliquo dolore, Te quædam monita mea, circa Solutionem Tuam pro transformatione Curvarum, non eo animo accepisse, quo ego ea scripsi: nescio sane quid fecerim quod acriorem eum, quo uteris, stylum extorserit: olim non erat sic; ferebas objectiones meas, non benigne tantum, sed & quandoque gratias agebas, ubi Te præcipitantia alicujus monitum videres.

Nesciverim cui rei attribuam impatientia Tuæ causam, nisi quod forte putaveris, scrupulos meos ex mero contradicendi studio fuisse profectos, quod tamen a me fuit semper allenissimum. Ita

Tom. II.

T

quemad-

(1) *Vita Cel. Mathematici Jac. BERNOULLII Oratione Parentali expressa a. d. 23. Nov. 1705. a Jac. BATTIERIO. Bas. 1705. 4°. Vid. Opp. Jac. BERNOULLII.*

1706.
Mart.

quemadmodum nolebam vetare monitum Tuum de linea in data ratione per diacausticas immediate exhibenda, nec Te pariter vetitutum spero moneri, quod idem præstari possit facilius per catacausticas ordinarias; inventam scilicet æqualem in similem aliam in data ratione mutando. Porro vetare nolo innuere modum impeditiorem aliis etiam Speculis utendi; hoc utique saltem Scientiam auget, quod minime vituperandum est. Sed an ideo vetamur innuere quod pro praxi præstet adhibere Specula Elliptica vel Hyperbolica, quam alia; & quod illa, cum Problema universaliter solvant, pro ipsa constructione jam sufficient. Sed hæc transferint; nollem enim vel hilum tangere, quod Tibi ingratum esset, quamvis præter omnem meam opinionem; ut pote qui semper in omnibus Tibi placere studui. Ob hanc rationem nunc nihil dicam de iis quæ nuper observavi in Schediasmate Tuo; *Actis Erud.* Januarii inserto, ubi agis de motu radente &c, (1) quæ Te edidisse dicis, occasione invitante; fuit illa, haud dubie, suppeditata ex iis quæ de motu rectorio scripsi; hoc unicum innuere volo, aut me non rectè capere mentem Tuam, aut approbari non posse quod dicis, per motum radentem moveri motu parallelo rectam aliquam in plano curvæ radentis assumptam. Cæterum, cum monitum meum de Speculo Sphærico unice laudes, meque ideo exhorteris, ut adhuc semel considerem, Te enim vereri ne eadem curva redeat; Ea de re nunc certum Te reddere possum. Quare mittas quæso metum supervacaneum, si vel tantillum attendere velles, videres statim Speculum Sphæricum non minus utile posse esse, quam aliud Ellipticum. Fateor casum posse occurrere, quo per Speculum Sphæricum eadem curva redeat; sed idem contingere posse per Speculum Ellipticum jam in præcedentibus monui; ad quod respondisti eum casum posse evitari mutata tantum Ellipsi; idem nunc dico fieri posse mutata tantum Sphæra, id est majori minorive Sphæra adhibita: curvas
autem

(1) G. G. L. *De linea super linea incessu, ejusque tribus speciebus, motu radente, motu provolutionis, & composito ex ambobus.* Act. Er. 1706. Jan. pag. 10.

autem per Secula Sphærica ordinarie diversas esse a datis, vel hinc ¹⁷⁰⁶ patet, quod aliquando curva in se rediens, pro catacaustica sua ^{Mart.} habere possit curvam asymptoticam, id est, in infinitum abeuntem quod idem etiam in Speculis Ellipticis, imo in quavis Curva contingere posse facile perspicio.

Sit enim (*Fig. 102.*) Speculum Sphæricum A G d : Curva aliqua cNB radians secundum Tangentes N G; ejus Catacaustica L K, quæ nimirum formatur per intersectiones radiorum reflexorum G K : pro hujus formatione dico sumendam esse $GK = NG \times GF : (4 NG - GF)$, & generaliter, si Speculum sit concavum qualecunque V G X, & quæraturs longitudo radii reflexi, describendus est circulus osculator in G, qui secat radium incidentem N G [si opus est] prolongatum in F, & erit semper $GK = NG \times GF : (4 NG - GF)$, quod novum est Theorema hactenus nondum cognitum: unde apparet, qualecunque sit Speculum, sive Sphæricum, sive aliud, & qualiscunque Curva data CNB etiam si in se rediens, modo eo propinquitatis accedat ad Speculum, ut N G tandem æquetur $\frac{1}{4} FG$, fore tunc G K infinitam: id est catacausticam L K P habituram asymptotum S R, & postea evadente N G minore quam $\frac{1}{4} FG$, mutari catacausticam L K P in oppositam O T. Hinc vides, quod pace Tua dixerim, Solutionem Tuam pro transformandis Curvis hac nova conditione & cautela restringi, ut scilicet Sphæra vel Ellipsis, ex qua fit Speculum, sufficientis sumatur magnitudinis, ut N G ubique major sit quam $\frac{1}{4} GF$. Ita enim Curvam datam finitam CNB in aliam finitam æqualem L K P transformata habebis, & quidem si illa fuerit in se rediens, etiam hæc in se redibit. Secus enim, si Speculum ejus esset magnitudinis, ut alicubi N G non esset majus quam $\frac{1}{4} GF$, proveniret Curva nova constans duabus partibus infinitis; una affirmativa L K P, altera negativa O T, quæ utique valde incongrue dici posset æqualis ipsi propositæ CNB. Huic ergo inconvenienti medeberis, si Speculum ex majore Sphæra vel sphæroide paraveris; quod monuisse, ut spero, saltem non displicebit; eoque minus quod, Te hortante, rem de novo consideraverim, atque adeo, Te velut auctore, hanc fecerim annotationem.

1706.
Mart.

Ab HERMANNO acceperis Litteras; se enim nuper Tibi scrip-
fisse mihi asseruit: Vereor ne ejus spes & consilium *Venetias* eundi si-
mul in spongiam incubuerint. Ex quo redii in Patriam, nihil mihi
innotuit quid in Mathematicis Physicisque sit præstitum. In *Batavis*
cum degerem, citius & frequentius ad me pervenerunt Nova Litte-
raria ex *Gallia & Italia*, quam nunc ex iisdem multo vicinioribus.
In Physicis Experimentalibus quædam ipse promitterem; sed instru-
mentis hic careo, neque ea ex sumptibus publicis [ut *Groningæ* obti-
nui] hic æque facile comparare spero; tentabo tamen. Ex *Gallia*
habeo quod SAURINUS finaliter, [ut loquuntur,] responderit:
ROLLIO, provocans ad decisionem Academiae; legi ejus Responso-
nem quæ satis placuit (1) In *Memorabilibus Academiae* reperi la HIR-
RII Specimen pro determinatione curvaturæ radii per medium conti-
nue difforme transeuntis, quam tandem concludit esse Cycloidem (2),
sed omnia ejus ratiocinia sunt meri paralogismi & palpabiles...
Vale & Fave.

Basilea 13. Martii 1706.

Amplitudini Tuæ Devotissimo J. BERNOULLI.

(1) De tota hac Controversia videantur,

Règles & Remarques pour le Problème général des Tangentes. Par Mr. ROLLE de l'Ac. R. des Sc. Journal des Sc. 1702. 16. Journal du 13. Avril.

Réponse à l'Écrit de Mr. ROLLE, par Mr. SAURIN. Ibid. 33. Journ. du 3 Aoust.

Remarques de Mr. ROLLE touchant le Problème général des Tangentes, pour servir de réplique à la réponse qu'on a insérée sous le nom de Mr. SAURIN dans le J. des S. du 3 Aoust. Paris 1703 4. Journ. des Sc. 1703. 30 Journ. du 30. Juill.

Défense de la Réponse à Mr. ROLLE contre la Réplique de cet Auteurs par Mr. SAURIN. J. des S. 1705. 16e. Journ. du 23 Avril.

Réponse de Mr. ROLLE à l'écrit publié par Mr. SAURIN. Ibid. 20. Journ. du 18. May. 1705.

Refutation de la Réponse de Mr. ROLLE, par Mr. SAURIN. Ibid. 24. Journ. du 11. Juin 1705.

Extrait d'une Lettre de Mr. ROLLE à Mr. B. touchant l'Analyse des Infinités petits, ou il répond à un écrit de Mr. SAURIN: Ibid. 32. Journ. du 30. Juill. 1705.

Vid. etiam Remarques sur un cas singulier du Problème des Tangentes par Mr. SAURIN. Mem. de l'Ac. R. des S. 1716. p. 59 & 275. & 1723. p. 222.

(2) Examen de la ligne courbe formée par un Rayon de lumière qui traverse l'Atmosphère. Mem. de l'Ac. 1702. p. 52.

EPISTO-

EPISTOLA CLXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

De Curvarum transformatione ope Speculi Sphærici. De lite SAURINUM inter & ROLLIUM. De LAHIRIO paralogizante. De calculi differentialis inventionem. De locis Geometricis, & Opere Hospitaliano.

Vir Celèberrime, Fautor Honoratissime!

QUAM Te æſtimaverim ſemper, atque omni etiam benevolenti-
 tia complexus ſim, puto Tibi multis argumentis a tot an-
 nis fuiſſe perfectum. Itaque, cum nuper in Objectionibus qui-
 buſdam Tuis aliqua minus nobis convenire putaſſem, idque ver-
 bis, ut par eſt, temperatis admonuiſſem, ſpero Te, pro prudentia
 Tua exploratoque animo, ſedata jam mentè facile agnitu-
 rum, nihil a me actum, quod non admitteret, imo quod non
 poſtularet officium amici.

1706.
April.

Limitatio Tua, quam Solutioni meæ adhibes, mihi non mi-
 nus grata eſt, quam ſi a me profecta eſſet atque obſervata. Ego
 enim animum ab his abſtahere cogor meditationibus, fereque
 in generalibus conſiſto; contentus viam reperire, qua
 rem in poteſtate habeam. Utile videtur eſſe Theorema tuum ex
 Circulo oſculatore, idque continet comprobationem quamdam
 fuiſſet. Nam ſi producas GK in figura Tuæ Epistolæ, dum
 circulo eidem occurrat in H, cum utique linea corradians per
 tangentes & corradiata ſint ſibi mutuo catacauſticæ, { ut G, N, T,
 erit } ita G, K, H.

adeoque uti eſt $KG = NG \times GF : (4NG - GF)$ ita erit
 $NG = KG \times GH : (4KG - GH)$. Sed ob circulum, ſem-

1706.
April.

per $GF = GH$. Itaque si pro GH ponas GF ambæ æquationes coincident.

Quod transitum Ellipseos in Circulum attinet, bene habet quod res succedit, nec redire oportet eandem curvam. Itaque saltem hoc modo, ope Circuli, cuius lineæ in se redeunti aliam lineam æqualem commode exhibere possumus, focus (*Fig. 103.*) B & N coeuntibus in C . Totum negotium de motu repente aut radente, Tuo attento examini committo.

Dnum VARIGNONIUM periculose decubuisse mihi *Parisiis* scribitur; nunc paulatim convalescere. Item vero inter SAURINUM & ROLLIUM decisam aiunt utcunque, sed ita, quantum ex iis quæ BERNARDUS mensuris suis litterariis inseruit, apparet, ut circa summam rei nihil actum videatur. BERNARDUS enim hæc tanquam *Parisiis* scripta refert: *Monsieur SAURIN a été renvoyé à son bon cœur, & Monsieur ROLLE admonesté de dire les choses avec ménagement* (1). Quæ fateor me non satis intelligere. Abbatem GALLOSIUM pro ROLLIO omni conatu egisse aiunt, & SAURINUM, quod pendente lite nescio quid imprimi curasset, indignationem BIGNONII & periculum pensionis incurrisse. Ipsum GALLOSIUM & LAHIRIUM, indulgente SAURINO, inter iudices sedisse aiunt, vel, si mavis, iudicis assessores, quorum consilio BIGNONIUS pronuntiaret. Sed hi duo manifeste pro adversario stabant. Itaque BIGNONIUM arbitror rem utcunque sopire maluisse.

Mira sunt quæ de LAHIRIO narras, Cycloïdalem Curvaturam radii in medio difformi, paralogismis in speciem demonstrationum adornatis, in ipsis *Academiæ Commentariis* confirmare voluisse: credo, ut Calculo differentiali carere posse crederetur. Fortasse, ut apud GREGORIUM, duo paralogismi se mutuo destruentes in veritatem desierunt. Tomus ille nondum ad me pervenit. Admoneri talium BIGNONIUM *Abbatem* e re profecto *Academiæ & Reipublicæ Litterariæ* esset.

Domini HERMANNI negotium Patavinum putabam non male procedere. Nam scripsit ad me *Dominicus GUGLIELMINUS*

NUS

(1) *Nouv. de la Repub. des Lettres* 1706. Janv. p. 120.

NUS V. Cl. se sententiam rogatum, Viro merito favere; ipse 1706.
DNUS. HERMANNUS visus est in nuperis de successu non male April.
sentire.

BERNARDUS in *Batavis* suis Menstruis nuper (1) habuit aliqua, quibus pro merito memoria Domini *Fratris* Tui laudatur; quædam tamen insperguntur, quæ Tibi profecto non probabuntur. Nempe; *que quelques foibles lumieres m'étant échappées de mon invention du calcul des différences, vous & Monsieur votre Frere aviez pris la résolution de m'en enlever l'invention, & que vous y aviez enfin réussi.* Sed neque propositum vestrum, quod sciam, fuit (quod utique justum non fuisset) mihi adimere, vobisque tribuere laudem Calculi hujus inventi, cujus Elementa atque etiam specimina nonnulla jam in *Astis* erant proposita. Illud verissimum est, vos, vestro Marte, applicationem ad difficilius Problema, nempe Catenarium, me tamen præmonente de successu, reperisse, & inde, aditu aperto, ad laudem famamque inventi non minus contulisse quam me ipsum, me certe applaudente atque gaudente. Quis talia BERNARDO suppeditarit satis exputare non possum.

Aiunt DNUS *Marchionem* HOSPITALIUM, in posthūmo Opere de *Sectionibus Conicis*, & constructionibus per loca, omnia quæ in hoc genere hactenus publicata sunt obumbrare. Quæstio tamen an materiam perfecerit. Sane si loca plana & Solida Veterum species a PAPPŌ enumerata, velles perspicere principium, quo Veteribus ita venere in mentem. Nam FERMA TIUS, & alii, & novissime VIVIANUS, qui loca illa Veterum explicuerunt & demonstrarunt, veritatem quidem comprobant, sed principium inventionis non dedere. Quod superest, Vale & me ama.

Dabam *Hanovera* 15. Aprilis 1706.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

EPIS.

(1) 1706. Fevr. pag. 212.

E P I S T O L A CLXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De suis occupationibus. De motu radente errorem suum agnoscit. De lite SAURINUM inter & ROLLIIUM. De LAHIRIO ejusque Tabulis Astronomicis. De FLAMSTEDIO. De VERZALIA, & GRANDIO. Varia.

Vir Celeberrime ! Fautor Honoratissime !

1706.
Jul.

MULTA incidere, quibus valde distractus sum. Res *An-*
glicæ imprimis; cum & expectaretur Legatio nova ex-
traordinaria, & postea præsens me quoque non perfunctorie oc-
cuparet. Supervenit & Rex *Baruffarum*, cujus Filio desponsa est
Filia Electoris; isque intra paucas septimanas cum Filio huc redi-
bit, ad nuptiarum apparatus. Sed ordinarii quoque labores mei
& cogitationes de multis antiquis collectaneis meditationibusque
conservandis, ne quid de Litteris amicorum & conversatione,
Aulaque dicam, ita sæpe dividunt, ut non semper mihi aliisque
satisfacere possim.

Pergrata sunt quæ de caut ionibus Solutionis meæ mones, pe-
teremque ut ipsam aliquando Analyfin communicares, nisi molef-
tus esse vererer.

Vereor ne jure quædam in mea motus radentis explicatione
desideres; cum enim nuper tandem nonnihil animum adverterem,
statim deprehendere mihi videbar, curva aliam curvam mere ra-
dente omnino mutari parallelismum rectarum, & nisi fallor, punc-
tum (*Fig. 104.*) quodvis determinatum rectæ AB ad ambas BB,
& CBD normalis in mobilis curvæ CBD plano ductæ & cum eo
procedentis, describere lineam AA Basi BB æquidistantem. De
TA. XVIII linea autem (*Fig. 105.*) LL, quæ a puncto certo L plani mo-
bilis LMN describitur cum Curva LNM in hoc plano posita,
super basi immota BB ita incedit, ut recta quævis ejus Plani,
ut

ut LM, sibi maneat Parallela, quem motum, ni fallor, repen-
tem vocas; visus mihi sum reperire hanc lineam 1 L 2 L ita def-
criptam æquari aggregato ex 1 B 2 B. arcu percurso basis, &
1 N 1 B, & arcu percurso curvæ mobilis & omnes a diversis punc-
tis descriptæ æquabuntur. Hæc meditati breviter occurrerunt,
dum ad distinctas delineationes venire non vacat, itaque malo
Tuo examini rem submittere, quam diutius responsionem differ-
re; neque omittam aliquando rem retractare in *Actis*.

SAURINUM in GALLOSI & LAHIRII arbitrium con-
sensisse arbitror, quod *Abbatis BIGNONII* voluntatem intelle-
xisset. Hic enim Judex sibi cæteros, velut consiliarios, adhibuit.
Si veræ sunt quæ referuntur, Judicium magis morale quam ma-
thematicum fuit. Putaveram LAHIRIUM id quod a Te circa
Cycloïdem per curvaturas radii prodeuntem inventum erat, de-
monstrare voluisse. Ita fortasse ipsi res melius successisset: aliena
enim inventa non semel suis demonstrationibus dedit; quamvis
nesciam an semper rectis. Sed cum aliquid per se assequi voluit
super Analyseos propriæ captum, non miror si longissime a Ja-
nuâ aberrarit: Speroque Dnum. HERMANNUM non tantum ve-
ram Solutionem ad *Acta* misisse, sed etiam de falsa adhiocuisse,
ut LAHIRIUS errorem suum agnoscat (1).

Quoniam LIEUTAUDIUS Parisini Calendarii annuus Calcula-
tor rem non bene affecutus est, fortasse nec Tabulæ *Hiriane*
adeo exactæ sunt quam creduntur; eas enim secutum puto. Nul-
las vult admittere hypotheses HIRIUS, & ex solis Observatio-
nibus construi Tabulas; sed ego putarem simul cogitandum de hy-
pothesibus perficiendis, ope observationum. Puto eum in Tabulis
condendis tantum continuasse quæ a multis annis in Parisino Ob-
servatorio notata sunt: sed hæc methodus, etsi utilis, non-nisi
in paucos annos prodesse potest.

FLAMTEDIUS, homo paulo morosior, NEWTONO ob-
servationes suas negaverat, tunc cum is de perficienda Lunæ Theo-
ria cogitaret: si novissem, suppeditassem *Kirchianas* etiam dili-

Tom. II.

V.

genter

(1) *Disquisitio Dioptrica de curvatura radiorum visivorum Atmospheram
intracentium* &c. Aut. J. HERMANNO *Act. Erud.* 1706, Jun. p. 256.

1706.
Jul.

gener factas, & a multis annis. Nunc FLAMSTEDIUS, sumtibus Amiralii *Angliae* suas triginta annorum observationes edet. Sed NEWTONUS negat sibi animum esse redeundi ad hos labores. Cum Eclipsis (1) in summo esset, Venus etiam in his oris passim visa est (2), tametsi Eclipsis totalis non esset. Certe *Berolini* conspectam ad me relatum est.

Facile judicabam Tibi non probari, quæ BERNARDUS, nescio unde accepta, Diario suo de Calculo nostro inferuit, itaque hominem admonebo ut corrigat. Non constat mihi de *Josepho* VERZALIA *Bononiensi*, ejusdem Analyseos non experto. Alius quidam ex *Italia* Monachus Benedictinus (3), (si bene memini) *Guido* GRANDIUS nomine, aliquando ad me scripsit de eodem argumento, & Libellum a se editum (4) misit, ubi quædam nostra assecutus non male videbatur; nihil tamen dederat quod non ex illis prompte flueret. Si qua ex *Gallia* intelligis ad rem litterariam spectantia communica quæso. MOIVREI ad me Litteras attulit aliquis qui cum Legato nuper huc venit. Nuntiat HALLEUM edere libellum APOLLONII ex Arabico verum de *Sectione rationis*, simulque partem jam publicam mittit. A Dno HERMANNO diu est quod nihil accepi; spero omnia jam confecta. Gaudeo esse Tibi, ex alio licet Fratre, Nepotem (5), quem Fraternalium laudum heredem sperare fas sit. Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 15. Julii 1706.

Deditissimus G. G. LEIBNITIUS.

EPIST.

- (1) *Solis, qua totalis observata in multis Europa locis a. d. 12 Maii 1706.*
 (2) *Vid. Epist. præced.*
 (3) *Imo Camaldulensis.*
 (4) *Geometrica Demonstratio Theorematum Hugenianorum, circa Logisticam &c. Auctore D. Guidone GRANDI &c. Florent. 1701. 4°.*
 (5) *Nicolaum BERNOULLI Nicolai Filium.*

101.

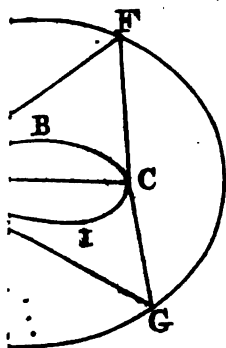


Fig. 102.

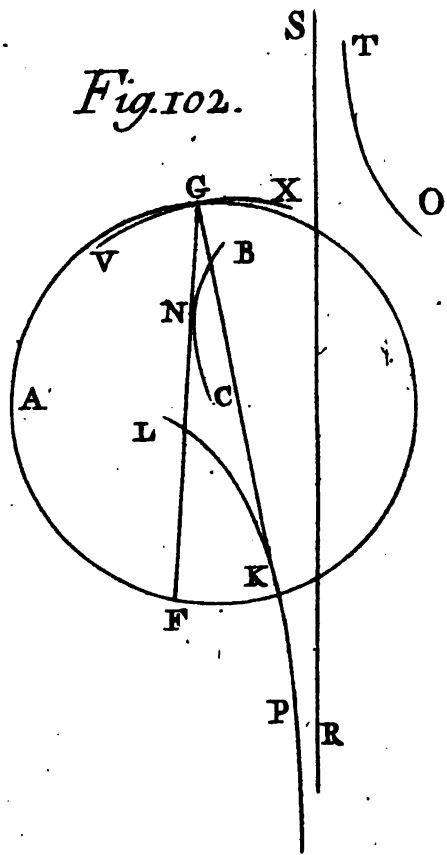
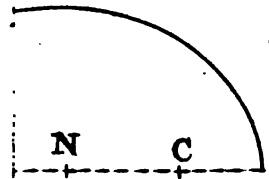


Fig. 103.



5.

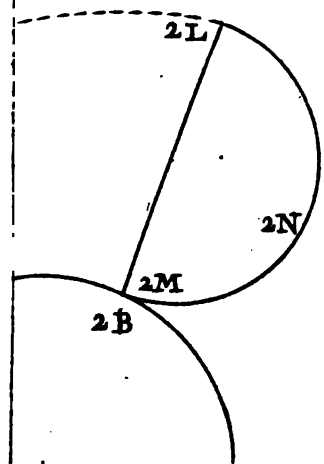
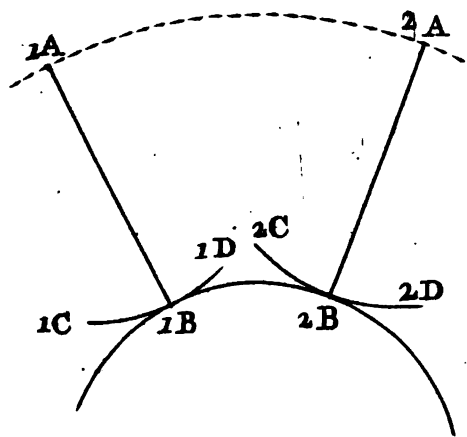
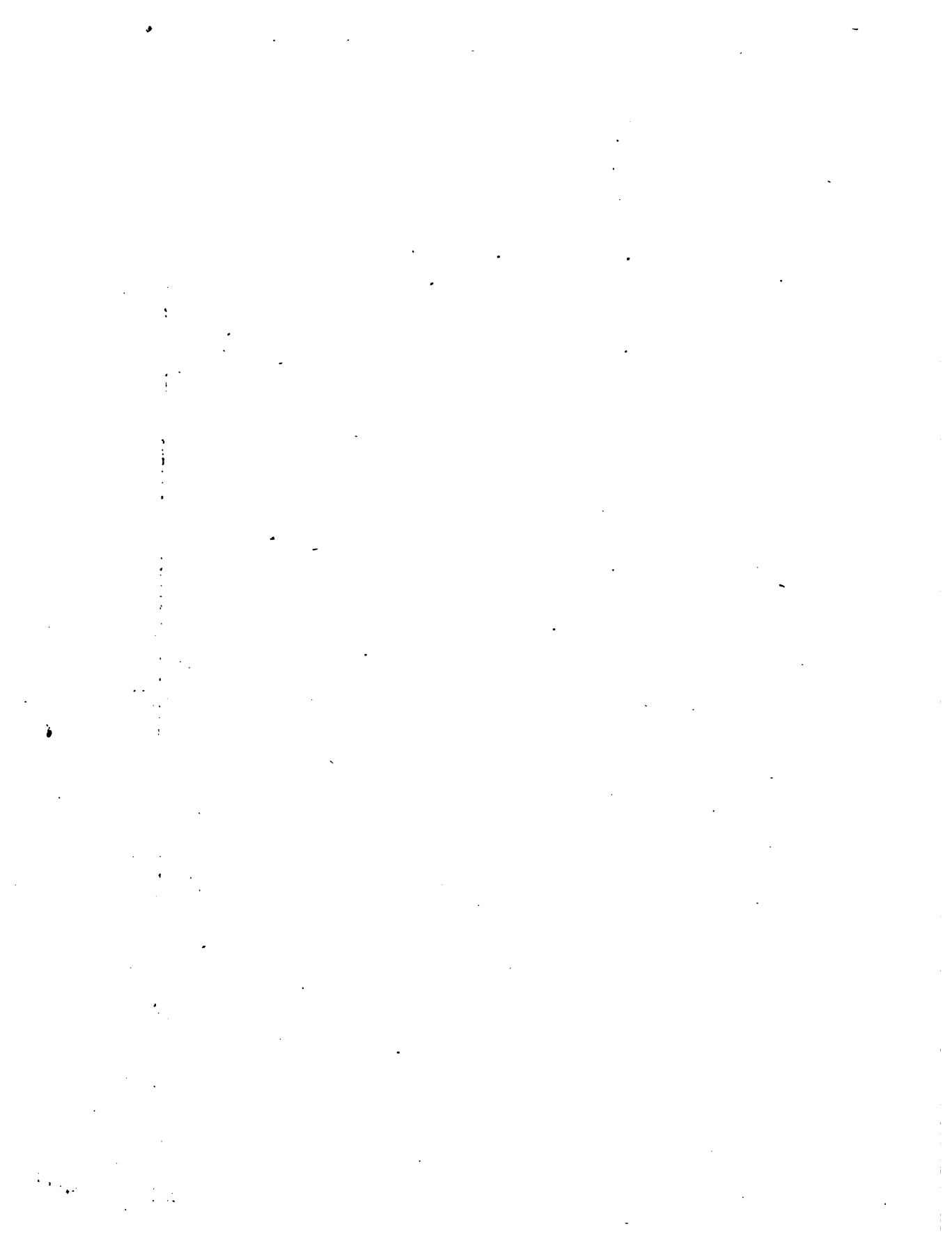


Fig. 104.





E P I S T O L A C L X I I I .

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

*Mittit Annotationem in BERNARDI Novellas Reip. litt. de inventione
Calculi differentialis.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

LITTERAS meas acceperis, quibus quædam notavi de lineis, ^{1706;}
motu, quem repentem vocas, descriptis, de quibus judicium ^{Augusti}
Tuum expecto.

Nunc mitto Tibi quæ Dno BERNARDO *Novellarum Litterarum* Autori destino, ubi prius a Te approbata fuerint (1). Si quid est quod monere velis, facies ut mature intelligam. Non optima fide contexta fuit narratio, quam BERNARDUS Collectionibus suis inseruit, nec mihi tantum, sed & Tibi parum æqua videtur; cum non attingatur, quod verissimum est, Te ante Dnum. Fratrem in difficilis Problematis Catenarii interiora penetrasse, eumque hac in re non parum Tibi debuisse. Id ego non plane diffimulandum putavi, ut cuique suum tribuatur. Interea me ad priores refero. Vale & me ama.

Dabam *Hanoveræ* 20. Augusti 1706.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Ea habentur in Novel. Reip. litter. 1706. Nov. Act. 3. p. 121.*

EPISTOLA CLXIV.

BERNOULLII AD LEIBNITIIUM.

Responsio, ad penultimam.

Demonstratio Theorematis Cateptri. De limitanda Solutione Probl. transformationis Curvarum, ope Speculi Spherici. Varia.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1706.
Septem.

NUPER redux ex Thermis responsionem jam paro ad postremas Tuas 15 Julii datas. Gaudeo Te tandem animadvertere paroroma tuum circa motum radentem; videtur ortum habere ex eo quod motum illum cum motu meo repente quodammodo confuderis. Verissima nunc sunt, quæ de hoc altero motu afferis, sed ipsissima etiam, quæ jam in *Actis* Augusti superioris (1) a me fufe sunt explicata, quæque fundamentum faciunt Solutionum mearum Problematis de curvarum transformatione: cujus rei vero memoriam Tibi elapsam esse facile suspicor.

Analysin quam desideras, pro determinandis cautionibus solutionis Tuæ ejusdem Problematis communicare non detrecto. Primo qui invenerim Theorema illud, quod Tibi non displicuit TA. XIX. pro longitudine radii reflexi, ita habe. Esto (*Fig. 106.*) curva quæcunque VGX, radius incidens NG, reflexus GK, puncta corradiantia N & K: Jam concipe in puncto G, circulum osculatorem, GFH, radios illos, si opus productos, secantem in F & H: Concipe etiam duos alios radios quam proximos, incidentem Ng, & reflexum gK, occurrentes circulo in f & h. His ita positus, habebis arcus æquales GF, GH, ut & gf, gh, adeoque arc. GF. — arc. gf, hoc est, Gg — Ff = arc. GH — arc. gh,

(1) *Motus rectorius*, &c. Act. Erud. 1705. Aug. p. 347. vel Opp. Tom. I. N°. LXXIV. pag. 408.

gh, hoc est $Hh - Gg$: unde sequitur $Hh + Ff = 2Gg$, 1706. Septemb.

Porro ob similitudinem triangulorum NgG , Nff , ut & KGg , KhH ; habes $GN : Nf (NF) = Gg : Ff (= Gg \times NF : GN)$; deinde etiam $GK : Kh (KH) = Gg : Hh (= Gg \times KH : GK)$;] quoniam itaque summa Elementorum $Hh + Ff =$ Elemento Gg bis sumto, erit, substitutis valoribus inventis, $Gg \times KH : GK + Gg \times NF : GN = 2Gg$: unde, elemento Gg utrobique per divisionem destructo, emergit æquatio in terminis finitis seu ordinariis $KH \times GN + NF \times GK = 2GN \times GK$, quæ, quia $KH = GF - GK$, & $NF = GF - GN$, mutatur in hanc $GF \times GN = 4GN \times GK - GF \times GK$; adeoque $GK =$

$\frac{GN \times GF}{4GN - GF}$, quod ipsum est Theorema, quod Tibi perscripseram,

ob simplicitatem expressionis non parum utile futurum in Catoptricis ad Catacausticas sine magno labore inveniendas: cum alias formula ordinaria exprimens radium reflexum, ope radii circuli osculatoris, multo magis sit composita, quippe in cujus terminis reperies solida & plana, si non superiores dimensiones; quando nostra continet dumtaxat planum & lineas. Alii præterea mihi sunt modi non minus elegantes, ad prædictam nostram formulam perveniendi, quorum unus petitur ex hac jam nota proprietate, quod summa angulorum binis radiis incidentibus proximis, binisque item reflexis contentorum æquatur suo respective angulo ad centrum circuli osculatoris bis sumto, scilicet $NK = 2D$, hoc est, quod tres anguli N , D , K , sunt Arithmetice continue proportionales. Ex quo, vel in transitu, concludere potes, radium reflexum GK pro diversitate horum angulorum tribus modis variare posse: angulus enim N , aut minor est bis angulo D , quo casu GK erit finita & affirmans, id est, versus concavam Speculi partem sumenda; aut N æqualis est $2D$, & tum GK abit in infinitum; aut N major est quam $2D$, id quod reddit GK finitam, sed negativam, hoc est, sumendam versus convexam Speculi partem. Ex hisce tribus casibus, primus tantum est, quem admittit Solutio Tua, quam reliqui duo inutilem & irritam

1706.
Septem.

tam reddunt, ob rationem quam ex præcedentibus meis Litteris nosti.

Ut vero hanc cautionem quo pacto distincte determinaverim, nunc porro, quoniam petis, edoceam; consideres velim meam formulam $GK = GN \times GF : (4GN - GF)$ patebit utique oportere $4GN$ majorem esse quam GF , si velimus ut GK fiat affirmans & finita; alioquin certe aut negans, aut infinita evaderet: unde jam constat Speculum Sphæricum, ut pro transformatione curvæ alicujus in se redeuntis utiliter adhiberi queat, tantæ magnitudinis esse debere, ut ex quocunque curvæ datæ puncto N ducatur tangens, utrimque terminata in G & F ; pars ejus NG , quæ pro radio incidente sumitur, semper major sit quam $\frac{1}{4}GF$: secus enim curvam datam in se redeuntem in aliam, quæ duas habebit partes in infinitum protensas mutares, quod absolum esset. Ex his sequitur, Speculum Sphæricum tantæ magnitudinis esse debere respectu Curvæ transformandæ, ut minime ex omnibus rationibus, quam habere possunt GN ad GF , tamen adhuc major sit quam subquadrupla: cui conditioni ut satisfiat, considero primo radium circuli Specularis tanquam datum, & postea quæro generalem expressionem pro $\frac{GN}{GF}$, quæ more

Solito differentiatâ, & nihilo adæquata, dabit casum pro $\frac{GN}{GF}$ minima: hanc deinde porro æquando cum $\frac{1}{4}$ obtinebis æquationem, ex qua elicies valorem radii circuli specularis pro limite quæsito, citra quem radium illum diminuere non licet, sed ultra quem auctus, multum parumve, semper utiliter adhiberi potest. Sit (*Fig. 107.*) curva data transformanda exempli gratia, circulus CNB , transiens per centrum c Circuli Specularis AGD cujus diameter ACD transeat per centrum O circuli minoris, ex cujus puncto quovis indeterminato N ducta concipiatur tangens FG , & utrimque producta ad majoris circuli peripheriam: Si nunc ex centro C demissa perpendicularis CL ad tangentem FG vocetur x ; radius CD , a ; & radius OC : r ; repe-

rietur $\frac{GN}{GF} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2rx - xx}{aa - xx}}$; ut igitur $\frac{GN}{GF}$ evadat mini- 1706.
Septem.

ma, inventa hæc quantitas, vel ejus loco tantum $(2r x - xx)$:
 $(aa - xx)$; differentiatur, neglecto scilicet, quod constans est,
 $\frac{1}{2}$, ut & signo radicali, res enim eodem recidit; invenieturque
 $x = (aa \pm a \sqrt{(aa - 4rr)}) : 2r$, & ideo in hoc casu
 $\frac{GN}{GF} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{-a^4 + 4a^2 r^2 (\pm a^3 + 2ar^2) \sqrt{(a^2 - 4r^2)}}{-a^4 + 4a^2 r^2 \pm a^3 \sqrt{(a^2 - 4r^2)}}$.
hoc si æquetur ipsi $\frac{1}{4}$, prodibit $a = \frac{2}{3} r \sqrt{3} =$ lateri trianguli
æquilateri cujus altitudo est CB: eo igitur latere, tanquam radio,
descriptus circulus est ultimus eorum omnium qui inutiles sunt,
quilibet quippe circulus eo minor, vel ei æqualis, reddit cata-
causticam circuli CNB infinitam, & asymptoticam, per conse-
quens inutilem: quilibet vero circulus, eodem illo termino major,
dabit circulo dato CNB æqualem catacausticam finitam, & clau-
sam, talem qualis in Problemate postulatur Q. E. F.

Hæc non nihil fusius, quam par est, explicata dedi; quod
non fecissem, nisi Tu ita desiderasses. Nunc ad reliqua Littera-
rum Tuarum Capita pergo. LA HIRII errorem, circa curvatu-
ram radii, optime refutatum a Dno. HERMANNO, cum hujus
vera solutione substituta, non dubito Tibi nunc visum, ut pote
jam ab aliquo tempore in *Actis* (1) editum. Et ego
quoque accepi nuper litteras a MOIVREO, una cum inclusis lit-
teris Hallæi: nuntiant mihi Te ad me misisse fasciculum aliquem
continentem APOLLONII Pergæi libellum *de sectione rationis*,
ab HALLÆO editum; tum etiam NEWTONI Tractatus *de Co-
loribus* Latinam versionem, ut & tandem CHEYNEI Respon-
sionem ad MOYVREI libellum. Fasciculus autem iste ad me non-
dum pervenit. *Guid.nis* GRANDII nomen in *Actis* jam ali-
quoties occurrit

Accepi binas Dissertationes WOLFII, quas ipsemet Author
mihi misit, cum Epistola humanitate plena. Ante pau-
cos dies Litteras accepi a VARIGNONIO; ex quibus eum re-
ducem intellexi ex Thermis, summo cum fructu melioris valetu-

dinis.

dinis. Significat mihi, HAMELIUM Secretarium in Academia Scientiarum Regia diem suum obiisse; eique successisse aliquem nomine D'ALEME, Mechanicum; atque hunc receptum esse inter veteranos, qui novam constituunt Academicorum supernumerariorum classem, & qui non ita stricte tenentur interesse congregationibus. Vale & Fave.

Basilea II 7bris. 1706.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responso ad præcedentem.

De transformatione Curvarum & motu reptorio. De Calculo Integrali, ejusque inventione. De Curvarum apicibus.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1706.
Octob.

GRATIAS ago, quod labore me sublevasti inquirendi in meæ constructionis limites, per quam datæ curvæ quotlibet æquales exhibere doceo. Cum alia peragenda magis magisque urgeant, fit ut talia vix possim tractare, qua vellem attentione. Nuper cum Epistola Tua excitatus considerarem motum repentem, contentus fui primariam eruisse proprietatem dimensionis. Tua autem tunc ad manum non erant. Quod si in Schediasmate ad *Acta* olim misso, hinc clare duxisti Tuam constructionem arcus dato æqualis, bene habet. Sin minus cogar eam a Te petere.

petere. Et optarem aliquod exhiberi exemplum, velut pro cur- 1706.
va elliptica. Octobr.

Quem Integrale Calculum appellas, ego Summatorium dicere Solitus sum, & Integrale appellabam eum, qui docet Problemata Arithmetica in integris solvere, quando id fieri potest. Semper autem opposui differentias & summas, d & s , ita ut $s dx$ sit x , & $d s x dx$ sit $x dx$. Ita s & d conjuncta se mutuo tollunt. Imo summæ me differentialis Calculi admonere, eaque Methodi meæ clavis fuit; cum in seriebus numericis hanc reciprocationem deprehendissem, eaque arte summassem multas series antea non summatas. Re igitur ad lineas seu series inaffigibiliter differentes traducta; animadverti tangentes respondere differentiis, quadraturas summis, & quod in numericis feceram, multo magis in Geometricis faciebam, ut de variis regrediendi seu summandi artibus cogitarem; Non sine multiplici jam tum successu, ut specimina etiam comprobarunt. Et quod de rationalibus Quadraturis nuper edidi, jam tum habui; reductione enim fractionum compositarum ad simplices pro seriebus numericis inventa, pronum fuit idem adhibere figurarum quadraturis. Eaque omnia jam triginta annorum ætatem habent.

Si qua in summando vel integrando artificia detexisti, quæ me fugerint, gratus agnoscam pro eo candore quem semper ostendi.

Apollonianum Fragmentum ab HALLEO Editum nondum accepi totum.

Quidam nuper ad me scripsit, nostram Methodum maximæ & minimæ non pertinere ad casum talem. Sit (*Fig 108. & 109.*) TA. XIX: Curva ABCD, quæ a C reflectatur, sitque CE portionum tangens communis. Hinc ille non putabat hic locum habere, ut BF existente y , quæretur GC, ubi $dy = 0$. Respondi etiam hoc locum habiturum, si concipias curvam, quasi saccum regressu faciat, qui in hoc casu evanescat in punctum. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 3 Octobr. 1706.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

X

EPIS.

Tom. II.

EPISTOLA CLXVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIIUM.

Responsio ad præcedentem.

De sua valetudine infirma. De Ellipsi in curvam multigibbam transformanda per motum reptorium. De Elliptica peripheria ad Circularem reducenda per approximationem celerrimam. De curvarum apicibus. De
 ROLLIO & DUTALIO.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1707.
Jan.

NON est quod gratias agas pro tenui labore, quo Te sublevavi, inquirendi in Tuæ constructionis limites, per quam datæ curvæ quotlibet æquales exhibere doces: certe enim fuit labor tenuis; mihi tamen, qui dubia semper valetudine utor, factis molestus, ut nesciam an aliena Tua negotia Te magis quam corporis mei infirmitas me excuset, quominus talia pertractem debita attentione. Id saltem rogare Te ausim, ut ne imponas mihi in posterum aliquid oneris, ad quod ubi responsonem dederò, quantum per vires licuit, eam tamen postea attente perlegere & examinare vix Tibi vacet. Cui enim bono ut impleam litteras longis calculis [hoc præsertim valetudinis meæ statu] quas si Tu non legis, nemo mortalium unquam leget. Possum subinde colligere, ignosces candide loquenti, ex iis quæ a me petis, quod litteras meas olim ad Te datas, vel plane non, vel admodum perfunctorie legeris, vel saltem lectarum facile nimis obliviscaris: nam quandoque petis quæ jam dudum dedi. Petis, Exempli gratia, constructionem meam arcus dato æqualis, ex Schediasmate meo ad *Ada* olim misso ductam; quam tamen, ex iis omnibus quæ Tecum, per aliquot annos, circa hanc materiam communicavi, jam perspectissimam esse nullus dubitavi.

Sed

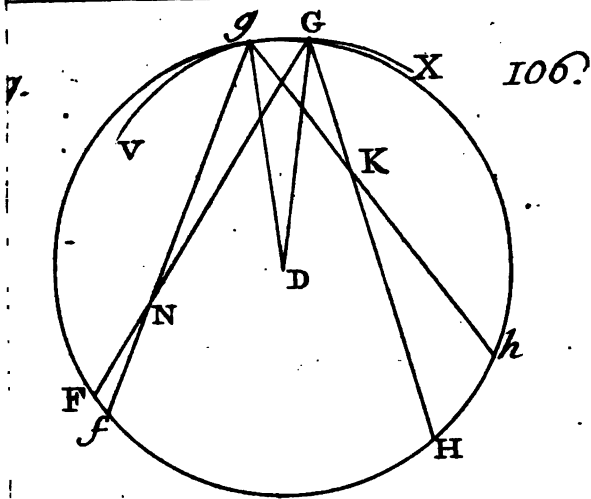


Fig. 107.

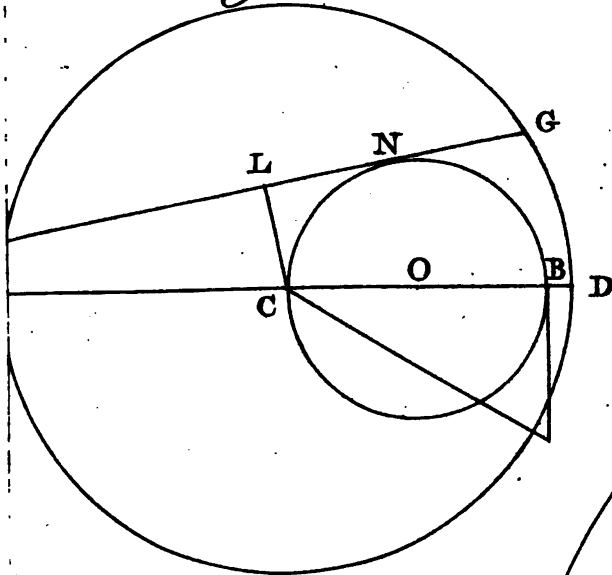


Fig. 108.

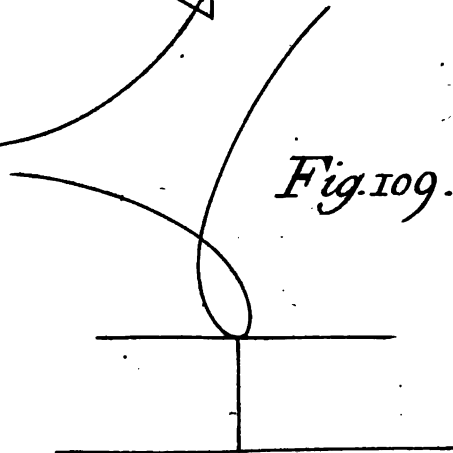
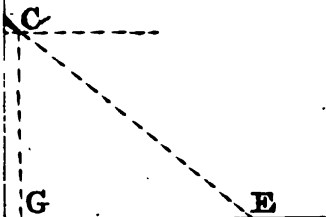
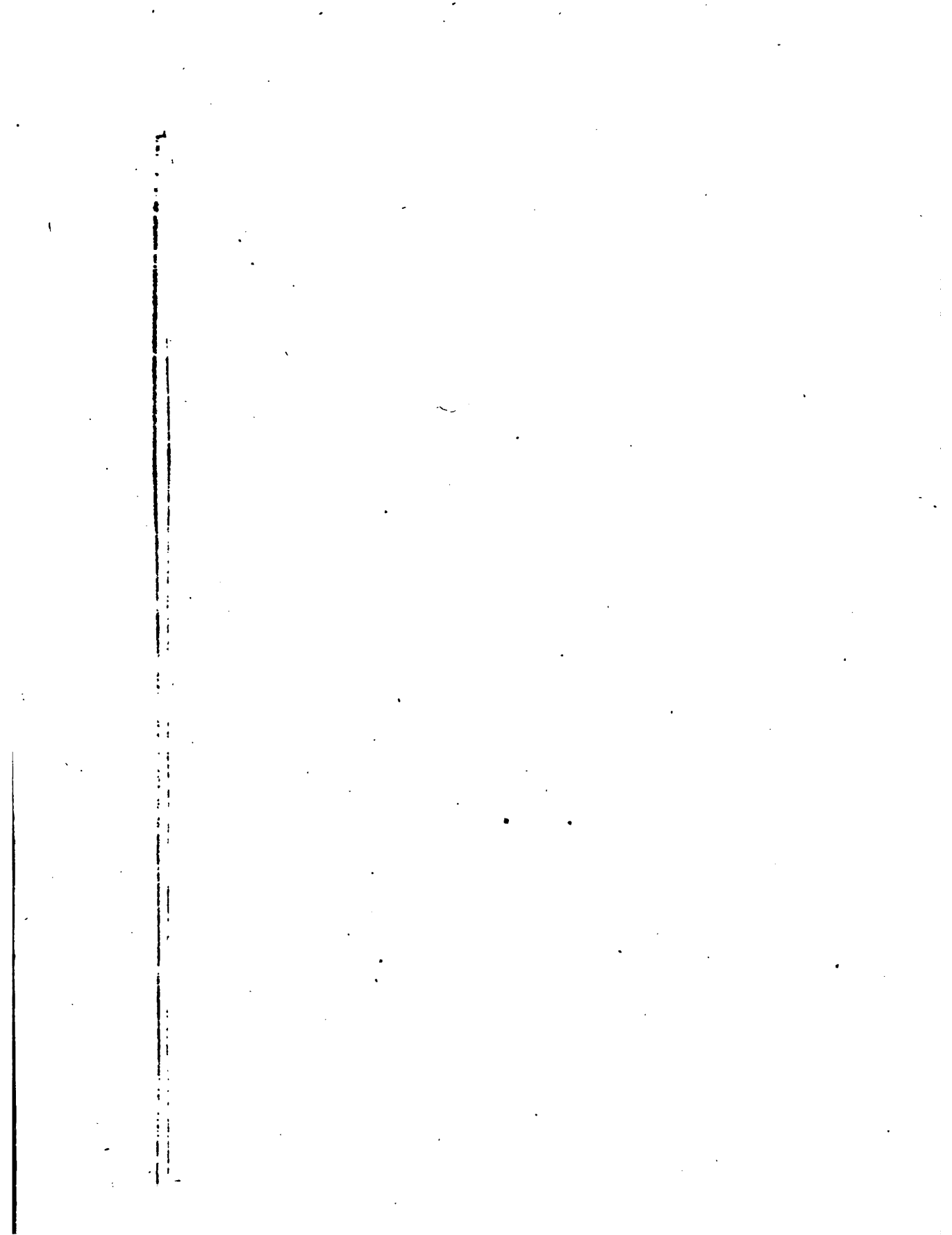


Fig. 109.



Sed quomodo eam nunc clarius exhiberem quam in *Actis* habetur? Impende, quæso, semiquadrantem horæ, ubi vacaverit, Jan. Iectioni attentæ illius Schediafmatis: extat in *Mense Aug.* 1705. forte nec temporis, nec operæ poenitebit. HERMANNUS nos- ter legit & examinavit illud serio, lectumque impense probavit & laudavit.

Ut tamen Tibi morem geram petenti, exemplum pro Curva Elliptica in aliam æqualem transmutanda dabo. Sit (*Fig.* 110.) TA. XIX. Ellipsis data ABDE, cujus axes conjugati AD & BE: Fac igitur aliam Ellipsin datæ æqualem NPMQ; tangantque primo duæ illæ Ellipses se mutuo in verticibus conjugatis A & P; ita nempe, ut in directum cadat axis major AD cum minore PQ. Hoc in positu repere facias PMQN, hoc est, moveas eam motu parallelo super immobili ABDE, servato interim semper contactu mutuo Ellipsium, quo fiet ut Ellipsis PMQN transferatur post primum circumlacionis quadrantem in situm P₁M₁Q₁N₁, post secundum in P₂M₂Q₂N₂, post tertium P₃M₃Q₃N₃, & post quartum redeat in primum PMQN; atque interim vertices quatuor A, B, D, E, successive excipiant suos respective conjugatos P, N, Q, M. Hoc motu, punctum quodvis in plano curvæ repentis, exempli gratia, centrum O describit curvam OGO₁HO₂JO₃KO, quæ, secundum ea quæ demonstravi in *Actis*, erit dupla curvæ Ellipticæ ABDE, adeoque illius dimidia OGO₁HO₂ erit æqualis propositæ curvæ Ellipticæ. Quod si magis desideres, ut integra descripta Ellip- si datæ sit æqualis; oportet prius assumere loco Ellipsis datæ aliam Ellipsin similem, habentem axes conjugatos datorum dimidios: Ita enim ambæ Ellipses ABDE & PMQN simul sumtæ æquant propositam, huicque adeo æqualis erit integra curva descripta GHIK. Habes ergo (ut desiderasti) constructionem per motum continuum. certe non minus geometricam quam ea est, qua per motum circini describitur circulus. Forte tamen ei non acquiesces, sed petes æquationem algebraicam pro determinanda natura Curvæ, ejusque punctis inveniendis; Talem exhibere æquationem,

1707.
Jan.

nem, si intelligis per *constructionem dare*, etiam in hoc me obsequentem habebis.

Sit igitur semiaxis major $AC = a$, semiaxis $BC = b$, Abscissa indeterminata in Ellipsi $CR = x$, adeoque applicata in eadem $RS = \frac{b}{a} \sqrt{(aa - xx)} =$ (brevitatis gratia $by: a$; ex his fiant ordinatæ CT , TF hac conditione, ut abscissa CT fit $= x + b^2 x: \sqrt{(a^2 y^2 + b^2 x^2)}$, & ordinatæ $TF = by: a + a^3 y: \sqrt{(a^2 y^2 + b^2 x^2)}$. Dico Curvam hoc modo determinatam fore quæsitam, nempe illam ipsam quæ per motum repentem puncti O fuit delineata. Notes hic obiter puncta F & S ita sibi respondere, ut ubi O processit in F mutuus Ellipsium contactus tunc semper celebretur in S ; quæ omnia demonstratus sunt facilia.

Sed ad aliud nunc progredior, quod moneri alicujus operæ pretium duco, quanquam alias, ut videtur, haud adeo magni meum inventum æstimaveris. Idque hoc est, quod hæc mea Methodus transformandi curvas simul doceat lineas Ellipticas, cæterasque Ellipticarum formam habentes, imò omnes curvas comprehendere intra limites pro arbitrio coarctandos duorum circulorum, quorum unus majorem, alter minorem circumferentiam habeat, quam data curva Elliptica; quod quantum usum habere possit in praxi ipse perpendas; licet tale quid nemo hucusque præstiterit; nemo enim hucusque, sine serie, in terminis finitis & geometricè reduxit, exempli gratia, Ellipsin ordinariam intra duas circumferentias circulares, quæ vel tantum centesima, nedum millesima, vel minori ad huc sui parte, altera alteram excedat; hoc tamen est quod mea Methodus feliciter exequitur, en qua ratione.

Vides curvam rependo descriptam, quæ Ellipsi æqualis, habere quatuor sua puncta Cardinalia O, O_1, O_2, O_3 , æqualiter distantia à centro C ; sed & demonstrare possum inter 4 ista puncta, dari 4 alia exacte intermedia G, H, I, K , itidem æqualiter distantia a centro C ; sed hoc discrimine, quod illorum intervalla a centro C sint minima, horum vero maxima; id quod curvæ

curvæ nostræ peculiarem hanc formam conciliat, ut nempe habeat quatuor gibbos valde quidem obtusos in G, H, I, K, alternatim protuberantes inter quatuor puncta Cardinalia O, O₁, O₂, O₃, ubi curva quatuor veluti compressiones patitur; unde clarum est circulos duos ex centro C, & radiis CO, CG, descriptos, tangere curvam in quatuor punctis, & unum quidem interne in O, O₁, O₂, O₃, & alterum externe in G, H, I, K; adeoque illum tanquam circumscriptum eadem esse majorem. Est autem radius inscripti $CO = CA + CB = a + b$, & radius circumscripti $CG = AB\sqrt{2} = \sqrt{(2aa + 2bb)}$. Hinc ergo concludo curvam nostram OGO₁, HO₂JO₃KO, hoc est, Ellipsin, cujus axes conjugati sunt $4a$ & $4b$, nempe duplo majores quam AD & BE, esse majorem quam ambitus Circuli cujus radius $a + b$, sed minorem quam alium, cujus radius $\sqrt{(2aa + 2bb)}$. Sumamus exemplum hujus adjectæ figuræ, ubi tali Ellipsi sum usus, in qua semiaxes conjugati AC & BC, sunt ut 5 & 4, unde radius circuli minoris erit 9 vel $\sqrt{81}$, & radius circuli majoris erit $\sqrt{82}$; assero igitur longitudinem Ellipsis, cujus semiaxes conjugati habent partes 10 & 8, esse inter duas circumferentias circulares radiorum $\sqrt{81}$ & $\sqrt{82}$, qui numeri sibi propius accedunt quam hi rationales 9 & $9\frac{1}{8}$, hoc est, quam 162 & 163, ideoque minor a majori minus differt quam centesima sexagesima secunda sui parte. Hac occasione memini me legere apud nonnullos Practicos, quod pro comparandis perimetris Ellipsium cum circularibus, jubeant describere Circulum radio æquali medio Arithmetico inter semiaxes conjugatos Ellipsis propositæ, cui asserunt æqualem fore circuitum circuli ita descripti. Revera hic circulus, cujus circuitum haud dubie ex sola sensuum æstimatione æqualem judicant lineæ Ellipticæ, est ipsissimus minor ex limitibus a me hic assignatis; sed cum illi eum non nisi circiter æqualem æstiment, incerti tamen utrum, rem accurate sumendo, sit justo major aut minor; ego veritatem scientifice assecutus, ostendi nonnihil justo minorem esse; sed hæc de limitibus primis. Nunc limites secundos, multo quam primi propinquiores, & postea tertios propinquiores

1707.
Jan.

adhuc, & ita porro invenio hac ratione : Finge scilicet curvam nostram prima operatione inventam $GHIK$ se ipsam ob reperere, & ita quidem ut ab initio vertex gibbositatis G tangat verticem compressitatis O , hoc est, ut recta longissima GC in curva mobili cadat in directum cum recta brevissima OC in curva immobili, plane ut factum est in ipsa Ellipsi, ubi ab initio vertices conjugati A & P qui sane nihil aliud sunt quam id quod ibi voco Vertices gibbositatis & compressitatis] se tangunt, & maxima minimaque distantia $ACPO$, in directum ponuntur. Hoc intellecto, levi attentione adhibita percipies, secundo hoc motu repetitio, centrum C curvæ mobilis, vel quodvis aliud ejus plani describere curvam novam *Octigibbam*, hoc est quæ habebit octo gibbos tantillulum prominentes alternatim, inter totidem compressuras, & quorum vertices octo æquabiliter a centro distabunt; curvamque ipsam octigibbam longitudine duplam esse curvæ generantis quadrigibbæ, uti hæc ipsa dupla est Ellipticæ, ex qua fuit generata. Attendas igitur ad mirabilem generationem harum curvarum. Ellipsis, quæ reapse est curva *bigibba*, generat sui duplam *quadrigibbam*; *quadrigibba* producit sui duplam *octigibbam*; & hæc, simili motu & conditione, gignet etiam sui duplam *sedecigibbam*, & ita porro in infinitum. Sed quemadmodum Curva quadrigibba propius ad rotunditatem circuli accedit, quam bigibba, seu Ellipsis; ita quoque octigibba propius accedit ad eam quam quadrigibba, sedecigibba propius quam octigibba, &c. ad instar polygonorum, quæ quo plures habent angulos, eo magis circulo assimilantur: magno tamen discrimine appropinquationis nam per multiplicationem angulorum in polygonis diu multumque procedendum est, antequam perveniatur ad limites a *Ludolpho VAN COLLEN* constitutos, sed Curvæ nostræ multigibbæ incredibili adeo celeritate ad circulum convergunt, ut, quemadmodum ex indiciis quibusdam mihi patet, institutis quinque operationibus jam perveniatur ad limites *Ludolpbinis* arctiores; reperta nempe curva tantum 64 gibborum; loco quod *ARCHIMEDI* opus fuerit Polygono 96 angulorum ad rationem suam a ad 22 diametri ad circumferentiam invenendam, quæ tamen 7

vera

vera multum adeo adhuc abludit. Veritatem hujus aliquo modo ^{1707.} percipies ex limitibus nunc tradendis, quos mihi suppeditavit Jan. curva octigibba.

Hos ut inveniam, facile colligere est ex dictis, necesse esse ut quæram illius Curvæ distantias a centro maximam & minimam: circulus enim, radio maximâ intervalli descriptus, tanget curvam exterius in octo punctis, & erit per consequens longitudine major quam curva; sed circulus, descriptus radio minimi intervalli, tanget curvam interius in octo punctis, adeoque longitudine minor erit quam curva. Quantum ad distantiam minimam, invenitur facile; est enim æqualis summæ distantiarum minimæ & maximæ curvæ quadrigibbæ genitricis, quod per se patet; sed quod spectat ad distantiam maximam, demonstrare possum quod fit illa æqualis perpendiculari CZ bis sumptæ, quæ demittitur ex centro C in rectam VX tangentem curvam quadrigibbam generatricem in V, quæ tangens supponitur facere cum CO & CG prolongatis, basin Trianguli isoscelis VCX; Et quidem pari modo distantia minimæ & maximæ in sequentibus curvis multigibbis inveniuntur: Semper enim distantia minima æquatur distantis duabus, minimæ & maximæ simul sumptis in præcedente multigibba generatrice; & distantia maxima æqualis est altitudini bis sumptæ trianguli isoscelis formati per prolongationem distantiarum præcedentium maximæ & minimæ, usque ad tangentem tanquam basin ejus trianguli. Ex hoc generali fundamento, si nunc lubeat eruere limites secundos, quos nempè suppeditat curva octigibba, advertendum primo est, cum octigibba sit dupla quadrigibbæ, & quadrigibba dupla bigibbæ, seu Ellipsis; fore etiam octigibbam, longitudine quadruplam Ellipseos; adeoque ut illa fiat æqualis Ellipsi propositæ, assumendam esse pro primâ genitrice aliam Ellipsin similem, cujus axes conjugati sint subquadrupli conjugatorum propositæ. Sint igitur iterum, (ut ante) axes conjugati Ellipseos propositæ $4a$ & $4b$, adeoque nunc $AD = a$, $ABC = b$: Inveni pro limitibus secundis, nempe radium circuli curvæ octigibbæ inscripti $= (a + b - \sqrt{(2aa + 2bb)}) : 2$ & radium circuli eidem circumscripti $= \frac{1}{2} \sqrt{(2aa + 2bb)}$

1707.
Jan.

$+ 2bb + (aa - bb)\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(aa + 2bb - (aa - bb)\sqrt{2})}$, vel quod tantundem est $\sqrt{(aa + bb + \frac{1}{2}\sqrt{(2a^4 + 12aabb + 2b^4)})}$ Ut applicationem faciamus ad Exemplum nostrum, ubi semiaxes conjugati Ellipsis propositæ sunt partium 10 & 8, hoc est ubi $a=5$, & $b=4$; invenietur pro radio circuli minoris $(9 + \sqrt{82}) : 2$, & pro radio circuli majoris $\sqrt{(41 + \frac{1}{2}\sqrt{6562})}$, qui numeri sibi magis appropinquant quam hi rationales $9\frac{8}{289}$ & $9\frac{391}{14000}$. Etenim $9\frac{8}{289}$ tantillo minor quam $(9 + \sqrt{82}) : 2$, & $9\frac{391}{14000}$ tantillo major quam $\sqrt{(41 + \frac{1}{2}\sqrt{6562})}$.

Atqui numeri $9\frac{8}{289}$, & $9\frac{391}{14000}$ paulè ad huc propius ad rationem æqualitatis accedunt, quam hi numeri integri 36562 & 36563; ergo a priori ratio inter limites inventos $(9 + \sqrt{82}) : 2$, & $\sqrt{(41 + \frac{1}{2}\sqrt{6562})}$ magis convergit ad rationem æqualitatis, quam quæ est inter 36562, & 36563. Determinavi igitur hac secunda operatione duas circumferentias circulares, unam proposita Ellipsi majorem, alteram eadem Ellipsi minorem, quæ tamen circumferentiæ tam parum ab æqualitate recedunt, ut in plusquam triginta sex millibus partium, nequidem parte unica a se differant. Nunc quæso, perpende, si limites primos 162 & 163 excipiant statim limites secundi, enormi adeo modo sibi propinquiores, quid fieret si institueremus nunc tertiam operationem, postea quartam, imo & quintam? Haud dubitabis, credo, de eo quod dixi, paucis istis operationibus posse, pro Ellipsis coæquandis perimetris circulo- rum, perveniri ad limites angustiores, quam quos *Ludolphus* operationibus multis concatenatis invenit pro ipso circulo re-ctificando. Fateor equidem ultiores operationes nostras nonnihil difficiles esse, & longas evadere propter complicationem signorum radicalium, quæ in expressionibus limitum magis magisque co-æcervantur. Sed qui hisce delectatur operæ pretium faceret, si inquireret num qua certa lege limites progrediantur; quo casu, sine calculo, pro lubitu continuari possent: uti certe jam factum est

est pro definiendo limite minori, quippe qui, ut supra monui, ^{1707.}
semper est æqualis medio arithmetico inter limites præcedentes: Jan.

modo nunc pari facilitate limes major ex præcedentibus erui posset, haberemus quod volumus. Interim quamvis nondum id laboris mihi dederim, ut, instituta tertia operatione, tertium limitem majorem definierim; potest tamen, conferendo tertium limitem minorem, qui tam facile invenitur, cum præcedente secundo majore, perveniri ad rationem magis æqualitati accedentem, quam quæ habetur ex utroque limite secundo. Ita in præfenti exemplo, ubi limites secundi sunt $(9 + \sqrt{82})$: 2 & $\sqrt{(41 + \frac{1}{2}\sqrt{6562})}$, quorum ratio continetur intra 36562 ad 36563 , nunc habebitur pro limite minore $(9 + \sqrt{82})$: $4 + \frac{1}{2}\sqrt{(41 + \frac{1}{2}\sqrt{6562})}$, & pro majore $\sqrt{(41 + \frac{1}{2}\sqrt{6562})}$; hos limites repetio contineri intra terminos hujus rationis 56717 ad 56718 , quos vides nunc tantum unitate differre. Ellipsis igitur nostra, cujus axes conjugati sunt ut 5 ad 4 , eo jam proximitatis ad perimetrum Circuli reducta est, ut exhiberi possint duæ circumferentiæ circulares, una Ellipsi major, altera eadem minor plusquam quinquaginta sex millibus partium, ne una quidem à quæ tamen in se differunt. An talia jam ab alio quopiam ante me fuerint tradita, nihil sane vidi unquam, neque quemquam de hisce vel somniasse tantum arbitror. Petisti tantum ut methodum meam transformandi curvas, quam sine dubio inapplicabilem credideras, ad Ellipsin applicarem, quod feci; Sed dedi insuper, ut cernis, quæ a me non expectaveras; occasionem forte datura excitandi tuam curiositatem, deque methodo illa mea paulo benignius quam prius sentiendi. Possem hic attingere alia, quæ ea, pro fecunditate sua, mihi suppeditavit in ipsis Cyclometricis valde profutura, sed justos litterarum fines jam dudum egressus, ad finem properare jubeor.

Ut cætera Epistolæ Tuæ capita brevissime perstringam; memini jam olim me quædam mea in summando vel integrando artificia Tecum communicasse, ut adeo non vacet ea in Adversariis meis hinc inde dispersa denuo recolligere & exhibere, nihil enim est quod magis fastidiam quam operam eandem bis peragere;

1707.
Januar.

præfertim si nulla hinc Tibi nascitur commoditas, nisi quod litteras meas olim ad Te datas paululum perlustrandi labore leveris. Conceptus quem habes de curvis, ut voco, bicornibus, quod nimirum quasi saccum regressu faciant, etiam mihi ante complures annos fuit familiaris, & de ea re multis litteris egi cum *Marchione* HOSPITALIO; cui in Exemplis quibusdam curvarum, tam algebraicarum quam transcendentium, ostendi per calculum, in sacculo illo seu puncto reversionis (*point de rebroussement*) revera omnes directiones reperiri; hoc est quamlibet rectam per illud punctum ductam, esse in numero tangentium, quod conceptum istum meum mirifice confirmabat. Cl. HERMANNUS, cui monstravi litteras, de rei veritate testari poterit.

Forte adhuc nescis communem nostrum Adversarium ROLLIIUM ad bonam frugem rediisse, & tandem veritatem agnovisse: Conversionem suam, coram VARIGNONIO, MALLEBRANCHIO, FONTANELLIO, aliisque palam testatus, edixit se ex instigatione quorundam malevolorum scripsisse contra Calculum infinite parvorum. Scire etiam convenit aliquem DUTAL, & alium POLINIÈRE Parisinos, tandem didicisse imitari me in conficiendo meo Phosphoro ex mercurio, & quidem ex eo ipso cum quo HOMBERGIUS aliique Academici frustra laboraverant. Prior ille DUTAL etiam in mei defensionem publice edidit aliquod Scriptum, quod vidi in Mensuris BERNARDI, præteriti Septembri (1). Sic tandem bona causa semper triumphat. Vale & transige novum hunc pluresque secuturos annos ex animi sententia.

Basilea 15. Januar. 1707.

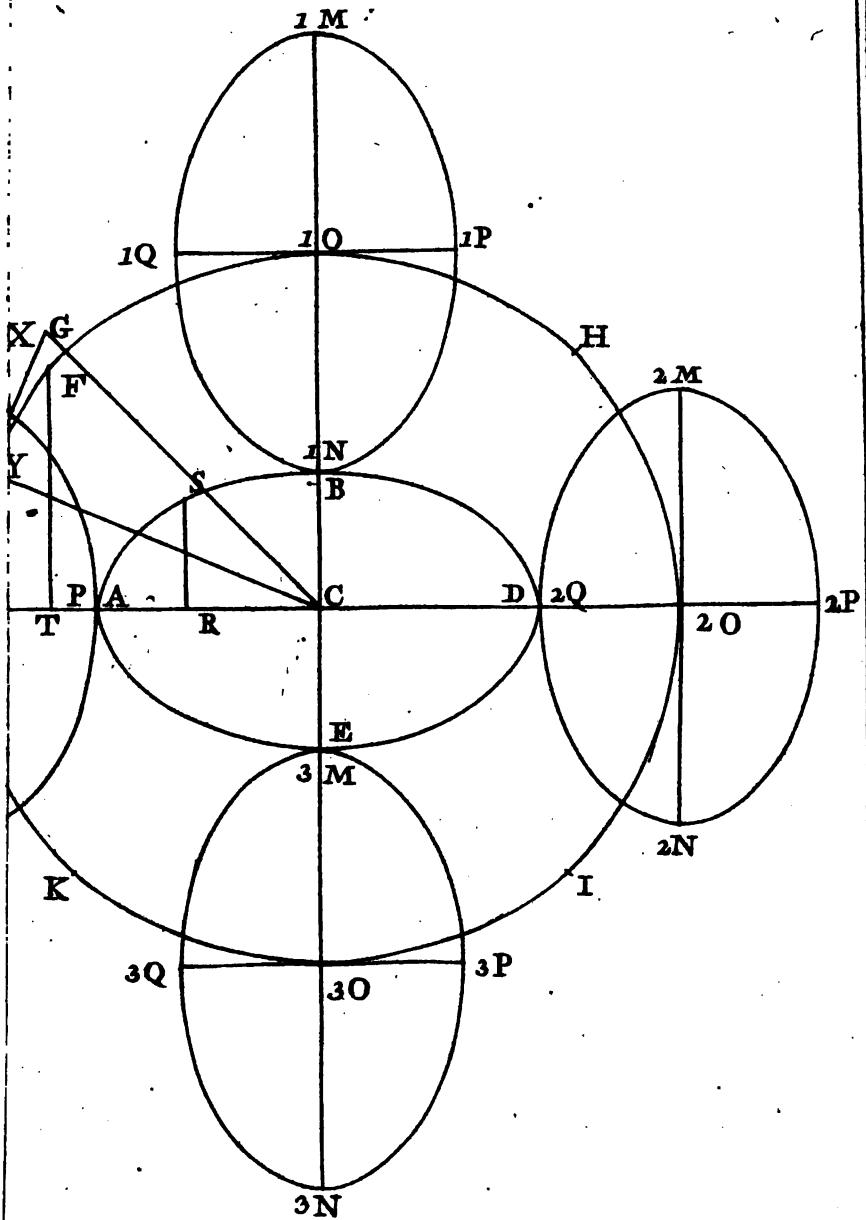
Amplitudini Tuæ Devotissimus.

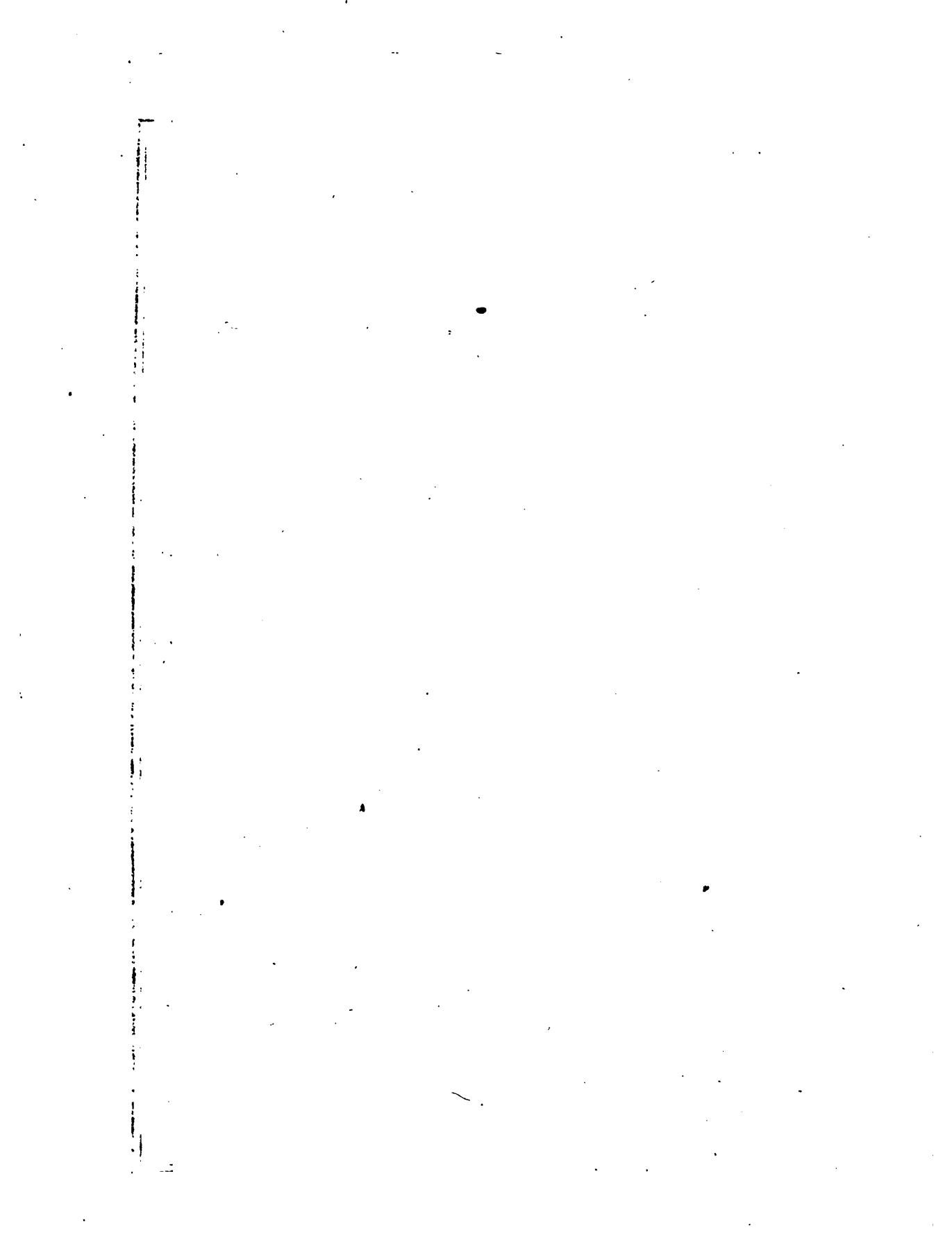
J. BERNOULLI.

EPISTO-

(1) *Art. I. pag. 243.*

Fig. 110.





EPISTOLA CLXVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

De curvis multigibbis. De ROLLIO, DU TALIO, LA HIRIO & PARENTIO. De Circuli rectificatione per approximationem. De Miscellaneis Berolinensibus edendis.

Vir Celeberrime ! Fautor Honoratissime !

NON mediocriter turbaverunt me litteræ *Hermanniana*, & 1707. Februar.
 mox Tuæ, quæ valetudine Te parum firma uti significant. Itaque valde ſuadeo ut eam cures diligenter, & laboribus animi maxime abſtineas, inter quos Calculi non ſunt poſtremi. Potes ingenio prodeſſe, etſi non proſis labore. Neque gravius hæc ſtudia damnum ſentire poſſent, quam a jactura Tua, quæ adhuc Fratrem Tuum deplorant. Gaudeo interim alterius Fratris Filium veſtigia veſtra premere. Hunc poteris excitare, ut juvet meditationes Tuas, hereditariamque vobis laudem in poſteros ſervet.

Nolim me Tuorum inventorum negligentem, aut parcum æſtimatorum putes, etſi præjudicio, neſcio quo, feſtinus circa repentem motum Te lapſum putarim: Quanquam Tu quoque [patere ut hanc vicem reddam] meam Problematis Tui Solutionem initio negligentius tractaveris, quæ res fecerat ut neſcio quas Tibi perplexitates fingeres, ubi nullæ erant.

Scimus, & hanc veniam petimusque damusque viciffim.

Cæterum etſi pro poenitentia injunxeris, ut Tuas *Gibbo-compreſſas* [ſic enim credo apte vocabimus] attentius legerem; legiſſe non pænuit. Pulcherrima enim viſa profeſto Tua meditatio de Circulis duobus, uno extimo altero intimo, circa curvam ad eandem partes cavam; adeoque uno majore altero mino-

1707. re. Ita per curvas plus semper multigibbas eidem æquales inde-
 Februar. finite huic acceditur per Circuli circumferentias. Nec dubito
 quin possis hoc artificio aliquo ad ipsius applicare dimensionem
 circumferentiæ, & facili negotio superare *Ludolphum*.

De Sacco in curvæ cornu evanescente Te non minus quam
 me dudum cogitasse facile credo: monui tantum amicum; ut
 objectioni satisfacerem. quæ hic regulas nostras maximo-mini-
 morum locum non habere volebat.

Plus gaudii est in Cœlo nostro geometrico ex uno peccatore
 converso, quam ex decem justis: itaque ROLLIIUM ad bonam
 frugem rediisse impense lætor. Qui vero illi malevoli instigato-
 res? Binos ex illis non difficulter divinare posse mihi videor; sed
 patiamur eos Heautontimorumenos esse.

DU TALIIUS illè, quem memoras, Scapham Scapham ap-
 pellavit, quantum ex *Bernardinis* vidi:

Aliquoties notavi nonnullos sua tantum curare,
 aliena negligenter. Nonnulli id habent, ut aliena, quan-
 tum possunt sibi vindicent. Ita LA HIRIUS pessime ROME-
 RUM inventorem diffimulavit; PARENTIUS in Præfatione suo-
 rum *Elementorum* jactat, se quæ VARIGNONIUS de composi-
 tione motuum; imo etiam quædam, quæ HUGENIUS dudum dede-
 rat, per se invenisse, ne lectis quidem eorum scriptis, quæ in
 omnium manibus versantur. Nunc *Memorias Academicas* suis
 quibusdam Calculis mechanicis (nescio quam bonis) implet; jac-
 tatque se primum de frictionum æstimatione cogitasse: Sed quan-
 tum video, semper in abstractionibus subsistit; nunquam ad usum
 rerum venit, quod in Mechanicis imprimis desiderabatur.

Cogitavi inter scribendum; an tua per circulum appropinquan-
 di ad curvam Ellipseos Methodus applicari recte appropinqua-
 tionem ad circumferentiam possit. Sit (*Fig. III.*) linea Epicy-
 cloïdalis ABCDE, descripta revolutione circuli cujusdam
 mobilis super circulo immobilis AEF. Sit BD chor-
 da maxima in dicta Epicycloïdali, per quam abscindetur seg-
 mentum BCD, huic adiungatur aliud per omnia congruum
 BKD, & ita formabitur linea Ellipsiformis BCDKB rectificabi-
 lis

lis per viam communem. Hæc tractetur; ut Tu tractasti Ellipsin, 1707.
 & habebis curvas ei æquales, vel in ratione ad eam data ad cir- Februar.
 culum in infinitum accedentes, adeoque lineam rectificabilem in
 infinitum magis magisque admovendo ad circulum, vicissim cir-
 cumferentiam ejus magis magisque mensurationi admovebis. Supl-
 pono autem Epicycloïdalem esse eam, cujus quævis puncta per
 Geometriam definiri possunt. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam Berolini 1. Februar. 1707.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Dum hic sum, id ago ut aliqua sub approbatione So-
 cietatis Scientiarum nostræ edantur *Miscellanea*. Observationes
 Astronomicas habemus non contemnendas; & non paucæ, quæ
 factæ sunt a *Parisinis* Anno 1704, nuperque editæ, poterunt
 conferri cum nostris, quas edi curabo. Si quid submittere no-
 bis voles generis cujuscunque, libenter adjicietur. Etiam quæ
 Dnus HERMANNUS forte dare volet, grata erunt; nam non con-
 temnenda erunt quæ ab ipso proficiuntur, & nos undecunque
 submissa, quæ digna erunt publico, non negligemus. Iterum
 Vale.

EPISTOLA CLXVIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIIUM.

Responſio ad præcedentem.

De Curvis quibuslibet ad circuli peripheriam reducendis per approximationem. De Circuli rectificatione & Quadratrice describenda.

De Miſcellaneis Berolinenſibus.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

1707.
Mart.

TE nunc liberatum a præjudicio illo, quo me lapſum putaf-
ti circa motum repentem, valde lætor; ſed magis adhuc
quod quæ hinc meditatui fui de curvis multigibbis, pro appropin-
quatione ad curvas Ellipticas per circulares, legiſſe Te non
pæniterit: nihil enim magis in votis habeo, quam ut aliquid
Tua attentione dignum præſtare poſſim. Rectiſſime enim cogitaſ-
ti methodum iſtam appropinquandi per circulum ad curvam El-
lipſeos applicari etiam poſſe lineæ rectæ: ſed pro hoc ideo non
opus eſt linea Epicycloïdali, quæ pro calculo nimis eſſet compo-
ſita; quælibet alia linea rectificabilis huic fini inſervire poteſt,
eſſi Ellipſeos formam non habeat: hæc de cauſa, jam in præ-
cedentibus meis [nam tum de hac re jam cogitaveram] ſcripſi
methodum meam non tantum ad Ellipſes ſed ad omnes curvas
TA. XXI. omninò extendi. Sit enim (*Fig. 112.*) BA arcus curvæ cujuſ-
cunque, exempli gratia, parabolæ:adjungatur ad B, verſus partem alte-
ram, arcus alius priori per omnia ſimilis, & æqualis BD, ita
quidem ut in B [quanquam nec hoc absolute fit neceſſarium]
habeant communem tangentem, hoc eſt, ut forment curvaturam
continuum; jam duobus iſtis arcubus BA, BD, adaptentur duo
alii proſus ſimiles & æquales EA, ED, ut hinc oriatur figura
cluſa Ellipſiformis BAED, cujus tota circumferentia æquatur
arcui

arcti BA quater sumpto, neque obstat quod in A & D arcus ^{1707.}
 in angulos coeant, non vero, ut in B & E, abeant in curvam ^{Mart.}
 continuam. Jam si huic figuræ BAED, alia per totum con-
 gruens PNQM admoveatur, & altera alteram obrepit, ut fe-
 ci in Ellipsi; describet punctum O curvam quampiam quadrigib-
 bam, quæ erit arcus BA Octupla, hæc quadrigibba postea mu-
 tabitur in Octigibbam, & ita porro. Fateor equidem curvas illas
 multigibbas non esse uniformis naturæ, ut sunt illæ quæ gene-
 rantur ex Ellipsis; constant enim ex arcibus diversis, qui ta-
 men in continuam ubique abeunt curvitatem, & hoc jam suffi-
 cit pro approximatione ad circulum.

Vides itaque quomodo nunc Parabolæ arcus, & quæ ab eo
 dependet area Hyperbolæ per circulum quantumvis prope men-
 surari possit; quod sane hætenus nemo feliciter executus est. Hac
 enim methodo intra paucas horas pro illis arctiores limites inve-
 nirentur, quam Tibi misi pro Ellipsis. Interim, ut & hoc mo-
 neam, non necesse est ut arcus BA quater sumatur, ad for-
 mandam figuram clausam Ellipsiformem, BAED; nisi eum
 omnino ad integram circumferentiam reducere velimus; nam
 quilibet arcus solus cujusvis curvæ, per obreptionem subcontra-
 riam continuo repetitam in infinitum, tandem abit saltem in
 arcum circuli. Voco autem obreptionem subcontrariam, quan-
 do arcus aliquis se ipsum obrepat inversè, hoc est, quando in
 reptionis initio extremitates appositæ se mutuo tangunt: hoc enim
 modo arcus propositus per reptionem primam mutabitur in alium
 ejusdem, ut voco, amplitudinis, sed qui constabit ex duobus
 arcibus & similibus & æqualibus, qui si nunc porro subcontra-
 rie se mutuo obrepant, orietur arcus, constans quatuor arcibus
 similibus & æqualibus, adeoque ad rotunditatem arcus circula-
 ris magis accedens; per obreptionem tertiam subcontrariam, for-
 mabimus arcum habentem arcus octo similes & æquales, & sic
 magis & magis ad ipsum arcum circuli, ejusdem cum præceden-
 tibus singulis amplitudinis, deveniemus. Hoc unicum adhuc ad-
 dam, pro applicanda methodo ad rectæ appropinquationem ad
 circulum, sumi posse Ellipsin cujus axis minor sit indefinite par-
 vè

1707.
Mart.

væ longitudinis, quæ utique nihil aliud erit quam linea recta duplicata. Hanc si more Ellipsium per reptionem moveas, habebis loco curvæ quadrigibbæ quatuor latera quadrati; postea loco octigibbæ ambitum octogoni, ita scilicet, Ellipsi abeunte in rectam lineam, curvæ multigibbæ quoque abeunt in Polygona regularia, & hæc tandem in Circulum. Id quod mihi suppeditavit modum hunc facilem, exhibendi, per constructionem continuo & celeriter appropinquantem, arcum circuli æqualem lineæ rectæ datæ.

TA. XXI.

Esto (*Fig. 113.*) data recta BG perpendicularis ad aliam rectam AC , ducatur ad arbitrium recta BA , & angulo A fiat æqualis angulus ABC , ut habeatur triangulum Isosceles BCA . Jam ducatur perpendicularis CD in AB , & ipsi CD capiatur æqualis CL ; jungatur DL , in quam agatur perpendicularis CE , cui æqualis abscindatur CM . Jungatur EM , & ducatur perpendicularis CF , hocque continuetur in infinitum; & fit CR illarum perpendicularium ultima: dico arcum circuli RS , radio CR descriptum fore æqualem rectæ propositæ BG , atque hoc est ad quod respiciebam, quando in præcedentibus meis dixi me quædam, ex occasione illâ, invenisse in Cyclometris profutura; quamquam postea viderim puncta B, D, E, F &c. esse in Quadratrice *DINOSTRATI*; quod quidem facile demonstrari potest, adeoque hoc nomine nihil novi me præstitisse, quatenus diu jam cognitum est rectificationem Circuli dependere a determinatione intersectionis Quadratricis & ejus diametri; in eo tamen aliquid singulare hic factum cernis, quod hic puncta in quadratrice D, E, F , &c. ob perpendicularitatem CD, CE, CF , certius designentur, adeoque punctum ultimum R multo accuratius determinetur, quam per modum vulgarem, quo, propter sectiones magis magisque obliquas, puncta in Quadratrice tandem valde incerta evadunt. Cæterum vero, quidquid de eo sit, elegans mihi videretur & minime contemnendum, quod hoc, quod ab aliis jam pridem inventum, & ut singulare quid venditatum, idem tamen hoc nostræ inventionis non-nisi minimum tantum sit *Corollarium*.

. Binos.

Binos illos ex malevolis ROLLII instigatoribus, quos Tu 1707. Mart.
 divinabis, & ego divinabo; nisi enim vehementer fallor, in men-
 te habes GALOISIUM & LAHIRIUM, Calculi differentialis
 acerrimos hostes. Nesciveram ROMERUM esse ve-
 rum authorem inventorum dentium Epicycloidalium, quorum LA
 HIRIUS se inventorem prædicavit.

Gratissimum fuit intelligere Te curaturum, ut quædam, sub
 nomine Societatis Scientiarum vestræ, edantur *Miscellanea*. Sic
 enim Rempublicam Litterariam, quam multis adeo modis jam
 demeruisti, de novo insigniter Tibi obstringes. Eoque magis
 gaudebit, quod quæ Tuis auspiciis eduntur, nihil, nisi bonum
 & selectum, continere sibi persuadebit: secus ac fieri solet
 in aliis ejusmodi Ephemeridibus, in quibus plerumque multa sunt
 mala mixta bonis. Si quæ a me proficiuntur publico digna ju-
 dicas, exempli gratia quæ de curvarum comparatione & reduc-
 tione ad circulos ope multigibbarum meditatus, aliaque quæ ad Te
 scripsi in litteris privatis, & alia publice communicavi, liben-
 ter patiar ut edas: Tuo enim arbitrio ea relinquo. Interim dum
 aliquando vacabit discutiam Adversaria mea, & quæ invenero ali-
 cujus momenti Tibi submittam. Significavi Dno. HERMANNO
 Tuum propositum, eumque hortatus, ut mittat quoque, si quid
 edendum habeat, quod se facturum promisit: Miror vero quod
 ipse nondum in hanc Societatem sit cooptatus, cum tamen alii
 forte minus Tibi noti in eam jam sint recepti. De cætero liben-
 ter a Te scirem Theodorum ZWINGERUM in hac Academia
 Medicinæ Professore in numerum Sociorum. fuisse
 relatum, & si sit, ex quo tempore. Vale & Fave.

Basilea 23. Martii 1707.

Amplitudini Tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Abbate GALLOSIO. *Varia.*

Vir Celeberrime! Fautor Honoratissime!

1707.
Jun.

CUM nuperas ad Clarissimum HERMANNUM scriberem, vix domum redux, nec Turæ nec ipsius novissimæ mihi redditæ erant. Gaudeo valere Te ex fententiâ, & ut valetudinem cures suadeo.

GALLOSIUM obiisse ex *Gallia* scribitur; erat in Virò eruditio non vulgaris, sed aderat tamen & philautia, & nescia cedere veritati pertinacia, quam impugnatione Calculi nostri omnibus patefecit. Ego Virum olim noveram familiariter, cum COLBERTI favore floureret. Forte agebam ipse apud COLBERTUM, Comes generoso CHEVREUSIO *Duci*. Offendi GALLOSIUM, cum altero COLBERTO, cognomine CROISSIO, ad Tractatus pacis habendos profecturo, loquentem, atque id quærentem ut risum nugosis verbis excitaret: miratus sum non mediocriter hominem haud incelebrem gratiam Magnatum pene scurrilibus disteriis captare. Sed ajebant, COLBERTUM majorem hominis dicaitate delectari, quum a laboribus ministerii animum relaxat.

ROMERUM esse verum dentium Epicycloidalium inventorem pro certo habeto. Nam ipse mihi monstravit *Parisiis* Theorema suum, ac simul demonstrationem; cum prius rem HUGENIUS mihi narrasset. Qua autem audacia HIRIUS venti & sentienti inventum suum tantum non furripiat, mirari satis non possum.

Elegantissima sunt quæ de curvis multigibbis reptorioque mo-

tu

tu habes. Inprimis consensus cum DINOSTRATI Quadratrice ^{1707.}
 Si quid vel de his, vel de aliis in ordinem redigere velis, ut ^{Jun.}
Miscellaneis Berolinensibus adjici possit, rem gratam facies, & a
 me curabitur libenter. Quæ HERMANNUS noster de stationi-
 bus Planetariis summisit, etiam locum illic invenient.

Dominum ZWINGERUM vestrum, in nostram Societatem, commendantibus virum amicis, quibus *Berolini* innotuerat, recipi memini; quam mature aut tarde non memini, neque apud nos quicquam refert. Ut HERMANNUS recipiatur, haud dubie curabo.

Videris in *Bernardi Diario litterario* apud Batavos novas quasdam de Phosphoro Tuo Mercuriali observationes *Parisiis* institutas.

FONTENELLUS per amicum mihi significat, quæ idem *Diarium* retulerit, tanquam a se dicta, circa Historiam calculi nostri, quæque refutanda mihi visa sunt, male relata fuisse ab Auditore forte aliquo imperito. (1)

PARENTIUM intelligo mire sua nescio quæ in Mechanicis inventa jactare. Ego nihil animadverto, saltem circa res alicujus momenti, quod attulerit novum. Nec vacat excutere ratiocinia ejus, quæ sese obscuritate tumentur. Vereor autem ne accuratius inspecta erroribus scatere deprehendantur. Quod superest, Vale & Fave,

Dabam *Hanovera* 24. Junii 1707.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. OZANAMUM & SAURINUM, nostrum in numerum Academicorum Rectorum *Parisiis* receptos intelligo, quod perplacet. OZANAMUS in *Diaphanais* maxime calculis excellit.

(1) Vide Epist. CLXI. & CLXIII.

EPISTOLA CLXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De HERMANNO. De HOSPITALII Sectionibus Conicis. De Observationibus FLAMSTEDII. De ZUMBACHIO. De Imperatore Sinenſi.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1707.
Octobr.

GAUDEO Dni. HERMANNI res bene procedere, ut tum ipse, tum Dnus. FARDELLA ad me scripsere. Hic certe spem suam aliorumque ab eo superatam testatur. Parabat se tunc ad stationem habendam, aliaque novo officio obeundo necessaria; itaque aliquandiu a meditationibus divertetur.

Audio Dni. *Marcion's* HOSPITALII librum *De Sectionibus Conicis & Constructionibus* inde deductis prodiisse. Credo virum egregium hunc laborem non fuisse tractaturum, nisi aliquid singularis quod diceret habuisset. Videbo an, quod saepe fieri desideravi, non tantum ordinatas parallelas, sed & convergentes pro locis exprimendis adhibuerit. Id enim plurimum ad variandas perficiendasque Constructiones conferre notavi. Nescio an Dnus. *Marcio* HOSPITALIUS protulerit cogitationem ad altiores gradus. Velim nosse, an Tibi aliquando vacaverit examinare, quæ de iis Dnus. NEWTONUS dedit. Si regula ejus generalis de Diametris (1) vera est, oportet ut non difficili calculo deprehendi possit. Puto Dni. REYNAU *Algebram* vel *Analyſin* (2) tandem prodiisse. Hæc tibi Gallis viciniore omnia innotescant. Itaque si quid intelligis de rebus litterariis ex *Gallia* mecum subinde communicari peto. Ex *Anglia* mihi scribitur primum Tomum Observationum Astronomicarum FLAMSTEDII esse sub prelo. Vidi aliquando consilium ejus talia edendi peculiari

(1) In *Enumerationem linearum Tertii Ordinis*, Art. II. §. I.

(2) *Analyſe démontrée*, &c. Paris 4°. 1708.

liari scheda expressum, quod non exiguam spem fecit augenda hujus Scientiæ. 1707. Octob.

Dnus. SCHEUCHZERUS in Alpium descriptione apud vos utiliter est occupatus. (1) Vivitæ adhuc Dnus. HOLLANDERUS, qui præclara quædam excogitaverat, etiam in studiis nostris; pergere posset utiliter, nisi negotiis impediretur.

De Te nobis in dies magis magisque præclara promitto; ita tamen ut nolim id valetudinis Tuæ incommodo fieri; eam spero nunc fore ex sententia.

Ego animi gratia, cum Serenissima Electrice *Guelfebytum* excurri, & inde *Casselas* ad serenissimum Landgravium, qui rerum Mathematicarum & Mechanicarum est curiosissimus, & nunc ZUMBACHIUM in Aulam suam accivit (cujus *Planetolabium* (2) Tibi notum esse puto) ut Mathematicum habeat, [postquam Dominus PAPPINUS discessit] & ab eo etiam *Algebram* discat.

Ante aliquot dies locutus sum cum Missionario ex *China* reduce, qui Medicum illic utcunque egit. Is mihi, inter alia, dixit Imperatorem Sinensem etiam *Algebræ* rudimenta a Patre VERBIESTIO didicisse, eaque re fuisse inprimis delectatum. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 12. Octobris 1707.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

(1) Joh. Jac. SCHEUCHZERI ΟΥΡΕΣΙΦΟΙΤΗΣ *helveticus*, *sive itinera alpinania*. Lond. 1708. 4°. *Aucta multum* Lugd. Bat. 1723. 4°.

(2) Editum Amstelod. 1700. 4°.

EPISTOLA CLXXI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Arithmetica universali NEWTONI. De Botanica. Varia. De civi-
vis multigibbis. De Genevensium ad Regem Borussiae
consilio laudando.

Vr Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1708.
Mart.

EX litteris Tuis 19. Novembris Anni superioris datis libenter admodum intellexi Te valere, & ab aquarum potu bene valentem domum rediisse. Litteras a Te exinde accipere non memini fatie.

Liber *Newtonianus* sub titulo *Arithmeticae Universalis* (1) *Cantabrigiae* hoc ipso anno editus, ex *Anglia* ad me missus est. NEWTONI nomen nusquam memoratur. Credo quod ipse ex sua dignitate non putavit profiteri se Authorem libri ante triginta annos conscripti, cum Praelectiones publicas *Cantabrigiae* haberet, ex quibus est concianatus; quanquam imperfectum ipse Editor profiteatur. Percurri festina lectione, & quaedam deprehendi non spernenda, praesertim in Exemplis. Unum placuit, quod pro Te exscribi jussi, (2) ut si vacat, consideres & examines; etsi enim non magnopere ad praxin facere videatur, videtur tamen speculationis causa dignum consideratu, praesertim si processus in infinitum haberetur, pro divisore gradus cujus-
cunque.

Quae Dnus. HERMANNUS mihi summisit de statione Planetarum, *Berolini* sunt, ibique edentur; (3) non puto Tuam solutionem

(1) *Arithmetica Universalis, sive de compositione & resolutione Arithmetica, Liber.* Cantab. 1707. 8°. *Atque iterum* Lond. 1722. 8°. &c. Lugd. Bat. 1723. 4°.

(2) *Articulum nempe, De inventione divisorum.*

(3) *Miscel. Berol.* Tom. I. P. III. N°. 7. pag. 197. atque Tom. II. p. II. N°. I. p. 59.

tionem esse adjectam, sed nec *Fatianam*. 1708.
Mart.

Gaudeo Dnum. SCHEUCHZERUM Juniozem (1) apud Te Geometriam altiozem cum Phyzica conjungere velle : ea sane veriffima proficiendi ratio eft.

Laudandos puto Botanicorum conatus in digerendis Speciebus, & Methodos quibus RAIUS, TOURNEFORTIUS, alii que utuntur, petitas ex florum figura, utilem Tyronibus puto, fed tamen ad perfectionem Scientiæ non fuffecturam judico. Et eze arbitror ex diverfis Capitibus diverfas institui plantarum comparationes, veluti a feminibus, radicibus, truncis vel fcapis, corticibus, ramis, foliis, floribus, medullis, fuccis, viribus feu uſibus, ratione propagandi, &c. quovis Capite ita tractato, tanquam ex hoc ſolo inſtituenda eſſet plantarum in ſpecies digeſtio; eſti unum caput alio ſit aptius. Video enim dum nimis uni conſiderationi inhæretur, exſuccam reddi doctrinam, nec ſatis ad uſum Agriculturæ, Mechanices, & Medicinæ adaptari. Pene in ipſuar in vertiginem dedifti, narrato itinere tuo pedestri uſque adeo periculofò.

Clariffimus PAFINUS difcedens *Caffellis Angliam* ſe ire dicitabat; ſed credo eum adhuc hæere in Batavis: ſane ex quo *Caffellis* difceſſit, nihil ab ipſo vidi. ZUMBACHIUS *Caffellas* acceſſit, & credo Obſervationibus Aſtronomiſis dabit operam. An *Marpurgeniſibus* datus ſit novus Profeſſor Mathematicus nondum ſcio. Quis ille eſt gallus F. C. D. Abb. Vall. qui calculum noſtrum attentat ſubinde, & quædam Martio & Novembr. Anni ſuperioris *Actis Lipſienſibus* (2) inferi curavit?

Excerpta ex Tuis Elegantiffimis Epiftolis binis de Curvis illis multigibbis, *Berolinum* miſi, ut *Miſcellaneis* Societatis inferantur. Ad rigorem tamen demonſtrationis opus eſſet oſtendere Circuli circumf-

(1) Job. SCHEUCHZERUM M. Doct.

(2) De Curva deſcenſus ex accelerato retardati, &c. Act. Erud. 1708. Mart. p. 133.

De notanda equalitate inter curvas citiſſimorum deſcenſuum & curvaturas continuanam refractionem per diverſa Media &c. Ibid. Nov. p. 517. & Dec. 536.

1708.
Mart.

circumscripti circumferentiam debere esse majorem semper circumferentia curvæ multigibbæ quam tangit, quoniam enim hæc curva non est ad easdem ubique partes cava, non habet locum ARCHIMEDIS postulatum, quod linea circumscripta sit major inscripta. Si de area, non de circumferentia ageretur, demonstratione hujusmodi opus non foret; vel si saltem ostendi posset hoc loco circumferentiæ minoritatem ipsius areæ esse connexam.

Scripterat ad me ante menses complures Clarissimus TURRETINUS; ei respondi, sed non satis memini an ad Te includerim responsum. Communicaverat mecum, quæ apud Potentissimum Regem *Borussorum* Academia *Genevensis* egerat in Religionis causa: laudanda utique, sed nisi magis in rem veniatur, parum profutura. Quod superest Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 15. Martii. 1708.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Quo fit loco valetudo Tua, & quid bono Scientiarum altiorum moliare, semper discere gratum erit.

EPISTOLA

EPISTOLA CLXXII.

BERNOULLAI AD LEIBNITIUM.

Responſio ad præcedentem.

*De infirma ſua valetudine. De NEWTONI Regula pro invenientis di-
viſoribus. De curvis multigibbis ſine flexu contrario. MOI-
VREI commendatio.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Ho-
noratiſſime.

METUEBAM ſane vehementer Te vel morbo, vel morte im-^{1708.}
pediri, quominus mihi reſponderes, cum longo adeo tem-^{Mai.}
pore, ne quid quidem litterarum abs Te accepiffem. Quod autem
vivas & valeas ex Tuis tandem noviffimis libenter intellexi. Meam
quod attinet valetudinem, ſperabam firmo nunc niti talo, poſt
uſum aquarum *Fabarienſium*; præſertim peracta maxima hiemis
parte ſatis feliciter: Ecce me tamen nunc rurfus, a quatuor fe-
re menſibus, de novo vexatum ab horribili illa & pertinaciſſima
tuſſi, quæ per totam præcedentem hiemem miſerandum in mo-
dum me cruciaverat: aufert illa mihi ſomnum, quo tamen alias,
ut noſti, tam modice fruor; appetitum proſternit, & ſæpiſſime
pauſillum quod edi per vomitum reddere cogit; ubi enim ſævire
incipit carnifex mea, certe nulla non corporis pars inde con-
cutitur. Nondum equidem video finem plagarum mearum, ſed
tamen, quod non-nihil ſolatii affert, non augentur ex quo utor
ſucco plantarum aliquarum Maialium; quid de meliori ſucceſſu
ſperandum, id tempus docebit.

Arithmeticam univerſalem NEWTONI nec nunc quidem ac-
cepi; qui tamen liber jam fere ultra ſeſquiannum *Amſtelodami*
hæret, mihi deſtinatus. Quod pro me exſcribi juſſiſti, ea, qua

Tom. II.

A a

licuit

1708.
Mai.

licuit in hoc valetudinis statu, attentione perlegi: ubi non tantum statim fundamentum detexi inventi *Newtoniani* pro dividendis æquationibus per alias simpliciores; sed etiam regulam quam habet pro inveniendâ æquatione duarum dimensionum, quæ propositam dividat, reddidi simpliciore, intelligibiliore, & ad praxim magis accommodatam. Interim facile vidi posse haberi processum in infinitum pro divisore gradus cujuscunque, si quis vellet incæptum attentè persequi. Nec mea me fefellit opinio; Agnatus enim meus, Senatoris fratris mei secundi filius (1), juvenis vix 20 annorum, cui id curæ commiseram, mox omnia felicissime executus est, uti ex hoc scripto, quod eum in finem ipse concinnavit, plenius videbis; Imo non tantum processus ostenditur in infinitum, sed ipsa traditur Regula generalis pro inveniendâ æquatione dividente cujuscunque gradus. Forte non indignum judicabis hoc Schediasma, quod *Actis* vestris *Berolinensibus* inferatur: quibus si & solutionem meam de statione planetarum insertam cuperes, eam ab ipso HERMANNO petere deberes, ut - pote cui eam tradidi, nullo mihi relicto apographo.

SCHUCHZERUS Junior, *Basileam* adire volens, mutavit sententiam, ex quo ipsi spes facta est vocationis alicujus in Academiam Patavinam. Ad alterum SCHUCHZERUM curavi literas, quas ad me direxisti, eum eas accepisse intellexi.

Quis ille sit Gallus *F. C. D. Abb. Vall.* qui in *Actis Lipsiensibus* comparuit, Calculum differentialem attentans, nondum exploravi; Fortassis *VARIGNONIUS*, quem interrogavi, noverit hominem, & mihi in responsione quam in dies expecto, nominabit. Forte is *ROLLIUS* est.

Epistolas meas binas, de curvis multigibbis tractantibus, dignas Tibi visas fuisse ex quibus excerpta ad *Acta Berolinensia* mitteres, gratum fuit intelligere; ubi merito quidem mones ad rigorem demonstrationis opus esse ostendere, Circuli circumscripti circumferentiam debere esse majorem semper circumferentia curvæ multigibbæ quam tangit. Si quis enim esset in ea opinione,

in

(1) Is est *Celeb. Nicolaus BERNOULLI Nic. F.*

in qua Tu esse videris, curvam multigibbam non esse ad eandem ^{1708.} ubique partes cavam, summo certe jure dubitare posset, an hic Mai. locum haberet ARCHIMEDIS postulatam quod linea circumscripta sit major inscripta. Sed satis mirari non possum, [ignosce libere loquenti] Te putantem curvas multigibbas non esse ad eandem ubique partes cavas, quasi gibbositates in curvis adesse non possent citra flexus contrarios; cum tamen, ex ipso statim reptonii motus natura, tam evidenter pateat curvam ex illo motu genitam, vel descriptam, semper eodem modo cavam esse debere, quo cava est curva immobilis, hoc est curva illa quæ obrepat. Sit enim (Fig. 114.) curva immobilis ABC, quam ^{TA. XXI.} obrepat, sive super qua moveatur motu parallelo curva DBG, in cujus plano punctum quodvis datum O describat curvam reptoniam POQ; dico hanc ad eandem ubique partem cavam esse, si ABC & DBG utraque ad eandem ubique partem cavæ sint. Si enim, in quocunque puncto reptonio O, fingatur tangens OM, erit hæc, ut in *Actis Lips.* ostendi, semper parallela Tangenti BE, quæ ducitur ex puncto B in quo duæ curvæ ABC, DBG, quando punctum describens est in O, se mutuo contingunt: qualis igitur est directio curvitatatis in B, talis etiam esse debet in O, & sic ubique, ita ut si nulla sit flexura nec in ABC, nec in DBG, etiam necessario nulla esse queat in POQ: hinc manifestius est, quam ut moneri opus sit, curvas meas multigibbas, ut - pote ex motu repente Ellipseos, vel Ellipsiformis, super alia Ellipsi vel Ellipsiformi, hoc est curvæ ad eandem partem cavæ super alia ad eandem partem cava, genitas, nunquam habere posse flexus in contrarium; id est ad eandem ubique partes cavas fore; adeoque Circulorum ipsis circumscriptorum circumferentias secundum postulatam *Archimedeum*, iisdem multigibbis necessario majores esse. Q. E. D.

Si *Marpurgensibus* nullus est adhuc novus Professor Mathematicus loco PAPINI, possum commendare MOIVRÆUM in Anglia degentem qui me perquam instanter rogavit, ut sibi quæram aliquam stationem publicam, ut nonnihil commodius vivere queat, & unde habeat aliquid fixi salarii pro-

1708.
Mai.

misi me Tibi ipsum commendaturum ; spemque animumque addidi , rem optato successu non carituram. Te enim jam aliquoties , & nuper admodum in vocatione HERMANNI , ostendisse quantum Academiae Tuæ commendationi deferant. Habeas ergo , quod rogo , commendatum Virum , & ingenio & industria polentem , atque de quo spondere ausim beneficium quovis modo agniturum. Interim Vale & Fave.

Basilea , ad d. . . Maii 1708.

Amplitudini Tuæ Devotissimus.

J. BERNOULLI.

P. S. Pater meus carissimus ante duos circiter menses animam suam placide expiravit , & Deo reddidit , annum 85^{um}. agens.

REGULA GENERALIS

Inveniendi divisores rationales compositos quantitatis Algebraicæ
 $a + bx + cxx + dx^3 + ex^4$. &c.

In quâ coefficientes a, b, c, d, e , &c. significant numeros quoscunque datos, A. N. B.

AUCTORE.

NICOLAUS BERNOULLIUS,

Nunc Profes. Jur. Basil.

PRO x substitue successivè tot ad minimum numeros hujus progressionis Arithmeticæ — 3, — 2, — 1, 0, 1, 2, 3, 4, utrimque ad libitum continuandæ, quot unitates habet numerus dimensionum, ad quem altissimum terminum Divisoris quæsitæ ascendere existimas, binario auctus, numerosque prodeuntes sibi invicem subscribe, dein singulis ad latus adjunge omnes ipsorum divisores; quo facto, si quantitas proposita per aliam divisibilis est, inter hos divisores debent necessariò aliqui inveniri, qui (sumendo unum ex singulorum numerorum per substitutionem prodeuntium divisoribus) talem progressionem constituunt, ut vel ipsorum differentiæ, vel differentiarum differentiæ bifariam divisæ, vel harum differentiæ per 3 divisæ, vel iterùm harum per 4 divisæ, & ità porrò, sint & inter se, & uni ex divisoribus coefficientis altissimi termini propositæ quantitatis æquales: quod si igitur post aliquot differentiationes perveneris ad ejusmodi aliquam differentiam constantem, erit hæc ultima differentia coefficientis altissimi termini tentandæ, per quem divisio eo certius succedet, quo plures numeri pro x substituti fuerunt; ipse verò integer divisor, qui tot dimensiones habebit, quot differentiationes peractæ sunt, sic determinabitur.

Ex serie divisorum, quorum differentiæ aliquæ ultimæ inventæ sunt æquales alicui divisoni coefficientis altissimi termini pro-

positæ quantitatis, ut & ex qualibet serie differentiarum respectivè per 1, 2, 3, 4, &c. divisarum excerpe primos terminos, qui numeri respectivè vocentur $d^0, d^1, d^2, d^3, d^4, \&c$; Vocetur etiam — n primus numerus progressionis arithmeticæ — 3, — 2, — 1, 0, 1, 2, 3, &c. qui pro x in substitutione adhibitus fuit, eritque divisor quæsitus $\frac{d^0 + x + n. d^1 + x + n. x + n - 1. d^2 + x + n. x + n - 1. x + n - 2. d^3 + x + n. x + n - 1. x + n - 2. x + n - 3. d^4 \&c.}{}$

D E M O N S T R A T I O.

Fingamus quantitatis propositæ $a + bx + cxx + dx^3 + \&c.$ divisorem quæsitum esse $p + qx + rxx + sx^3 + tx^4 + ux^5 + \&c.$ pro x substituamus successivè — 3, — 2, — 1, 0, 1, 2, 3, &c. & habebimus

loco propositæ	loco divisoris
$a - 3b + 9c - 27d + \&c.$	$p - 3q + 9r - 27s + 81t - 243u + \&c.$
$a - 2b + 4c - 8d + \&c.$	$p - 2q + 4r - 8s + 16t - 32u + \&c.$
$a - b + c - d + \&c.$	$p - q + r - s + t - u + \&c.$
a	p
$a + b + c + d + \&c.$	$p + q + r + s + t + u + \&c.$
$a + 2b + 4c + 8d + \&c.$	$p + 2q + 4r + 8s + 16t + 32u + \&c.$
$a + 3b + 9c + 27d + \&c.$	$p + 3q + 9r + 27s + 81t + 243u + \&c.$

Quia igitur $a + bx + cxx + \&c.$ ponitur esse divisibilis per $p + qx + rxx + sx^3 + \&c.$ oportet p esse unum ex divisoribus ipsius a , & $p - q + r - s + t \&c.$ unum ex divisoribus $a - b + c - d + \&c.$, ut & $p - 2q + 4r - 8s + \&c.$ unum ex divisoribus ipsius $a - 2b + 4c - 8d + \&c.$, & ita porrò respectivè. Progrediuntur autem horum divisorum differentie sequenti modo, subtrahendo superiores ab inferioribus.

differentiæ

differentiæ 1 ^æ .	diff. 2 ^æ . per 2. divisæ	diff. 3 ^æ . per 3. divisæ
$q - 5r + 19s - 65t + 211u - \&c.$	$r - 6s + 25t - 90u + \&c.$	$s - 6t + 25u - \&c.$
$q - 3r + 7s - 15t + 31u - \&c.$	$r - 3s + 7t - 15u + \&c.$	$s - 2t + 5u - \&c.$
$q - r + s - t + u - \&c.$	$r + t + \&c.$	$s + 2t + 5u + \&c.$
$q + r + s + t + u - \&c.$	$r + 3s + 7t + 15u + \&c.$	$s + 6t + 25u + \&c.$
$q + 3r + 7s + 15t + 31u + \&c.$	$r + 6s + 25t + 90u + \&c.$	
$q + 5r + 19s + 65t + 211u + \&c.$		

differentiæ 4 ^æ . per 4. divisæ	differentiæ 5 ^æ . per 5. divisæ
$t - 5u + \&c.$	$u - \&c.$
$t + \&c.$	$u + \&c.$
$t + 5u + \&c.$	

Unde apparet, quod singulæ primæ differentiæ futuræ sint $= q$, si divisor quæsitus ad unam tantum dimensionem ascendat, id est, si $r, s, t, u, \&c. = 0$, & singulæ differentiæ secundæ per 2. divisæ $= r$, si divisor ad duas dimensiones ascendat, id est, si $s, t, u, \&c. = 0$ & singulæ differentiæ tertiæ per 3. divisæ $= s$, si divisor ad tres dimensiones ascendat, i. e. si $t, u, \&c. = 0$, & ita porro. Si jam dentur generaliter primi termini in qualibet serie divisorum, & differentiarum, qui vocentur respectivè $d^0, d^1, d^2, d^3, \&c.$ invenientur per additionem contrariam illi subtractioni, per quam differentiæ modò inventæ sunt, reliqui termini in serie divisorum, existente nempe primo $= d^0$, erit secundus $= d^0 + d^1$, tertius $= d^0 + 2d^1 + 2d^2$, quartus $= d^0 + 3d^1 + 6d^2 + 6d^3$, quintus $= d^0 + 4d^1 + 12d^2 + 24d^3 + 24d^4$, sextus $= d^0 + 5d^1 + 20d^2 + 60d^3 + 120d^4 + 120d^5$, & generaliter ille, cujus ordo fit numerus $m = d^0 + m - 1d^1 + m - 1. m - 2d^2 + m - 1. m - 2. m - 3d^3 + m - 1. m - 2. m - 3. m - 4d^4 + \&c.$

Posito autem $= n$ pro primo numero progressionis $= 3; -2, -1, 0, 1, 2, 3, \&c;$ qui pro x in substitutione adhibitus fuit, termini in serie divisorum etiam hoc modo exprimentur

primentur; primus nempe erit $= p - qn + rnn - sn^3 + tn^4$
 &c., secundus $= p - q.n - 1 + r.n - 1^2 - s.n - 1^3 + t.$
 $n - 1^4$ &c. tertius $= p - q.n - 2 + r.n - 2^2 - s.n - 2^3 + t.$
 $n - 2^4$ &c., quartus $= p - q.n - 3 + r.n - 3^2 - s.$
 $n - 3^3 + t.n - 3^4$ &c., & ille demum cujus ordo est m ,
 $= p - q.n - m + 1 + r.n - m + 1^2 - s.n - m + 1^3$
 $+ t.n - m + 1^4$ &c., hinc $d^0 + m - 1.d^1 + m - 1.m - 2d^2 +$
 $m - 1.m - 2.m - 3.d^3 + \& p - q.n - m + 1 + r.$
 $n - m + 1^2 - s.n - m + 1^3 + \&c.$, & posito $m = x + n + 1$,
 five $n - m + 1 = -x$; erit $d^0 + x + n.d^1 + x + n.x + n - 1$
 $d^2 + x + n.x + n - 1.x + n - 2.d^3$ &c. $= p + qx +$
 $rx^2 + sx^3 + tx^4 + ux^5$ &c. $=$ divifori quæfiro. *Q. E. D.*

S C H O L I O N I.

Ex hac demonstratione patet quod eadem expressio $d^0 + x + n$
 $d^1 + x + n.x + n - 1.d^2 + x + n.x + n - 1 + x + n - 2$
 d^3 &c. det diviforem quæfiro, fi per $-n$ intelligatur fecundus
 numerus eorum qui pro x fubfuiti fuerunt, & per $d^0, d^1, d^2,$
 d^3 , &c. denotentur termini fecundi refpectivè in qualibet ferie
 diviforum, & differentiarum, vel etiam, fi per $-n$ intelligatur
 tertius numerus eorum, qui pro x fubfuiti fuerunt, & per
 d^0, d^1, d^2, d^3 &c. termini tertii in ferie diviforum, & differentiarum,
 & ita porro.

S C H O L I O N II.

In ferie diviforum $d^0, d^0 + d^1, d^0 + 2d^1 + 2d^2, d^0 + 3$
 $d^1 + 6d^2 + 6d^3, d^0 + 4d^1 + 12d^2 + 24d^3 + 24d^4$ &c. differentia
 inter primum, & tertium, fecundum, & quartum, tertium &
 quintum, &c. femper eft divifibilis per 2; & differentia inter pri-
 mum, & quartum, fecundum & quintum, tertium & feftum &c.
 femper eft divifibilis per 3; item differentia inter primum & quintum,
 fecundum & feftum &c. femper eft divifibilis per 4; & ita porro.

Hinc

Hinc in investigatione divisorum, quorum ultimæ aliquæ differentiæ sint æquales, statim rejici possunt illi divisores, quorum differentiæ non sunt prædicto modo per 2, 3, 4, &c. divisibiles.

E X E M P L A.

1. Proponantur inveniendi divisores hujus quantitatis $3x^3 - 4xx - 6x + 15$, quæ, si divisibilis est, necessario dividi poterit per aliquam unius dimensionis, & per aliam duarum dimensionum. Pro illa invenienda substitue in locum ipsius x , — 1, 0, 1, & prodibunt hi numeri 14, 15, 8, quos cum suis divisoribus sibi invicem subscribe in hunc modum.

14	1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14.
15	1. 3. 5. 15. — 1. — 3. — 5. — 15.
8	1. 2. 4. 8. — 1. — 2. — 4. — 8.

Quia igitur divisor quæsitus unam habet tantum dimensionem, debet aliqua series divisorum inveniri, quorum primæ statim differentiæ sint æquales alicui divisorsi Coefficientis altissimi termini propositæ quantitatis; ideòque illi tantum ex divisoribus sunt excerpti, qui constituunt progressionem Arithmeticam, in quâ differentia terminorum est vel 1, vel 3; tales progressionem tres inveniuntur 2, 3, 4; 2, 5, 8; 2, — 1, — 4, posito igitur $-n = -1 =$ primo numero, qui pro x substitutus fuit, erit divisor tentandus $= d^0 + x + n. d^1 = d^0 + x + 1 d^1$. Sed in primâ progressionem $d^1 = 1$. in secundâ $d^1 = 3$, in tertiâ $d^1 = -3$, in singulis verò tribus est $d^0 = 2$, unde exsurgunt tres divisores tentandi $2 + x + 1, 2 + 3x + 3, 2 - 3x - 3$, live $x + 3, 3x + 5, -3x - 1$, per quorum medium $3x + 5$ divisio succedit, existente quotiente $= xx - 3x + 3$. Si posuissem $-n = 0 =$ secundo numero qui pro x substitutus fuit; d^0 fuisset respectivè $= 3, 5, -1$, & $d^1 = 1, 3, -3$, atque ipse divisor quæsitus $d^0 + x + n.d^1 = d^0 + d^1 + x =$ respectivè $x + 3, 3x + 5, -3x - 1$. ut antè.

Reperiuntur quidem in prædictis divisoribus adhuc tres aliæ progressionēs Arithmeticæ, in quibus differentia terminorum est vel 1, vel 3, nempe — 2. — 3. — 4., — 2. — 5. — 8., — 2. 1. 4; Sed hæc cum non differant à prioribus nisi in signis + & —, eisdem præbent divisores tentandos, signis tantum mutatis, nempe — x — 3, — $3x$ — 5, & $3x + 1$.

Præterea notandum est, quod examen per inutiles illos divisores $x + 3$, & — $3x - 1$, sive $3x + 1$, vitare potuissim, si pro x substituissim non tantum — 1, 0, 1, sed & — 2, & + 2, undè sequentes numeri cum suis divisoribus provenissent, in quibus unica hæc occurrit progressio Arithmetica 1. — 2. — 5. — 8. — 11, vel, signis mutatis, — 1. 2. 5. 8. 11., quæ pro divisore tentando dedisset — $3x - 5$, vel $3x + 5$.

— 13		1. 13. — 1. — 13.
14		1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14.
15		1. 3. 5. 15. — 1. — 3. — 5. — 15.
8		1. 2. 4. 8. — 1. — 2. — 4. — 8.
11		1. 11. — 11. — 11.

2. Oporteat invenire divisores hujus quantitatis $x^4 - x^3 - 5xx + 12x - 6$. Pro x substituo — 2, — 1, 0, 1, 2, 3, &c. prodeuntes numeri cum suis divisoribus sibi invicem subscribantur sequenti modo.

— 26		1. 2. 13. 26. — 1. — 2. — 13. — 26.
— 21		1. 3. 7. 21. — 1. — 3. — 7. — 21.
— 6		1. 2. 3. 6. — 1. — 2. — 3. — 6.
1		1. — 1.
6		1. 2. 3. 6. — 1. — 2. — 3. — 6.
39		1. 3. 13. 39. — 1. — 3. — 13. — 39.

Si jam ista quantitas divisibilis est per aliam unius dimensionis, debet in his divisoribus aliqua progressio arithmetica inveniri, cujus termini differant tantum unitate, qui unicus est divisor
coefficienten-

coefficientis altissimi termini propositæ quantitatis; quia verò statim apparet nullam hic reperiri talem progressionem, quærenda est pro divisore quæsito quantitas duarum dimensionum, adeoque investigari debet aliqua progressio, in quâ terminorum differentia secundæ bifariam divisæ sint vel 1, vel -1 , id est, ipsæ differentia secundæ $= 2$, vel -2 . In hunc finem assumo primum ex divisoribus primi numeri 26 nempe 1, & tento quinam ex reliquorum numerorum divisoribus, cum isto adhiberi possint, & primò quidem per Scholion 2, invenio experimentum in sequentibus tantum divisoribus fieri debere; ex his quærendi sunt aliqui quorum differentia secunda $= 2$, vel -2 .

I.

I. 3. 7. 21. — 1. — 3. — 7. — 21

I. 3. — 1. — 3.

I.

I — 3.

I — 39.

Fingo progressionem quæsitam divisorum esse 1. y . 2. 1. &c. ita ut y denotet numerum aliquem secundæ seriei 1. 3. 7. 21. &c. & 2 numerum aliquem tertiæ 1. 3. — 1. — 3. hoc modo differentia primæ erunt $y - 1$, $2 - y$, $1 - 2$, differentia secundæ $2 - 2y + 1$, &c. $y - 22 + 1$, quæ cum debeant esse $= \pm 2$, habebuntur hæ æquationes $2 - 2y + 1 = y - 2 + 1 = \pm 2$, undè $y = 2 = 3$, vel $y = 2 = -1$, qui valores exhibent has duas progressionem 1. 3. 3. 1. & 1. — 1. — 1. 1, quæ deorsum continuatæ evadunt 1. 3. 3. 1. — 3 — 9. & 1. — 1. 1. 5. 11; sed quia -9 non reperitur inter numeros 1 — 39 ultimæ seriei divisorum, nec 5 & 11, in quintâ & sextâ serie respectivè, sequitur ex primi numeri 26 divisoribus non adhiberi posse 1, transeo igitur ad sequentem 2, cum hoc numero per Scholion 2 adhiberi tantum possunt sequentes divisores.

$$\begin{array}{r}
 2. \\
 1. \quad 3. \quad 7. \quad 21. \quad - \quad 1. \quad - \quad 3. \quad - \quad 7. \quad - \quad 21. \\
 2. \quad 6. \quad - \quad 2. \quad - \quad 6. \\
 \quad - \quad 1. \\
 2. \quad 6. \quad - \quad 2. \quad - \quad 6. \\
 \quad - \quad 3. \quad - \quad 13.
 \end{array}$$

Fingo jam progressionem quæsitam divisorum esse 2. y . z — 1. eruntque differentia primæ $y - 2$, $z - y$, — 1 — z , differentia verò secundæ $z - 2y + 2$, & $y - 2z - 1$, quas ponendo $= \pm 2$, erit $y = z + 1 = 3$, vel — 1, undè oriuntur duæ progressionēs 2. 3. 2. — 1, & 2. — 1. — 2. — 1., quæ deorsum continuatæ evadunt 2. 3. 2. — 1. — 6. — 13., & 2. — 1. — 2. — 1. 2. 7; cùm igitur duo postremi numeri prioris progressionis — 6, & — 13, reperiantur respectivè inter numeros quintæ, & sextæ seriei divisorum, suspicio est per hanc progressionem divisorem quæsitum inveniri posse; hujus progressionis differentia primæ sunt 1 — 1 — 3 — 5 — 7, & singulæ differentia secundæ per 2 divisæ $=$ — 1. Ergo per Regulam nostram si ponamus $n = -2$, erit $d^0 = 2$, $d^1 = 1$, $d^2 = -1$, & divisor quæsitus $2 + x + 2. 1 + x + 2. x + 1. - 1 = -xx - 2x + 2$, qui iterùm provenisset si posuissem $n = 0$, $d^0 = 2$, $d^1 = -3$, $d^2 = -1$, vel etiam si fecissem $n = -1$, $d^0 = 3$, $d^1 = -1$, $d^2 = -1$. &c. succedit autem divisio per $-xx - 2x + 2$, quoto existente $-xx + 3x - 3$. Item divisor signis mutatis $xx + 2x - 2$ inventus fuisset per similem divisorum seriem — 2. — 3. — 2. 16. 13: in quâ itidem signa mutata sunt.

Alter divisor $-xx + 3x - 3$, sive $xx - 3x + 3$ qui modò fuit quotus, per regulam etiam investigari potest. In hunc finem assumo tertium ex divisoribus primi numeri 26, nempe 13, cum hoc numero per Schol. 2. adhiberi possunt tantùm sequentes divisores:

Fingo

13

1. 3. 7. 21. — 1. — 3. — 7. — 21.

1. 3. — 1. — 3.

1.

1. — 3.

3. 13.

Fingo progressionem quaesitam esse 13. y. z. 1. ; eruntque differentiae primae $y - 13$, $z - y$, $1 - z$, differentiae secundae $z - 2y + 13 = y - 2z + 1 = \pm 2$, hinc $y = z + 4 = 11$, vel 7, primum valorem $y = 11$ statim rejicio; quia hic numerus in secunda serie divisorum 1. 3. 7. 21. &c. non reperitur; posterior $y = 7$ dat $z = 3$, unde haec oritur progressio 13. 7. 3. 1. quae deorsum continuata evadit 13. 7. 3. 1. 1. 3., cujus postremi termini 1. 3. reperiuntur in duabus postremis divisorum seriebus; posito igitur $n = -2$, erit $d^0 = 13$, $d^1 = -6$, $d^2 = 1$, unde per Regulam divisor quaesitus

$13 + x + 2. - 6 + x + 2. x + 1. 1 = xx - 3x + 3.$

3. Proponatur quantitas $3x^5 - 6x^4 + x^3 - 8xx - 14x + 14$, substitutis pro x ; 1, 0, 1, 2, 3, prodeunt numeri 10. 14. — 10. — 38. 170, quorum divisores sunt hi, in quibus cum nulla occurrat progressio Arithmetica, in qua diffe-

10	1. 2.	5.	10.	— 1.	— 2.	— 5.	— 10.
14	1. 2.	7.	14.	— 1.	— 2.	— 7.	— 14.
— 10	1. 2.	5.	10.	— 1.	— 2.	— 5.	— 10.
— 38	1. 2.	19.	38.	— 1.	— 2.	— 19.	— 38.
170	1. 2.	5.	10.	17.	34.	85.	170. — 1. &c.

rentia est vel 1, vel 3, qui sunt divisores coefficientis altissimi $3x^5$, concludendum est quantitatem propositam nullum admittere divisorem unius dimensionis. Quaerendum est ergo an non reperiatur aliqua progressio, in qua terminorum differentiae secundae per 2 divisae sint, vel 1 vel — 1, vel 3, vel — 3. adeoque

ipsæ differentiæ secundæ vel ± 2 , vel ± 6 . In hunc finem assumo primum ex divisoribus primi numeri 10. nempe 1, cum

1.
 1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14
 1. 5. — 1. — 5.
 1. 19. — 2. — 38.
 1. 5. 17. 85.

hoc per Schol. 2, adhiberi possunt sequentes reliquorum numerorum divisores. Fingamus progressionem quæsitam esse 1. y. z. 1. eruntque differentiæ primæ $y - 1$, $z - y$, $1 - z$, differentiæ secundæ $z - 2y + 1 = y - 2z + 1$, hinc $y = z$; sed secunda series 1. 2. 7. 14. &c, & tertia 1. 5. — 1. — 5 nullos habent divisores æquales præter 1, & — 1; jam posito $y = z = 1$ differentia secunda evadit $= 0$, quod non satisfacit; sed posito $y = z = -1$ differentia secunda evadit 2, oriturque progressio 1. — 1. — 1. 1. quæ deorsum continuatur per numerum 5 in ultimâ serie 1. 5. 17. 85. reperiendum. Spes igitur est per hanc progressionem 1. — 1. — 1. 1. 5. divisorem quæsitum obtineri posse; facto autem $-n = -1$, erit $d^0 = 1$, $d^1 = -2$, $d^2 = 1$. & divisor tentandus per regulam $1. + x + 1. - 2 + x + 1. x. 1 = xx - x - 1$, sed quia cum hoc divisore res non succedit, fingo progressionem quæsitam esse 1. y. z. 19. &c.; eruntque differentiæ primæ $y - 1$, $z - y$, $19 - z$, & differentiæ secundæ $z - 2y + 1 = y - 2z + 19$, hinc $z = y + 6$; jam in tertiâ serie 1. 5. — 1. — 5. reperiuntur hi soli numeri 5 & — 1, qui senario excedunt respectivè numeros — 1. & — 7. secundæ seriei; verumtamen, si fiat $y = -1$, & $z = 5$, differentia secunda erit $= 8$. Sin autem, ponatur $y = -7$. & $z = -1$. differentia secunda evadet $= 14$. quarum neutra satisfacit; Fingo itaque progressionem quæsitam esse 1. y. z. — 2. eruntque differentiæ primæ $y - 1$, $z - y$, — 2 — z, secundæ $z - 2y + 1 = y - 2z - 2$, hinc $y = z + 1$. Est autem in secundâ serie divisorum unicus numerus

numerus 2 qui unitate excedit numerum 1 tertiæ seriei: factis igitur $y = 2$, $z = 1$ oritur progressio 1. 2. 1. — 2. quæ quidem pro differentiâ secundâ habet — 2, sed quæ deorsum non continuatur; quia in quintâ serie divisorum non reperitur numerus — 7: Pergo igitur, & fingo progressionem quæsitam esse 1. y. z. — 38, cujus differentiæ primæ sunt $y - 1$, $z - y$, — 38 — z, secundæ $z - 2y + 1 = y - 2z - 38$, hinc $y = z + 13$, posito igitur $y = 14$ (qui numerus solus in secundâ serie præcedenti æquationi applicari potest) & $z = 1$. fit differentia secunda = — 26, quod non satisfacit. Quia igitur nullus numerus quartæ seriei cum unitate, sive primo divisore primæ seriei adhiberi potest, transeo ad secundum ex divisoribus primi numeri 10, nempe 2; cum quo per Sch. 2. examinari debent sequentes divisores: Fingo jam progressionem quæsitam esse 2. y. z. 2. eruntque differentiæ primæ $y - 2$, $z - y$, $2 - z$, secundæ $z - 2y + 2 = y - 2z + 2$, hinc $y = z$,

2.
 1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. 14.
 2. 10. — 2. — 10.
 2. 38. — 1. — 19.
 2. 10. 34. 170. — 2. — 10. — 34. — 170.

sed secunda, & tertia series nullos habent divisores æquales, præter 2 & — 2; factis igitur $y = z = 2$ differentia secunda est = 0, & si $y = z = -2$ differentia secunda est = 4, quarum rursus neutra satisfacit; hinc porro pro quæsitâ progressionem 2. y. z. 38; cujus differentiæ primæ sunt $y - 2$, $z - y$, 38 — z; secundæ $z - 2y + 2 = y - 2z + 38$, hinc $z = y + 12$. adeoque ex secundâ serie solum tentari debet — 2 & — 14, positis igitur $y = -2$, & $z = 10$, fit differentia secunda = 16, & positis $y = -14$, $z = -2$ fit eadem = 28, quæ iterum non satisfaciunt; pergo jam ad tertium numerum quartæ seriei — 1, & pono pro quæsitâ progressionem 2. y. z. — 1, cujus differentiæ primæ $y - 2$, $z - y$, — 1 — z, secundæ

$z - 2y + 2 = y - 2z - 1$, hinc $y = z + 1$; at verò in
 secundâ serie solus numerus -1 huic æquationi applicari po-
 test; factis igitur $y = -1$, $z = -2$ erit differentia secun-
 da $= 2$, quæ deorsùm continuatur per numerum 2 quintæ se-
 riei; in istâ igitur progressionem divisorum 2. — 1. — 2. — 1.
 2. posito $-n = -1$ est $d^0 = 2$, $d^1 = -3$, $d^2 = 1$,
 adeoque divisor tentandus $2 + x + 1. - 3 + x + 1. x.$
 $1 = xx - 2x - 1$, per quem verò divisio non succedit;
 proindè assumo hanc progressionem 2. y. z. — 19, cujus diffe-
 rentiæ primæ $y - 2$, $z - y$, — 19 — z; secundæ $z - 2$
 $y + 2 = y - 2z - 19$, undè $y = z + 7$; sed nulli sunt
 numeri in secundâ, & tertiâ serie qui huic æquationi satisfa-
 ciunt. Rejecto igitur etiam binario transeo ad tertium ex divi-
 soribus primi numeri 10, nempe 5; cum quo per Scholion 2

5.

1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14

1. 5. — 1. — 5.

2. 38. — 1. — 19.

1. 5. + 17. 85.

sequentes examinari debent: Fingo igitur primam hanc progref-
 sionem 5. y. z. 2, cujus differentiæ primæ $y - 5$, $z - y$,
 $2 - z$, secundæ vero $z - 2y + 5 = y - 2z + 1$, undè
 $y = z + 1$, cui æquationi satisfacit 2 in secundâ serie, positus
 igitur $y = 2$, $z = 1$ oritur progressio 5. 2. 1. 2. in quâ dif-
 ferentia secunda 2 deorsùm continuatur per numerum 5 quintæ
 seriei; proindè per regulam posito $-n = -1$, est $d^0 = 5$,
 $d^1 = -3$, $d^2 = 1$. & divisor tentandus $5 + x + 1. - 3 +$
 $x + 1. x. 1 = xx - 2x + 2$, per quem verò iterùm divisio
 non succedit; hinc fingo hanc progressionem 5. y. z. 38. cu-
 jus differentiæ primæ $y - 5$, $z - y$, 38 — z, secundæ $z -$
 $2y + 5 = y - 2z + 38$, undè $z = y + 11$, cui æquationi
 nulli numeri in secundâ, & tertiâ serie satisfaciunt; pergo itaque,
 & fingo progressionem 5, y, z, — 1, in qua differentiæ
 primæ

primæ $y - 5$, $z - y$, $-1 - z$, secundæ $z - 2y + 5 = y - 2z - 1$, unde $y = z + 2$, quæ æquatio duobus numeris in secunda, & tertia serie convenit, nempe $y = 1$, $z = -1$, & $y = 7$, $z = 5$; per posteriorem valorem fit differentia secunda -4 , quæ non satisfacit, per priorem fit differentia secunda 2 , quæ deorsum continuatur per numerum 1 in quinta serie; excerpta igitur progressionem $5. 1. -1. 1.$ & posito $n = -1$ habetur differentia $= 5. d^0 = -4. d^1 = 1$, & divisor tentandus $5 + x + 1. -4 + x + 1. x + 1 = xx - 3x + 1$; sed hic quoque non succedit; quare fingo progressionem $5. y. z. -19.$, in quâ differentiæ primæ $y - 5$, $z - y$, $-19 - z$; secundæ $z - 2y + 5 = y - 2z - 19$, hinc $y = z + 8$, cui æquationi satisfacit $y = 7$, $z = -1$, sed in hac progressionem $5. 7. -1. -19$ differentia secunda -10 non quadrat. Rejecto igitur etiam numero 5 in primâ serie divisorum, assumo sequentem 10 cum quo per Scholion 2. sequentes tenta-

10.

1. 2. 7. 14. — 1. — 2. — 7. — 14.

2. 10. — 2. — 10.

1. 19. — 2. — 38.

2. 10. 34. 170. — 2. — 10. — 34. — 170.

ti possunt; ex quibus primùm formo hanc progressionem $10. y. z. -1$, in quâ differentiæ primæ sunt $y - 10$, $z - y$, $1 - z$; secundæ $z - 2y + 10 = y - 2z + 1$, hinc $y = z + 3$, quæ æquatio duobus numeris in secunda, & tertia serie convenit, nempe $y = 1$, $z = -2$, & $y = -7$, $z = -10$; posterior valor dat pro differentia secunda 14 , quæ non quadrat; at prior dat pro differentia secunda 6 , quæ deorsum continuatur per numerum 10 in quinta serie; in ista igitur progressionem $10. 1. -2. 1. 10.$ posito $-n = 1$, erit $d^0 = 10$, $d^1 = -9$, $d^2 = 3$, adeoque divisor tentandus $10 + x + 1. -9 + x + 1. x + 1 = 3xx - 6x + 1$, per quem res iterum non succedit; pergo igitur, & fingo quæsitam progressionem esse $10. y. z. 19$, hujus

differentiæ primæ sunt $y - 10$, $z - y$, $19 - z$, secundæ $z - 2y + 10 = y - 2z + 19$, hinc $z = y + 3$, cui æquationi satisfaciunt $y = 7$, $z = 10$, & $y = -1$, $z = 2$, posterior valor præbet pro differentia secunda 14, quæ est inutilis; prior autem dat pro differentia secunda 6, quæ deorsum continuatur per numerum 34 in quinta serie; posito igitur $-n = -1$, habetur $d^0 = 10$, $d^1 = -3$, $d^2 = 3$, unde divisor tentandus $10 + x + 1 - 3 + x + 1 \cdot x \cdot 3 = 3xx + 7$, per quem divisio tandem succedit, prædeunte in quoto $x^3 - 2xx - 2x + 2$.

S C H O L I O N III

Si in progressionem aliqua, cujus differentiæ secundæ sunt æquales, sumantur quatuor termini continui, erit semper differentia inter primum & quartum, tripla differentiæ inter secundum & tertium. Sint enim illi 4 termini continui a, b, c, d , erunt differentiæ primæ $b - a$, $c - b$, $d - c$, secundæ $c - 2b + a$, $d - 2c + b$; quæ si ponantur æquales; & utrinque, $a + b - 2c$ subtrahatur, dabunt $3c - 3b = d - a$. Q. E. D. Hinc si dentur duo termini (primus, ex. gr., & quartus) ejusmodi progressionis; facile sciri potest, an in seriebus divisorum reperiantur reliqui termini, ad eandem progressionem pertinentes; ita ut, non necesse sit fingere pro intermediis terminis y , & z , ut supra fecimus. Sic in exemplo præcedenti si assumatur 10 ex prima serie; & 1, ex quarta serie divisorum, quorum numerorum differentia est 9; tales numeri in secunda, & tertia serie divisorum investigandi sunt, quorum differentia sit -3 ; tales sunt 1, & -2 ; item -7 , & -10 . Sic si ad numerum 10 primæ seriei assumatur numerus 19 ex quarta serie, quorum differentia est 9; debent in secunda, & tertia serie tales inveniri quorum differentia est 3; tales sunt 7 & 10; -1 & -2 ; sic etiam si ad numerum 5 primæ seriei assumatur 2 ex quarta serie, quorum differentia est -1 ; ad quam progressionem 5. 2. 1. 2; ex quinta serie accedere debet numerus 5, ut differentia

rentia inter secundum, & quintum $5 - 2 = 3$, similiter possit esse tripla differentiae inter tertium, & quartum $2 - 1 = 1$. Et sic porro in reliquis.

SCHOLIUM IV.

Si in progressionē aliqua, cujus differentiae tertiae sint aequales dato numero t , sumantur quatuor termini continui: erit semper differentia inter primum & quartum, aequalis triplae differentiae inter secundum & tertium, unā cum dato numero t . Si enim illi quatuor termini continui vocentur a, b, c, d ; erit differentia tertia $d - 3c + 3b - a = t$; hinc $d - a = 3c - 3b + t$, sive etiam $\frac{d-a-t}{3} = c - b$; quod praebet compendium pro investigandis divisoribus trium dimensionum.

Proponatur dividenda quantitas $2x^7 + 2x^6 - 16x^5 - 13x^4 + 41x^3 + 22xx - 32x - 4$. Substitutis pro x successivè $-2, -1, 0, 1, 2, 3$; prodeunt numeri $-9, 7, -9, -3, 7, 2091$ qui sequentes habent divisores. In his

- 9.	1. 3. 9. - 1. - 3. - 9
7.	1. 7. - 1. - 7.
- 9.	1. 3. 9. - 1. - 3. - 9
- 3.	1. 3. - 1. - 3.
7.	1. 7. - 1. - 7.
2091.	1. 3. 17. 41. 51. 123. 697. 2091. &c.

cum nulla occurrat progressio Arithmetica, cujus termini differant vel unitate, vel binario, qui numeri sunt divisores Coefficientis altissimi termini $2x^7$, quaerenda est aliqua progressio, in qua vel differentiae secundae per 2 divisae, vel harum differentiae per 3 divisae sint ± 1 , vel ± 2 ; ut divisor obtineatur vel duarum, vel trium dimensionum; quaerendae sunt igitur progressionēs, in quibus ipsae differentiae secundae sint ± 2 , vel ± 4 .

aut ipsæ differentiæ tertiæ ± 6 , vel ± 12 . Incipiendo igitur a primo divisore primi numeri nempe 1, invenio per Scholion 2. cum illo combinari posse sequentes divisores. Jam quia in quarta serie reperitur unicus divisor 1. erit semper differentia inter

1.

1. 7. — 1. — 7.

1. 3. 9. — 1. — 3. — 9.

1.

1. — 7.

1. 41. 51. 2091.

primum, & quartum terminum progressionis quærendæ $= 6$; adeoque per Scholion 3. si differentiæ secundæ deberent esse æquales, ex secunda, & tertia serie assumi debent illi numeri quorum differentia etiam æquat nihilum; tales sunt dumtaxat 1 & -1 ; si ex utraque serie secunda, & tertia assumatur 1, differentia secunda hujus progressionis 1. 1. 1. 1. evadit $= 0$; quod non satisfacit; sed si assumatur -1 , progressio hæc 1. — 1. — 1. 1. pro differentia secunda quidem habet 2; sed non deorsum continuatur, quia in quinta serie non reperitur numerus 5, qui deberet adesse, ut differentia inter secundum -1 , & quintum 5 per Schol. 3. esset tripla differentiæ inter tertium -1 , & quartum 1. Tento igitur an differentia tertia possit esse ± 6 , vel ± 12 .; in hunc finem assumo ex Scholio 4. hanc æquationem $c - b = \frac{d - a - r}{3}$, in qua pono $d = 1$, $r =$

± 6 , vel $= \pm 12$; quæ substitutis præbet $c - b = \pm 2$, vel $= \mp 4$, quod ostendit ex secunda, & tertia serie feligendos esse solummodo eos numeros, qui inter se differunt vel binario, vel quaternario; unde sequentes habebuntur progressiones 1. 1. 3. 1; 1. 1. — 1. 1; 1. 1. — 3. 1; 1. 7. 3. 1; 1. 7. 9. 1; 1. — 1. 1. 1.; 1. — 1. 3. 1; 1. — 1. — 3. 1; 1. — 7. — 3. 1; 1. — 7. — 9. 1. ex quibus tantum hæc duæ 1. — 1. 1, 1;

&c

& 1. — 7. — 3. 1., in quinta quidem serie per numerum — 7; non autem in sexta continuantur. Rejcta igitur unitate transeo ad secundum ex divisoribus primi numeri, nempe 3, cum quo per Schol. 2. sequentes combinari debent: Si in quarta serie

$$\begin{array}{l}
 3. \\
 1. \quad 7. \quad - \quad 1. \quad - \quad 7. \\
 1. \quad 3. \quad 9. \quad - \quad 1. \quad - \quad 3. \quad 9. \\
 3. \quad - \quad 3. \\
 7. \quad - \quad 1. \\
 3. \quad 123. \quad - \quad 17. \quad - \quad 697.
 \end{array}$$

assumatur numerus 3, & differentiae secundae ponantur aequales; per Schol. 3. ex secunda, & tertia serie iterum seligi debent numeri aequales 1 & — 1; unde duae nascuntur progressionēs 3. 1. 1. 3, & 3. — 1. — 1. 3., quarum prior tantum in quinta serie per numerum 7; non autem alterius in sexta serie per numerum 13. continuatur; si autem differentia tertia ponatur = $\frac{1}{3} 6$, vel $\frac{1}{3} 12$, iterum sequetur per Schol. 4. fore $c - b = \frac{1}{3} 2$, vel $\frac{1}{3} 4$; quare tentandae erunt hae progressionēs 3. 1. 3. 3., 3. 1. — 1. 3., 3. 1. — 3. 3., 3. 7. 3. 3., 3. 7. 9. 3; 3. — 1. 1. 3.; 3. — 1. 3. 3; 3. — 1., — 3. 3; 3. — 7. — 3. 3.; 3. — 7. — 9. 3; ex quibus ista sola 3. — 1. 1. 3. in quinta, & sexta serie per numeros — 1., — 17 continuatur, differentia tertia existente = 6; posito $n = -2$ haec progressio praebet $d^p = 3$, $d^2 = -4$, $d^3 = 3$, $d^4 = -1$; unde per regulam divisor tentandus $3 + x + 2. - 4 + x + 2.x + 1. 3 + x + 2.x + 1. x. - 1 = -x^3 + 3x + 1$; per quem divisio non succedit. Hinc rejecto numero 3 quartae seriei assumo sequentem — 3; cum differentia inter hunc, & primum 3 sit — 6; si differentiae secundae ponantur aequales per Sch. 3. ex secunda, & tertia serie seligi debent numeri quorum differentia est $-\frac{6}{3} = -2$; hinc oriuntur progressionēs tentandae 3. 1. — 1. — 3; 3. — 1. — 3. — 3; 3. — 7. — 9. — 3; quarum sola media congruam habet differentiam secundam 2, quae in quinta, & sexta serie con-

tinuatur per numeros 1, 3; & per regulam pro divifore tentando præbet $3 + x + 2. - 4 + x + 2. x + 1. 1 = x x - x + 3$; per quem divisio non fuccedit; fi vero differentia tertia ponatur $= \pm 6$, vel ± 12 , erit per Schol. 4. $c - b = \frac{d - a - t}{3} = 0$, vel -4 , vel $+2$, vel -6 ; hinc progression- nes tentandæ 3. 1. 1. -3 ; 3. 1. 3. -3 ; 3. 1. $-3. -3$; 3. 7. 1. -3 ; 3. 7. 3. -3 ; 3. 7. 9. -3 ; 3. $-1. 1. -3$; 3. $-1. -1. -3$; quarum quidem duæ 3. 1. $-3. -3$; & 3. 7. 1. -3 , in quinta, sed nulla in sexta ferie continuatur. Rejec- to etiam numero 3 primæ seriei, transeo ad tertium ex diviforibus pri- mi numeri, nempe 9, cum quo per Schol. 2. sequentes ten-

9.

1. 7. $-1. -7$.1. 3. 9. $-1. -3, -9$.3. -3 .1. -7 . $-1. -41. -51. -2091$.

tari poffunt; fi in quartâ ferie affumatur numerus 3, & differen- tiæ secundæ ponantur æquales per Sch. 3. in secundâ, & tertiâ ferie quæri debent numeri quorum differentia est $\frac{3 - 9}{3} = -2$ tales sunt 1. -1 ; $-1. -3$; & $-7. -9$; undè oriuntur progression- nes 9. 1. $-1. 3$; 9. $-1. -3. 3$; 9. $-7. -9. -3$, quarum nulla pro differentia secundâ habet ± 2 , vel ± 4 ; proinde pono differentiam tertiam $= \pm 6$, vel ± 12 : & erit per Schol. 4. $c - b = \frac{d - a - t}{3} = 0$, vel -4 , vel 2 , vel -6 ; adeoque progression- nes tentandæ 9. 1. 1. 3; 9. 1. 3. 3; 9. 1. $-3. 3$; 9. 7. 1. 3; 9. 7. 3. 3; 9. 7. 9. 3; 9. $-1. 1. 3$; 9. $-1. -1. 3$; quarum una deorfum continuatur in quin- tâ, & sextâ ferie, nempe 9. $-1. 1. 3$, per numeros 7. -41, præbens per Regulam pro divifore tentando $9 + x + 2. -$

$10 + x + 2. x + 1. 6 + x + 2. x + 1. x. - 2 = - 2x^3 + 4x + 1$; vel signis mutatis $2x^3 - 4x - 1$; per quem divisio succedit, prodeunte in quotu $x^4 + x^3 - 6xx - 4x + 9$. si suspicio sit posse hunc quotum $x^4 + x^3 - 6xx - 4x + 9$, adeoque etiam quantitatem propositam $2x^7 + 2x^6 - 16x^5 - 13x^4 + 41x^3 + 22xx - 32x + 9$ adhuc dividi per aliquam duarum dimensionum (divisorem enim unius dimensionis hanc quantitatem non admittere, supra observatum est) continuari debet examen, & numero 9 primæ seriei adjungi numerus $- 3$ quartæ seriei, quorum numerorum differentia cum sit $- 12$, per Schol. 3. ex secundâ, & tertiâ serie feligi debent numeri, $1 - 3$, & $7. 3$, quorum differentia est $- \frac{1}{3} = - 4$; hinc tentandæ progressionēs $9. 1. - 3. - 3$; & $9. 7. 3. - 3$; quantum illa pro differentia secundâ habet 4 ; hæc verò 2 ; sed neutra deorsum continuatur; undè concludo quantitatem propositam nullum aliū admittere divisorem, quam inventos $2x^3 - 4x - 1$, & $x^4 + x^3 - 6xx - 4x + 9$; etenim necesse non est examen continuare in numeris negativis primæ seriei $1. - 3. - 9$, per quos eidem divisores inveniuntur, qui per affirmativos $1. 3. 9$, obtinentur; signis $+$ & $-$ tantum commutatis.

S C H O L I O N 5.

Qui examen per inutiles divisores vitare vult, debet in quantitate propositâ plures numeros pro x substituere, ut in exemplo tertio adhuc $- 2$, & $- 3$, qui numeri dedissent 190 , & 1264 , inter quorum divisores non reperiuntur simul duo termini novi progressionum inutilium $1. - 1. - 1. 1. 5$; $2. - 1. - 2. - 1. 2$; $5. 2. 1. 2. 5$; $5. 1. - 1. - 1. 1$; $10. 1. - 2. 1. 10$, sursum continuatarum. Sic in ex. 4. progressionēs inutiles $3. + 1. 1. 3. - 1. - 17$; $3. - 1. - 3. - 3. - 1. 3$. sursum continuantur per numeros 19 , & 9 , qui non dividunt numerum 903 ortum ex substitutione $- 3$ pro x in quantitate $2x^7 + 2x^6 - 16x^5 - 13x^4 + \&c.$ Sed progressio utilis $9. - 1. 1. 3. - 7. - 41$. sursum continuatur per numerum 43 qui est divisio numi 903 .

SCHO

Inventio divisoris duarum dimensionum potest reduci ad inventionem quantitatis, unam dimensionem, atque adeo primas differentias æquales habentis, minuendo singulos divisores numerorum ex substitutione — 2, — 1, 0, 1, 2, 3 &c. pro x resultantium; divisore aliquo coefficientis altissimi termini quantitatis propositæ, multiplicato per quadratum ejus numeri, qui pro x substitutus fuit, & quærendo in numeris residuis progressionem aliquam Arithmeticam, quâ inventâ erit numerus ille, quo, per quadratum multiplicato, singuli divisores minuti fuerunt, coefficientis altissimi termini divisoris tentandi, & vocatis d^0, d^1, d^2, d^3 &c. primis terminis ex serie divisorum prædictâ ratione minutorum, & ipsorum differentiarum primarum, secundarum, tertiaram, &c. respectivè per 1, 2, 3, &c. divisarum, erunt reliqui termini divisoris tentandi $= d^0 + x + n. d^1$. Nam si à divisore duarum dimensionum $p + qx + rxx$ subtrahatur terminus rx ; remanet quantitas $p + qx = d^0 + x + n. d^1$. Sic quoque inventio divisoris tres dimensiones habentis, reduci potest ad inventionem quantitatis duas dimensiones, atque adeo secundas differentias æquales, habentis; si à singulis divisoribus subtrahatur divisor aliquis coefficientis altissimi termini quantitatis dividendæ, multiplicatus per cubum ejus numeri, qui pro x substitutus fuit, & in residuis quærat progressio aliqua differentias secundas æquales habens; quâ inventâ, erit divisor ille, qui prædictâ ratione per cubum aliquem multiplicatus, à singulis divisoribus subtractus fuit, coefficientis altissimi termini divisoris quæsit $p + qx + rxx + fx^3$, id est, erit $= f$, reliqui verò termini $p + qx + rxx$ erunt $= d^0 + x + n. d^1 + x + n. x + n. — 1 d^2$. Eadem observatio mutatis mutandis ad divisores altiorum dimensionum extenditur. Ex. gr. si proponantur inveniendi divisores duarum dimensionum quantitatis in exemplo 2. allatæ $x^2 — x^3 — 5xx + 12x — 6$. Si divisores horum numerorum 26 21, 6, 1, 39, minuantur respectivè numeris — 2². 1, — 1². 1, 0². 1, 1². 1, 2². 1, 3². 1, id est, numeris 4, 1, 0, 1, 4, 9. rema-

remanebunt sequentes numeri, in quibus tantum hæ reperiantur
 progressionis Arithmeticæ 9. 6. 3. 0. — 3. — 6, & 6. — 4. —
 2. 0. 2. 4; per primam est $d^0 = 9$, $d^1 = -3$, adeoque di-
 visor tentandus $x x + 9 + x + 2. - 3$

— 3. — 2. 9. 22. — 5. — 6. 17. — 30.
 0. 2. 6. 20. — 2. — 4. — 8. — 22.
 1. 2. 3. 6. — 1. — 2. — 3. — 6.
 0. — 2.
 — 3. — 2. — 1. 2. — 5. — 6. — 7. — 10.
 — 8. — 6. 4. 30. — 10. — 12. — 22. — 48.

$= x x - 3 x + 3$, per alteram est $d^0 = -6$, $d^1 = 2$;
 adeoque divisor tentandus $x x - 6 + x + 2. 2 = x x + 2 x - 2$,
 per quorum utrumque divisio succedit. Sic in exemplo 4. si di-
 visores numerorum 903, 9, 7, 9, 3, 7, 2091, minuuntur
 numeris — 3³. 1, — 2³. 1, — 1³. 1, 0³. 1, 1³. 1, 2³. 1,
 3³. 1, in residuis nulla detegitur progressio habens differentias
 secundas æquales; sed si iidem divisores minuuntur iisdem respec-
 tivè numeris — 3³, — 2³, — 1³, 0³, 1³, 2³, 3³, ductis
 in alterum divisorem coefficientis altissimi termini quantitatis pro-
 positæ nempe 2, id est, si minuuntur numeris — 54, — 16,
 — 2, 0, 2, 16, 54 remanebunt sequentes numeri, in quibus
 per comp Schol. 2, & 3, detegitur progressio 11. 7. 3. — 1. —

55. 57. 61. 75. 97. 183. 355. 957. &c.
 17. 19. 25. 15. 13. 7.
 3. 9. 1. — 5.
 1. 3. 9. — 1. — 3. — 9.
 — 1. 1. — 3. — 5.
 — 15. — 19. — 17. — 23.
 — 53. — 51. — 37. — 13. — 3. 69. 643. 2037. — 55. &c.
 5. — 9. — 13. habens primas differentias æquales. & secun-
 das = 0, & in qua posito — $n = -3$ est $d^0 = 11$, $d^1 = -$
 4, $d^2 = 0$, unde per Scholion præsens, divisor quæsitus trium
 dimensionum erit $2 x^3 + 11 + x + 3. - 4 + x + 3. x + 2. 0 =$
 $2 x^3 - 4 x - 1.$

EPISTOLA CLXXIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De ejus valetudine adversa. De NEWTONI Regula. De ROLLIO & P. GUYE. De Alea. calculo. De multigibbis

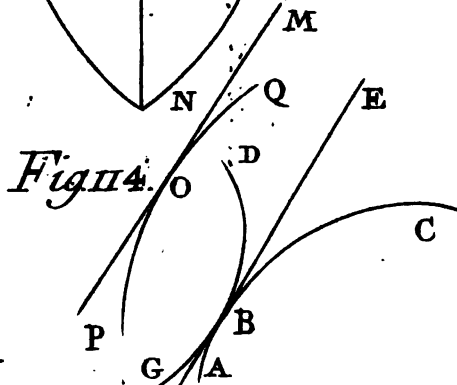
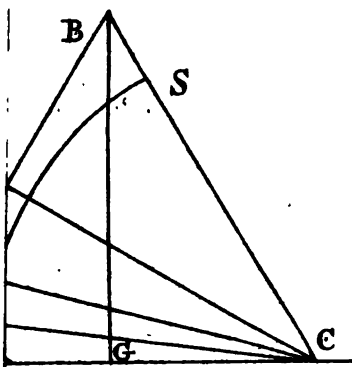
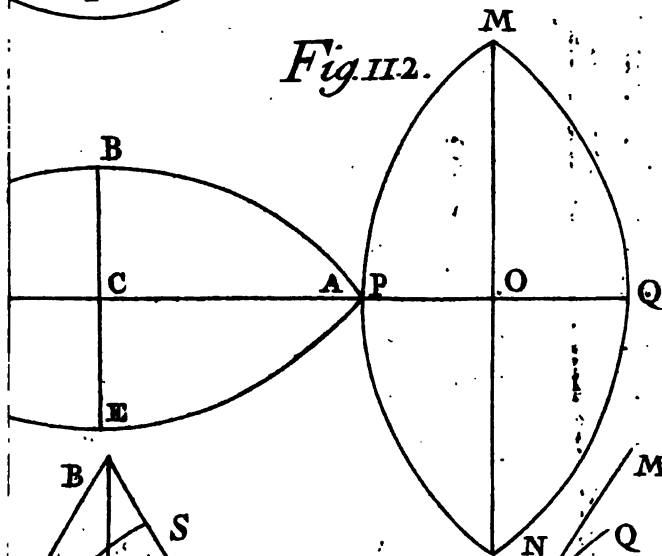
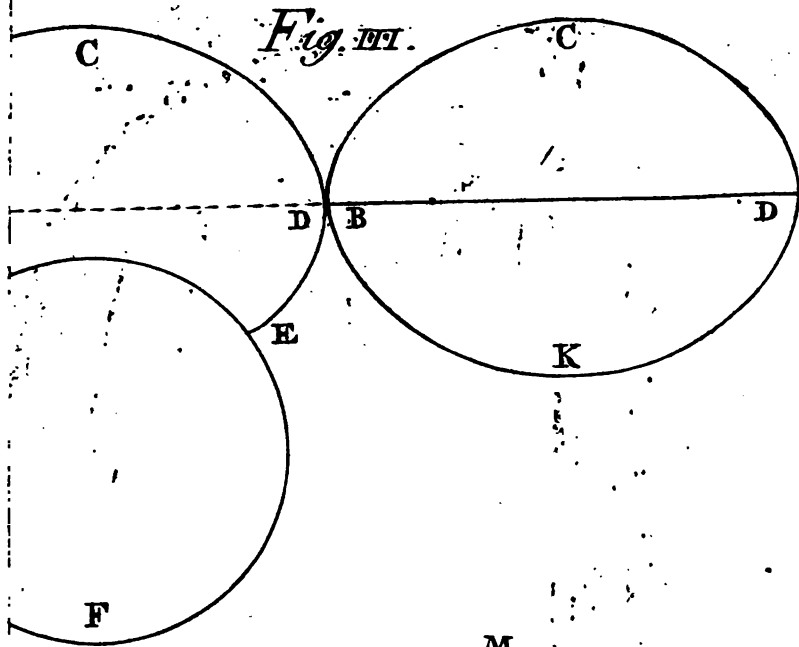
Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

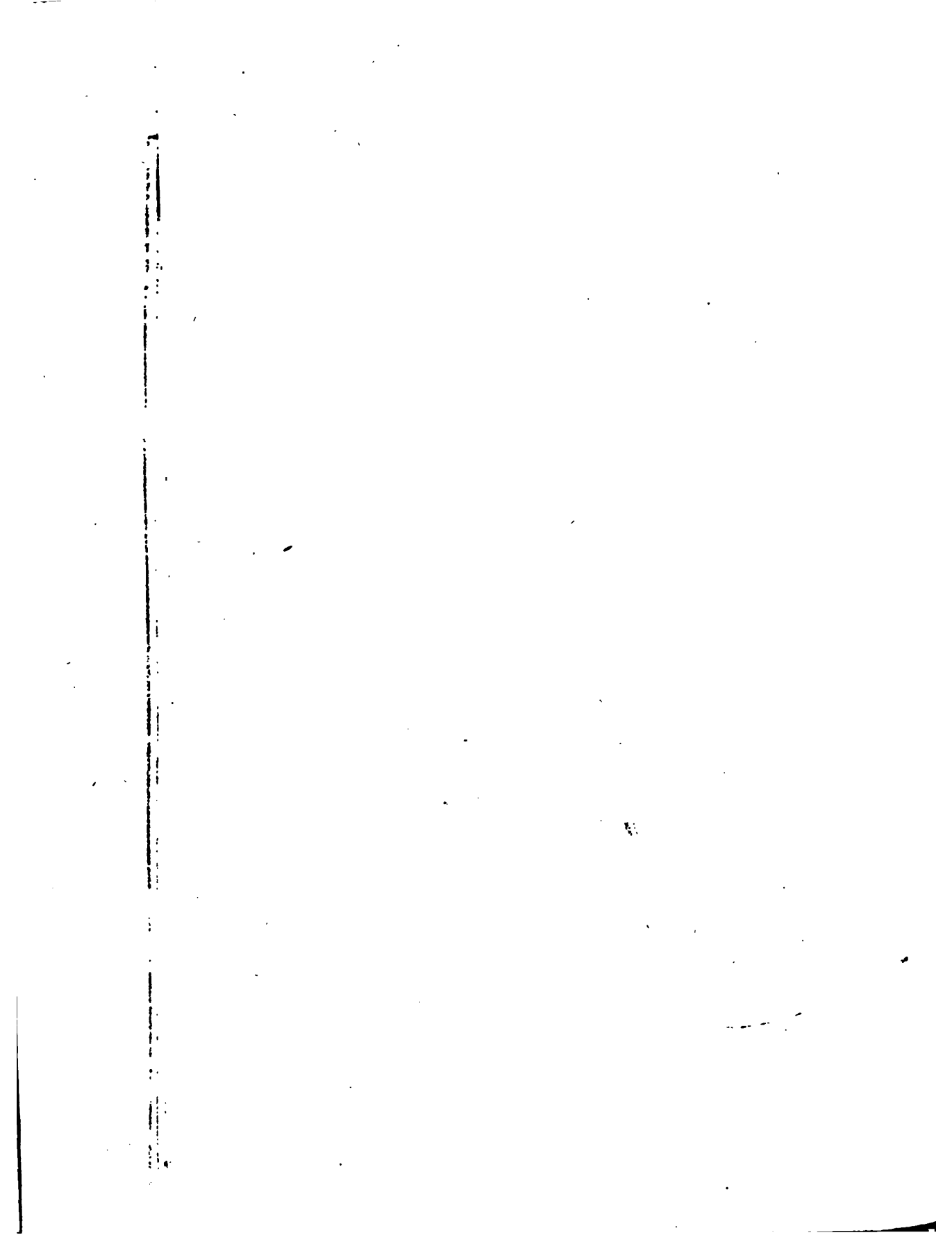
1708.
JUL

NON raro evenit, ut mihi differenda sint Litterarum commercia, dum valde distineor laboribus plurimum inter se diversis. Refumo tamen, ubi primum licet, & Tecum inter primos. Sed nec plane hæc hyeme adversa valetudo abfuit; magis quidem molesta quam periculosa; etsi enim appetitus imminutus esset, alia tamen fere mala aberant. Tuam vero vicem valde doleo, cui somnus inprimis necessarius molesta tussis interrumpitur. Sanguinis acrimoniæ hoc plerique imputabunt, sed fieri tamen etiam potest, ut sit aliquid in partibus, quas solidas vocamus [etsi sint molles admodum, ut pulmones] quod facile irritetur. Novi quibus tussis a juvenia in senectam duravit; sed quantum memini, somno fruebantur. Acrimoniam partim obtundentibus infringere, partim diluentibus auferre licet, & posterius tutius arbitror.

Mirifice placet Specimen Tui ex Fratre Nepotis; & curabo omnino, ut *Berolienfisibus Miscellaneis* inseratur. Tuam solutionem stationis planetariæ a Dno. HERMANNO obtinebo. Quia ingeniosum & felicem juvenem esse video, aliud excerptum ex NEWTONO Tibi mitto, quo si videatur exercere ingenium utiliter poterit. Modus est investigandi numerum radicum impossibilem ex mutatione signorum; qui licet non sit universalis, videtur tamen aliquid habere in recessu, & perfici posse.

Mihi





Mihi, ut facile judicas, talibus hodie vacare non licet, sed nec
 Tibi suaferim, ut hujusmodi rebus animum valde intendas. 1708.
Jun.

Mihi non fit verisimile ROLLIIUM latere sub litteris *F. D. C. Abb. Vall.* quia ille, ut intelligo, constanter alienus est a Calculo nostro; at vero hic de eo non inique judicat: an vero recte usus sit, examinare non vacavit.

Cum ROLLIO olim in Calculo nostro sugillando conspirabat *P. GOUYE Jesuita Claramontanus*, qui etiam effecerat ut in *Memoriis Trevultianis* quaedam mordacia, sed revera inepta infererentur. Isti homines non intelligunt nos in Geometria aut Analyfi nostra minime habere opus controversiis metaphysicis de compositione continui; cum sufficiant indefinite parva, id est tam parva ut error fiat minor dato; vel quod eodem redit, observari regulam continuitatis a me aliquando in *Novellis litterariis Baylii* propositam, quæ jubet ut casus specialis rei evanescentis contineatur sub regula generali, quod axioma etiam in Physicis utile esse ostendi.

Non memini aliquid audire de MONTMORTIO, qui de ludis fortunæ librum parat. (1) Vellem hoc argumentum bene tractaretur: Sed & Domini *Fratri* Tui, piæ memoriæ, meditationes de talibus vellem non perire. Credo enim aliquid in illis fore non spernendum. Et omnino optarem selecta ex ipso aliquando in lucem proferri. Utilitati enim publicæ consuli omnibus modis velim.

Dantur haud dubie curvæ multigibbæ sine flexu contrario, & tales esse tuas re considerata patet; sed quia alias sæpe inter gibborum convexitates concavitas intercedere solet, ideo ad integritatem demonstrationis hoc ipsum utiliter admonebitur esse cavas ad easdem partes, provocando ad constructionem; alioqui lectori prima fronte suspecta videri potest demonstratio.

Amicus quidam mihi dixit: Te in eo esse, ut ad Belgas
 D d 2 redeas,

(1) *Essai d'Analyse sur les jeux de hazard de Paris* 1708. 4°.

redeas, *Lugduniquè* sperari. Gaudebo Te nobis propinquiorerum reddi; gaudebunt alii quoque amici. Vale.

Dabam *Brunsvigæ* 27. Junii 1708.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

Responsio deest.

EPISTOLA CLXXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Miscellaneis Berolinensibus. De PARENTIO. De MARIOTTE
experimento circa Colores Theoria Newtonianæ adverso.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime !

1709.
April.

DIU est quod nihil de Te vidi. Spero tamen valere Te & mei benevole meminisse. Constitutum est tandem, ut *Miscellanea* quædam Societati Regiæ communicata imprimantur hoc anno, ubi Tua inferentur de multigibbis, sane digna quæ non pereant. Cl. HERMANNUS suis de statione planetarum Tua, ut par est, inferuit; Sed nescio an hoc anno sint edenda: Urgebo tamen, ut fiat. Sed acutissimi Juvenis, Tui ex Fratre Nepotis, elegans demonstratio Regulæ *Newtonianæ* in alium annum differetur. Quid agat Cl. VARIGNONIUS alique amici in *Gallia* rarius intelligo. Nescio an videris PARENTII Diquisitiones; in quibus, ut audio, CARTESIUM, HUGENIUM Vos quoque Fratres, & me etiam acerbius tractari dicitur, quam deceat. Sed illi constitutum est laureolam in hoc alios carpendi mustaceo quærere; & perinde agere, ac si nemini quicquam debeat;

beat; quæ scribendi ratio vereor, ut approbetur; nam invidiæ & præposteræ ambitionis manifesta est. 1709. April.

LA HIRIUS ait se præsentem fuisse cum MARIOTTUS olim magna diligentia exploravit mutationes colorum, quos radii lucis per refractionem subeunt; experiri que visus est; colorem refractione ortum rursus nova refractione mutari: cujus vero eventus contrarium asseverat NEWTONUS; cujus tota de coloribus doctrina hoc nititur fundamento; quod radii colorati refractione exeuntes, sive primigenii [saltem quoad sensum] & in radiis ordinariis confusi per refractionem separentur; & postea novam coloris mutationem non subeant, etsi nova fiat refractione. Vellem ut in Academia Regia accurata hujus rei experimenta sumerentur; res enim magni est momenti.

Quamquam ego arbitrer, si hæc experimenta colorum resumerentur examinarenturque, multa illis occurrura, quæ hætenus nec MARIOTTUS, nec NEWTONUS notavit, nec proinde ingloriam operam positurum, qui hoc argumentum prosequeretur. Nullum nunc MARIOTTUM Academia habet. Quod superest, vale & Fave.

Dabam Hanovera 25. Aprilis 1709.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) Error est aliquis in die vel mense.

EPISTOLA CLXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De curvis multigibbis.. De CRAIGII errore De PARENTIO & LA HIRIO. De CLONEMORI Opere. De Alca. calculo. De Nic. BERNOULLII usu Artis conjectandi in Jure. De curva Elliptica ad circularem reducenda.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

1709.
April.

NISI aliunde, ante acceptas Tuas novissimas, de optato valetudinis Tuæ statu certior fuisset factus; certe diuturnum Tuum Silentium aliquid sinisteri de ea judicandi facile præbuisset ansam. Gaudeo vero nunc etiam ex Tuis intelligere Te vivere, & valere. Ubi quædam Miscellanea, sub auspiciis Societatis Regiæ impressa, lucem viderint, spero & mihi Exemplar unum donatum iri. Facile auguror, Te moderatore, nil nisi quod selectum est, & quod sapit, ibi contineri. Siquidem ea quoque inferenda judices, quæ de Multigibbis fuit meditatus, possem subministrare nova ad eam materiam spectantia: ex eo enim tempore multum eam excolui, & promovi. Detexi enim, citra jactantiam, admiranda Theoremata nequidem Circuli tetragonismo cedentia: limites quippe, pro Ellipsis perimetris ad circulares revocandis, non tantum provexi ulterius, sed & certam eamque facilem Legem, provehendi quousque lubuerit, erui: habeoque etiam Theorema geometricum (quod applausum Tuum merebitur) exhibens duos circulos, quantumvis prope æquales, quorum unius circumferentia major, alterius minor est Ellipsi proposita: Aliud vero longe generalius mihi suppetit Theorema, quod spectat ad quamvis curvam propositam intra duos arcus circulares

gulares quantumvis sibi propinquos commutandam: id quod ope ^{1709.}
 hujus Theorematis e vestigio exequi licet. Si primi Tomi impres- April.
 sionem non retardarent, possem submittere inventa hæc mea prio-
 ribus meis adnectenda, vel saltem ad calcem totius Tomi subjun-
 genda, instar appendicis. Sin minus, id sequenti Tomo com-
 modius; inseretur. Hoc saltem Te rogo, ut, si possibile sit,
 responsionem meam in priori publicandam cures, quam nuper
 dedi CRAIGIO, motus nostros, Tuum nempe Tractorium, &
 meum reptorium fuggillant. Videbis eam in excerptis quæ hic
 Tibi mitto, ex litteris (1) quas scripsi ad Illustrissimum BUR-
 NETUM Episcopi *Salisbur.* Filium, qui se CRAIGII discipu-
 lum dicit, & nuper, per aliquot hebdomades, *Genevæ* veniens,
 in meis ædibus hospitium sumsit; dein iterum eo reversus, nunc
 in *Italiam* profectus, tandem etiam in itinere per *Germaniam*
 suscipiendo Te salutabit. Mitto etiam, quoniam forte non vi-
 deris, Schediasma ipsum *Craigianum*, (2) ubi, ex occasione so-
 lutionis suæ problematis de transformatione curvarum, nostras
 methodos per motus reptorium & tractorium, ut ille putat,
 tanquam minus geometricas, exagitat: Videbis quam
 ille erraverit, & quam ridicula sit ejus solutio, per quam datu-
 rus curvam curvæ æqualem, sed diversam, ipse nescius incidit in
 eandem cum data, nec nisi solo axis situ diversam. Quæ solu-
 tio, cum primo intuitu speciosa valde, sed inventu obvia sit,
 ante decem fere annos me ipsum [nisi statim paralogismum ani-
 madvertissem] decepisset, quemadmodum revera postea MOR-
 VRÆUM, qui in eandem ante CRAIGIUM incidit, ita fascina-
 vit, ut etiam vulgasset, nisi, eam mihi prius per litteras signifi-
 cata, ex errore suo ipsi extricasset; pro quò mihi gratias
 egit. Itaque CRAIGIUS, qui nostras solutiones,
 ut minus geometricas, suæ crisi subicere voluit, suam prodidit
 nuditatem; atque adeo nostrum Problema, quòd tam facile & sua
 appli-

(1) *Vid.* Miscell. Berol. Tom. I. p. 184. *vel* Joh. BERNOULLII
 Opp. Tom. I. N°. LXXXII. p. 451.

(2) Joh. BERNOULLII Opp. Tom. I. N°. LXXXI. pag. 449.

1709.
April.

applicatione quasi indignum prædicabat, tamen tandem, invictis omnibus suis methodis, irrefolutum relinquit. Hinc vides quam infeliciter motum reptorium, & quæ inde deduxi miranda Theoremata, sua censura perstringere ausus fuerit. Necessè itaque est, ut veritas contra CRAIGIUM vindicetur, ipsius vero error publice refellatur, ne apud ignaros aliquid ponderis inveniat, quod in præjudicium motus mei reptorii [inventi certe utilissimi] præcipitanter nimis, & ut ipse postea in privatis ad BURNETUM litteris falsus est, sine prævio examine deblateravit. Hoc verò commode fiet, si contrahas quæ in responsione ad BURNETUM dedi, & postea subnectas iis quæ de multigibbis communicavi; quæ utique ejusdem sunt materiæ, nempe ex motu reptorio fluentia.

Disquisitiones PARENTII (1) non vidi, sed ab HERMANNO audiivi quam acerbè tractet, non me tantum [quod me non adeo offenderet] sed & Te, aliosque Viros de re mathematica tam præclare meritos. Transmisit mihi HERMANNUS excerpta quæpiam ex ejus libro, ubi refutare conatur meum quondam specimen Dioptrico-catoptricum. Sunt autem nihil, præter puras putas cavillas; unde quilibet perspiciet hominem hunc nihil aliud in animo habere, quam ut aliena extenuet, sua vero extollat. Mihi vero indignus est cui meo nomine respondeam, ideoque misi quosdam observatiunculas ad Dnum HERMANNUM, ut, si forte inveniat occasionem, alio sub nomine publici juris faciat.

Quod LAHIRIUS dicit, se præsentè, a MARIOTTO exploratum esse colorem radii lucis prima refractione genitum, mutari in alium refractione secunda: vereor ne id dictum sit ad elevandam NEWTONI doctrinam elegantissimam de radiorum coloribus.

REMUNDUS DE MONTMORT scripsit nuper mihi se ad me missurum librum suum cujus Titulus *Essay d'Analyse sur les jeux*

(1) *Recherches de Mathématique & de Physique, par Mr. Parent* 12° Paris 1705. 2. vol. & postea ibid. 1713, 3. Vol.

jeux de bazard Fratris mei Filius ad prelum pa- 1709.
 rat Dissertationem inauguralem Juridicam de simili materia, nem- April.
 pe, *De usu artis conjectandi in jure* (1), ubi tractandas susci-
 pit quæstiones varias in Jure agitari solitas, præcipue circa ab-
 sentes pro mortuis habendos, reditus item vitales &c. adeo ut,
 quam ego olim ad Medicinam, ille nunc ad Jurisprudentiam
 non inutiliter applicare instituat Mathesin nostram: quod quidem
 apud Jurisconsultos [qui hunc tractandi modum insuper habent]
 aliquid novi & insoliti erit. Ubi prelum evaserit hæc Disserta-
 tio, eam quoque ad Te mittam; modo mihi commodam mit-
 tendi viam indices. Spero illam non displicituram. Quod supe-
 rest, Vale & Fave.

Basilea 15. April. 1709.

Amplitudini Tuæ Devotissimus

J. BERNOULLI.

P. S. Ne spatium hoc vacuum maneat, ecce quoddam ex
 Theorematis de quibus supra: quod si ita judicaveris, pote-
 rit specimini de multigibbis subnecti; dum ejus demonstratio-
 nem, cum aliis quæ huc pertinent, commodiori tempore sim da-
 turus. Esto (*Fig. 115.*) Semicirculus $A 4 B$, cujus diameter
 AB , composita ex semiaxibus alicujus Ellipsis AC , & BC ; Sit
 semicircumferentia bisecta continuo in 2, 4, 8, 16. & quot-
 cunque libuerit partes æquales, atque rectorum ductarum ex
 puncto C , ad divisionum puncta imparia 1, 3, 5, 7, capia-
 tur media arithmetica, hoc est $(C_1 + C_3 + C_5 + C_7): 4$,
 quæ vocetur M : & rectorum ad divisionum puncta paria, 2,
 4, 6, ductarum auctarumque radio R , seu $\frac{1}{2} AB$ sumatur media
 arithmetica, hoc est $(C_2 + C_4 + C_6 + R): 4$, quæ voce-
 tur N : dico M & N fore radios duorum circulorum, quorum
 ille circumferentiam habet majorem, hic minorem quam Ellipsis
 proposita. Sunt enim illi duo circuli, circumscriptus & inscriptus

Tom. II.

E e

curvæ

(1) *Prodiit Basilea* 1709. 4°.

1709.
April.

applicatione quasi indignum prædicabat, tamen tandem, invitis omnibus suis methodis, irrefolutum relinquit. Hinc vides quam infeliciter motum reptorium, & quæ inde deduxi miranda Theoremata, sua censura perstringere ausus fuerit. Necessè itaque est, ut veritas contra CRAIGIUM vindicetur, ipsius vero error publice refellatur, ne apud ignaros aliquid ponderis inveniatur, quod in præjudicium motus mei reptorii [inveni certe utilissimi] præcipitanter nimis, & ut ipse postea in privatis ad BURNETUM litteris factus est, sine prævio examine deblateravit. Hoc vero commode fiet, si contrahas quæ in responsione ad BURNETUM dedi, & postea subnectas iis quæ de multigibbis communicavi; quæ utique ejusdem sunt materiæ, nempe ex motu reptorio fluentia.

Disquisitiones PARENTII (1) non vidi, sed ab HERMANNO audiui quam acerbè tractet, non me tantum [quod me non adeo offenderet] sed & Te, aliosque Viros de re mathematica tam præclare meritos. Transmisit mihi HERMANNUS excerpta quæpiam ex ejus libro, ubi refutare conatur meum quondam specimen Dioptrico-catoptricum. Sunt autem nihil, præter puras putas cavillas; unde quilibet perspiciet hominem hunc nihil aliud in animo habere, quam ut aliena extenuet, sua vero extollat. Mihi vero indignus est cui meo nomine respondeam, ideoque mihi quosdam observatiunculas ad Dnum HERMANNUM, ut, si forte inveniatur occasio, alio sub nomine publici juris faciat.

Quod LAHIRIUS dicit, se præsentè, a MARIOTTO exploratum esse colorem radii lucis primà refractione genitum, mutari in alium refractione secunda: vereor ne id dictum sit ad elevandam NEWTONI doctrinam elegantissimam de radiorum coloribus.

REMUNDUS DE MONTMORT scripsit nuper mihi se ad me missurum librum suum cujus Titulus *Essay d'Analyse sur les jeux*

(1) *Recherches de Mathématique & de Physique, par Mr. Parent* 12° Paris 1705. 2. vol. & postea ibid. 1713, 3. Vol.

jeux de bazard Fratris mei Filius ad prelum pa- 1709.
 rat Dissertationem inauguralem Juridicam de simili materia, nem- April.
 pe, *De usu artis conjectandi in jure* (1), ubi tractandas susci-
 pit quæstiones varias in Jure agitari solitas, præcipue circa ab-
 sentes pro mortuis habendos, reditus item vitales &c. adeo ut,
 quam ego olim ad Medicinam, ille nunc ad Jurisprudentiam
 non inutiliter applicare instituat Mathesin nostram: quod quidem
 apud Jurisconsultos [qui hunc tractandi modum insuper habent]
 aliquid novi & insoliti erit. Ubi prelum evaserit hæc Disserta-
 tio, eam quoque ad Te mittam; modo mihi commodam mit-
 tendi viam indices. Spero illam non displicituram. Quod supe-
 rest, Vale & Fave.

Basilea 15. April. 1709.

Amplitudini Tuæ Devotissimus

J. BERNOULLI.

P. S. Ne spatium hoc vacuum maneat, ecce quoddam ex
 Theorematis de quibus supra: quod si ita judicaveris, pote-
 rit specimini de multigibbis subnecti; dum ejus demonstratio-
 nem, cum aliis quæ huc pertinent, commodiori tempore sim da-
 turus. Esto (*Fig. 115.*) Semicirculus $A 4 B$, cujus diameter
 AB , composita ex semiaxibus alicujus Ellipsis AC , & BC ; Sit
 semicircumferentia bisecta continuo in 2, 4, 8, 16. & quot-
 cunque libuerit partes æquales, atque rectorum ductarum ex
 puncto C , ad divisionum puncta imparia 1, 3, 5, 7, capia-
 tur media arithmetica, hoc est $(C_1 + C_3 + C_5 + C_7) : 4$,
 quæ vocetur M : & rectorum ad divisionum puncta paria, 2,
 4, 6, ductarum auctarumque radio R , seu $\frac{1}{2} AB$ sumatur media
 arithmetica, hoc est $(C_2 + C_4 + C_6 + R) : 4$, quæ vocetur
 N : dico M & N fore radios duorum circulorum, quorum
 ille circumferentiam habet majorem, hic minorem quam Ellipsis
 proposita. Sunt enim illi duo circuli, circumscriptus & inscriptus

Tom. II.

E e

curvæ

(1) *Prodiit Basilea* 1709. 4°.

1709.
April.

curvæ multigibbæ Ellipticam peripheriam æquanti, duplo plurimum existenti gibborum quam est numerus divisionum. Unde si in 8 partes dividatur circumferentia A 4 B, erunt M & N duo radii duorum circularum circumscripti & inscripti curvæ fedecigibbæ, quæ sit Ellipsi æqualis. Est vero, ut calculus me docuit, M ad N in minori ratione quam 6000001 ad 6000000, ita ut jam Ellipsis versetur inter duas circumferentias circulares, quæ inter se non differant sexies-millionesima sui parte: Intellige hoc de Ellipsi, cujus axes inter se sunt ut 5 ad 4. Per divisionis, seu bisectionis continuationem, inveniantur limites e vestigio, incomparabiliter propinquiores. Sunt enim, sicuti in præcedentibus ostendi, celerrime convergentes. Alia mirabiliora in aliam occasionem refero.

Intercidisse videtur aliqua Epistola BERNOULLIANA.

EPISTO-

E P I S T O L A CLXXVI

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

Varia. De æſtimandis redditibus ad vitam. De Logica probabilium.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

QUASDAM ad Te litteras meas periſſe oportet. Nam certum ^{1709.} est me Tibi hoc anno ſcripſiſſe, & ſignificaffe reddita mi- ^{Septem.}
 hi Tua nova de Multigibbis & *Miſcellaneis Berolinenſibus* [quæ
 nunc ſub prelo ſunt] cum prioribus de hoc argumento ſcrip-
 tis, inferum iri. Nunc ex Tuis noviffimis intelligo, dubitare
 Te an quæ 15 Aprilis ad me dedifti ſint reddita. Quæ factum ſit
 ut reſponſio mea perierit, iudicare non poſſum. Interea nihil
 magnopere continebat, quod conſervari mereretur, tantumque ſig-
 nificabat deſiderio Tuo ſatiſfactum iri. Miror Dnum CRAI-
 G I U M bis in eundem lapidem impegiffe. Videtur non ſatis at-
 tente verſari in his quæ tractat, quemadmodum & CHEYNEUS.
 Diu eſt quod de MOIVREO quoque nihil intellexi, neque
 etiam *Anglicas Tranſactiones* vidi. Etiam Dnus HERMANNUS a
 multo tempore ſilet, eſſi Dnus Abbas FARDELLA ſubinde ad
 me ſcripſerit. *Danum*, per quem mihi Diſſertationem Tui ex
 Fratrem nepotis, juvenis ut apparet, Docti & ingenioſi miſiſti,
 non vidi, nempe quod me domi non inveniffet. Gratulor veſ-
 træ Familiæ proventum ingeniorum, & velut hereditariam in ma-
 theſi præſtantiam.

In æſtimandis redditibus ad vitam occupati olim fuere, cum
 HUGENIO, HUDDENIUS non tantum, ſed & Penſionarius
Jobannes DE WIT, cujus breve ea de re extat Schediaſma Bel-
 gico Sermone, ſed in uſum popularium, ut intelligerent rei

1709. æquitatem. Quæ de *Amstelodamensi* æstimatione refert Tuus ex
 Septem. Fratrem nepos, credo ex *Huddenianis* computationibus fuisse profecta. Quidam FERGUSONIUS Belga ex Scotis oriundus, qui olim aliquot mensibus *Hanoveræ* egit, & librum quemdam Algebraicum Belgice edidit, multa mihi de WITTII & HUDDENII in hac disquisitione meditationibus memorabat, etsi eorum methodos ratiocinationesque non teneret. Vellem talia ex schedis ipsorum eruerentur, neque enim dubito quin plurima inde disceremus. VOLDERUS jam & FULLENIUS Viri Egregii obiere, ita non exiguam jacturam res mathematica passa est. Vivamus sed amice, nosque amemus, & quamdiu Deo visum erit, in studio pergamus. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 6. Septembris 1709.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITUS.

P. S. Mereri puto Domini Fratris Tui p. m. librum, qui edatur, idque scribenti plus semel significavi. Sæpe monui deesse nobis partem Logicæ de gradibus verisimilitudinis; æstimandos autem censeo ex gradibus possibilitatis, seu ex multitudine æqualium possibilitatum. Ostendi olim in schediasmate quodam politico (1) Principis jussu edito, quasdam æstimationes fieri per additionem, quasdam per multiplicationem.

(1) *Illud quale sit, non satis novi.*

E P I S T O L A CLXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responſio ad præcedentem.

De oblata ſibi Cathedra Leydenſi. De CRAIGIO, SCHEUCHZERO & MOIVREO. De Agnato ſuo. De Fratris Arte conjectandi. De WOLFIO, HERMANNO, GULLIELMINO, FARDELLA & CONTIO. De NEWTONI Principiis. Deque HERMANNI Phoronomia.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

NON ſine aliqua ægritudine video commercium noſtrum tam ſegniter procedere; vereor ſane ne tandem prorfus emoriatur. Litteras ſubinde ad Te dedi, ſed raro reſponſionem accipio: dicis quidem in poſtremis quas accepi, quaſdam alias ad me Tuas periſſe, id quod ab aliquot annis jam ſæpius contigſſe a Te intellexi; ſecus ac olim, ubi tam accurate litteræ Tuæ mihi tradebantur.

BURNETUS, Juvenis egregius, qui noviſſimas meas ad Te detulit, mihi nuper ſcripſit *Hagæ*, & Tuam erga ſe urbanitatem multis deprædicavit, eam præcipue commendationi meæ adſcribens: Quod ſi ita ſit, magnas eo nomine ago gratias. Multus eſt BURNETUS, ut mihi perſuadeat acceptandam eſſe vocationem *Leydenſem* denuo oblatam: ſubvidi eum ita ſcripſiſſe ex inſtigatione Illuſtriſſimi OBDAMII primi Curatoris Academiæ *Leydenſis*; reſcripſi vocationem non diſplicituram, ſi lautioribus conditionibus offeratur, quæ nimirum mutationis hujus novæ moleſtias & incommoditates, ſane ſummi momenti, nonnihil compenſarent.

An *Miſcellanea Berolinenſia* veſtra nondum evaſerunt prelum, ſub quo ea ſudare dudum eſt quod dixiſti? Quod ſi in

1710.
April.

lucem prodierint, rogo ut mihi quoque aliquod Exemplar mittatur. Spero me ibi visurum, quæ contra paralogizantem CRAIGIUM ad Te misi: eadem etiam cum totius litis *Graigiana* narrationem MOIVRÆO transmisi, per SCHEUCHZERUM Junio-rem Medicum *Tigurinum* in Orbe erudito non obscurum, qui nuper iter aggressus est in *Belgium, Angliam & Galliam*, forte in transitu per *Germaniam* Tui videndi copiam quæret; hunc enim cum primis scopum istius itineris habet, ut Viris Eruditis & Celebribus innotescat: quamobrem me rogavit, ut quum ad Te scripturus essem, sui etiam mentionem injicere, & se Tibi in antecessum commendare vellem. Anhelat vir bonus aliquam honestam stationem & Professionem sibi convenientem; qualem si Tu ipsi conciliare posses, maxime Tibi foret devinctus, æque ac Dominus MOIVRÆUS, insignis certe Geometra, qui haud dubie adhuc hæret Londini.

Habet Agnatus meus de quo sibi gratuletur, quod Dissertatio a se conscripta Tibi non displicuerit. Discessit nuper in *Galliam* abiturus, postquam aliquandiu *Genevæ* commoratus fuerit. *Parisiis* inveniet occasionem studia nostra ulterius prosequendi; videbit MONT-MORTIUM, qui de simili fere materia, nempe de ludis a fortuna pendentibus non ita pridem Librum edidit, in quo autem nihil valde singulare deprehendi. Observationes meas in hunc Librum Authori transmisi (1), quoniam Judicium meum de eo à me petiit. Fratris mei Opus posthumum, si ultimam manum vidisset, & lucem publicam aspiceret, foret, haud dubie, omnium, quæ circa hanc materiam prodierunt absolutissimum: sed dubito an unquam proditurum sit, per nescio quam heredum suspicionem. Vidit manuscriptum HERMANNUS, cum, rogante vidua, statim post obitum mariti, hujus schedas & chartas in ordinem redigeret.

Audeo ad Te mittere Epistolam hanc adjunctam, & inscriptam Cl. WOLFIO; rogo ut illam ipsi transmittas, per tutissimam viam: Reliqui eam apertam, sub sigillo, quod vocant, volante, quod,

(1) *Opp.* Tom. I. N°. LXXXIV. pag. 453-468.

quod, lectione peracta, obserabis: inuenies ibi quædam etiam ad 1710. Te pertinentia, circa æstimationem virum....., Elius *Aëro-April-metricam* Tibi quoque visam non dubito.....

Ab HERMANNO nostro interdum accipio Litteras; novissimæ, quas ab eo habeo, datæ sunt 15. Februar: hujus anni. Statio *Lugdunensis* ipsi saluam movet, cum qua libenter *Patavinam*, in qua nunc est, commutaret: hoc equidem *Lugdunensibus* indicavi, me ipsis commendaturum aliquem virum, qui me deficientem facile refarciat: Interim in hunc usque diem a me non desistunt, nescio qua de me opinione occupati. Rumor quidem erat KEILIIUM ex Anglia illuc vocatum iri, quod vix credo.

GUILLELMINUM, relicta sua Cathedra, acceptasse munus Archiatri apud *Magnam Etruriæ Ducem*, cum annexo salario annuo 1600 Piastrarum Florentinarum, forte jam audiveris; sed & FARDELLA GUILLELMINI exemplum imitatus, in Catalauniam se contulisse dicitur, quid ibi facturus nescio.

De..... *Abbate CONTI Nobili Veneto* mihi multa narrat HERMANNUS, & de ejus peritia in reconditiore Geometria. Cæterum vero multos jam in *Italia* esse, qui in hac scientia excellent, non audivi: in *Gallia* non - nihil excolitur, sed non eo successu quo vellem: Floret felicius, ut videtur, in *Anglia* & *Scotia*: quantum valeat in *Germania* nostra mihi ignotum est.

An secunda Editio *Principiorum Philosophorum* NEWTONI comparuerit, utpote quam sub prelo esse jam diu intellexi, fortasse Tibi innotescit; aut eam omnino jam vidisti: cujus videnti & ego magno desiderio teneor. MOIVREUS enim, jam ante annum, mira mihi de ea jactitabat. Curiosus sum videndum Author in hac secunda Editione correxerit quosdam errores..... quos ego in prima animadverti.

HERMANNUS scribit, quod & ad Te scriptum non dubito; se parare aliquod Opusculum sub titulo *Mechanica fluidorum* (1); quod

(1) Hæc est ejus Phoronómia; qua demum A°. 1716. Amstelodami prodit in 4°, in qua non de fluidorum modo, sed & solidorum viribus & motibus agit.

quod erit Collectio eorum quæ de hac materia in variis operibus
disperfa sunt. Quod superest, Vale, vir ampliffime, & Fave.

Bafilea 26. Aprilis 1710.

Amplitudini Tuæ Devotiffimo.

J. BERNOULLI.

E P I S T O L A CLXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

*De fuis occupationibus. De BURNETO, & SCHEUCHZERO. De
Logica probabilium. De HERMANNO. De WOLFII Aérome-
tria. De NEWTONI Principiis Philofophiæ. De Studio
Mathematico.*

Vir Nobiliffime & Celeberrime, Fautor & Amice
Honoratiffime!

1710.
Jun.

QUOD non ita crebro inter nos commeant litteræ, faciunt
potiffimum distractiones meæ, tam multiplices, ut vix il-
lis fufficiam. Potiffimam efficiunt Historici labores, quos Princi-
pes exigunt, in quibus nunc magna cum contentione verfor,
ut aliquando illis defungi poffim; fed & pofcunt me fubinde
negotia Aulæ, ipfi Principes, *Berolinum, Gueifebyrtam*. Acce-
dunt litteræ ex multis locis, de rebus non tantum mathematicis
& philofophicis, fed & de pertinentibus ad jus publicum, ad
res facras, ad Historiam, ad antiquitates, litterasque elegantio-
res. Etiam nummi & infcriptiones interdum mecum communi-
cantur. Multum etiam temporis detrahunt allocutiones peregrin-
antium, qui fubinde ad me adeunt, nec honefte repelli poffunt.
Subinde

subinde etiam in chartam conjicio novas, quæ forte incidunt 1710. cogitationes, ne plane pereant; sed vix aliquid elaborare. poterò Jun. in alio genere, antequam Historicis laboribus fuero defunctus, quod intra biennium fiet, Deo volente; modo scilicet valetudo & vita eo usque durent. Sane valetudine nunc iterum percommoda utor, etsi hac hyeme Arthriticis assultus, aliaque incommoda senserim.

Dominus BURNETUS per aliquot septimanas apud nos egit, & humanitatem Tuam, communicandique facilitatem, ut cæteras dotes taceam, pro merito laudavit. Mecum subinde egit, sed non tam crebro licuit ac voluissim. Certe de variis locuti sumus. Discedens, litteris *Hanovera Guelfebytum* scriptis, a me historicas quasdam notitias desideravit. Rescripsi ut tunc quidem poteram, sed an responsum meum acceperit, nescio; nam ex quo *Hanovera* discessit, nihil ejus vidi, & quæ in *Batavis* agat pro parte ex Tuis intelligo. Facit recte, & pro gratitudine quam Tibi debet, quod rem Tuam apud illos curat. Ego de negotio tali consilium dare non audeo. Tibi lætissima omnia ex animo opto. Excerpta Epistolarum tuarum in *Miscellaneis Berolinensibus* prodire (1), etiam quæ ad *Craigianam* controversiam pertinent. Exemplaria apud Bibliopolas vidi, sed nullum hactenus *Berollno* accepi: expecto tamen, nec dubito etiam Tibi Exemplum missum iri; ita enim dudum constitutum est, me suadente.

Gratissima mihi erit etiam junioris Dni SCHEUCHZERI notitia. Utinam egregiis ingeniis semper subveniri posset; sed scis multa hic in casu, sive fortuna sita esse.

Si Dominus Agnatus Tuus, juri dans operam, urgeat & perficiat cæpta Fratris Tui Domini *Jacobi BERNOULLI* circa æstimationes probabilitatum, faciet rem utilissimam. Ego jam a puero hoc argumentum versavi, tunc imprimis cum juri darem operam, & de conjecturis, indiciis, præsumptionibus, & gradibus probationum minus plenarum, semi-plenarum, plenarum,

Tom. II.

Ff

limi-

(1) Tom. I. pag. 173 - 185. vel Opp. Tom. I. Nis. LXXVII. LXXIX, LXXX, LXXXII, pag. 437 - 452.

1710.
Jun.

similibusque agerem. Nemo enim hoc argumentum melius excoluit quam Jure-Confulti; sed illi non satis ad certa principia methodumve revocarunt.

Dnus HERMANNUS mihi non significat consilium sibi esse mutandi *Patavinam* stationem: non tamen mirarer, si alia non inferiore oblata hoc faceret, cum ad Ministerium Ecclesiasticum ordinatus sit, cujus functiones illo in loco exercere non potest. Idem nihil ad me de GULIELMINI mutatione scripsit.

Monita Tua ad Aërometriam WOLFII, quæ ipsi transmissi, merentur aliquando ab eo in usum verti, cum Opusculum, cætera elegans, incudi reddet. Non legi, sed volutavi, & cum animadverterem Machinæ, qua vim venti æstimare instituit, aliquid deesse, id eum olim monui. Nempe ille venti fluxum continuum concipit, qualis est fluminis; sed revera ventus agit per succussiones, ut sic dicam, [Galli dicent *par bonds*] quæ quo sunt crebriores, inter idem temporis spatium, eo validior est ventus, adeoque est vis ejus æstimanda non tantum impetu, sed & impetuum repetitorum multitudine. Videmus hanc venti indolem, quando in asserem suspensum agit, eumque nunc attollit, nunc non-nihil remittit, cum aquæ jactus aut fluminis eum in eadem obliquitate conservare possit.

Nondum intellexi secundam Editionem *Principiorum Mathematicorum* NEWTONI (1) prodiisse. Velim discere, quos in priore paralogismos notaris, *scilicet banc veniam petimusque damusque vicissim. Optimus ille est qui minimis urgetur.* Egredia adhuc ab eo præstari posse non dubitem. In *Germania* nostra nemo fere profundiorum Geometriam satis intelligit. WOLFIIUS cæteris præstat. Plerique, qui in *Germania* studiis dant operam, vix ad necessaria sufficiunt, ægreque animum attollunt ad sublimiora; quia scilicet per studia non nisi vitæ subsidia quærunt. At in illis regionibus, ubi homines locupletes dant:

(1) *Ea demum* A. 1713. prodiit *Cantabrig.* 4^o.

LEIBNITII ET BERNOULLII, EPIST. CLXXVIII. 227
dant studiis operam, meliora præstari possunt. Quod superest,
Vale & Fave.

Dabam *Guelphbyti* 6. Junii 1710.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

E P I S T O L A CLXXIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

Optat videre ipsius Iconem. De vocatione Leydeni. De SCHEUCHZERI meritis. De POLENI Miscellaneis. De WOLFIO. Observationes in NEWTONI Principia Philosophiæ. De Problemate virium centralium inverso. De motu Corporum in medio resistente.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime!

NON opus erat tanta apud me excusatione; novi enim dudum multitudinem negotiorum Tuorum, & miror qui omnibus sufficere possis: alium certe, præter Te, tot tantisque laboribus defungendis parem non facile inveniam. Succumberem ego, si eodem tempore diversis adeo studiis implicarer, & simul negotiis Aulicis aliisque obruerer. Quod humeri Tui id ferre valeant, hac præsertim qua es ætate, mirabundus gratulor; ac voleo ut valetudine percommoda, qua nunc uti dicis, porro per longam annorum seriem frui possis, non sine ingenti communium nostrorum studiorum, imo universæ Rei Litterariæ bono, Tuorumque omnium amicorum & cultorum, quos inter me primum profiteor, gaudio & delectamento. Unum est quod abs

1710.
August.

Te jam - dudum desideravi, & quod hac occasione non possum non aperire, scilicet cum Tui videndi spes jam omnis mihi videatur præcisa, & hætenus non - nisi mentis & ingenii Tui vastissimi ideam habeam, vultus vero Tui nullam; summopere me beares, si effigiem Tuam, vivis, ut aiunt, coloribus pictam transmitteres mihi; sumtus in eam rem quam - lubentissime erogaturo, qua cum & aliis Iconibus Virorum quorundam Illustrum, & meorum Fautorum, partim jam comparatis, partim adhuc comparandis, Musæum meum exornabo.

Ex litteris nuperis Domini BURNETI *Haga* missis, intelligo ipsum propediem in *Anliam* trajecturum; dicit quidem Illustrum OBDAMUM omnem moturum lapidem, ut me potiri possint, melioribus quam hucusque oblatis conditionibus, sed expectanda esse quoque meliora tempora.

Cura, quæso, ut *Miscellanea Berolinensia* prompte mihi mittantur.

Ut desiderio meo satisfiat SCHEUCHZERUS senior [Junior nunc in *Galliis* forte versatur] sub prelo habet Physicam, ut mihi scribit, Tibi dedicandam, quam, more geometrico, ad mentem scilicet Modernorum concinnaverit, inventis rarioribus Physico - Mathematicis ex optimis Authoribus congestis: an autem pro hoc Geometriam profundioris satis possideat, de eo valde dubito. Promittit etiam se editurum Mappam, quam jam tradiderit sculptori, *Helvetiæ* universæ; eam fore in 4 partes digestam, ita tamen ut jungi in unum queant, 56 pollices longam & 40 altam; circumcirca, regionum finitimarum loco, observationibus & iconibus selectioribus historico - naturalibus exornatam; continere imprimis observationes & correctiones Geographicas, per 16 annorum itinera congestas. SCHEUCHZERORUM sagacitate, ante annum circiter, inventa est materia in paludibus *Tigurinis*, idonea ad Turfas conficiendas [*Hollandicis*, ut ipse ego expertus, non inferiores], quibus nunc passim utuntur *Tigurini*, summa cum utilitate; viliori enim pretio habentur quam ligna; quo fit ut earum elaboratio & usus magis magis

gisque increbrescat, & , quemadmodum scribit SCHEUCHZERUS, nunc incipiunt, etiam effodere Carbones fossiles.

1710.
August.

Agnato meo, qui nunc *Parisiis* agit, præscripti monitum Tuum, de perficiendis cæptis circa æstimationes probabilitatum. Si Tua quæ de hoc argumento quondam excogitasti, in lucem ederes; forent hæud dubie omnium, quæ hæctenus habentur, pro more tuo, curiosissima & ingeniosissima.

Scribit Dnus HERMANNUS *Marcionem* POLENUM Collegam suam edidisse nuper opusculum, de *Barometris & Thermometris*, de *Machina Arithmetica & Gnomonicis* (1). Talem Machinam Arithmeticam, ni fallor, Tu quoque adinvenisti.

GUILLBLMINUM diem suum obiisse idem HERMANNUS huc perscripsit. Nosti sine dubio FARDELLAM stationem aliquam habere in Aula Barinonensi.

At Dnus WOLFIVS monita mea in *Aërometriam* suam acceperit nondum audivi. Scribit Dnus MENKENIUS illum velle proficisci in *Moscoviam*, suam ibi fortunam experturum; forte quod *Hale* habeat plurimos ofores.

De secunda editione Philosophiæ *Newtonianæ* nihil equidem amplius inaudivi. Quod paralogismos attinet, quos olim in prima editione observavi, vix annotavi; quare, quantum nunc statim memoriæ suggerit, non nisi unum vel alterum indicabo (1). Postquam pag. 8, demonstravit vim centripetam tendentem ad centrum Ellipseos, esse directe ut distantia Corporis gyrantis a centro; concludit, pag. 49. Coroll. 1°. etiam conversam obtinere, hoc est, si vicissim vis centripeta sit ut distantia, moveri necessario corpus in Ellipsi: eodem etiam modo, quo pag. 50. 51. 52. 53 & 54, demonstravit vim centripetam tendentem ad umbilicum sectionis Conicæ esse reciproce in duplicata ratione distantiarum, concludit pariter pag. 55, Coroll. 1°. Ergo vicissim curvam, in qua vires centripetæ sunt in reciproca ratione duplicata distantiarum a centro vicium, illam curvam esse sectionem conicam. Ego vero dico non legitime colligi posse

Ff 3 hæc

(1) J. POLENI *Miscellanea*. Venet. 1708. 4°.

(2) *Vid.* Opp. BERNOULLI Tom. I. N. LXXXVI. pag. 470.

§ 710.
August.

has conversas, licet harum veritatem, singulari quodam calculo, qui alias ad differentias secundas deducit haud facile separabiles, compertam habeam. Conclusiones igitur Auctoris vitiosæ sunt formaliter, quamvis veræ materialiter: demonstrare enim prius debuisset [quod autem non fecit] unicum tantum genus curvarum posse datæ legi vis centripetæ satisfacere, seu eam legem virium soli Sectioni conicæ competere, & nulli aliæ curvæ. Nosti enim hujusmodi Problemata, quæ præsertim definiunt in æquationes differentio-differentiales, plerumque admittere diversa curvarum genera; imo quandoque curvas transcendentales quasdam & alias algebraïcas eidem Problemati posse satisfacere, quemadmodum alibi ostendi. Quid opus est multis? Habemus Exemplum apud ipsum NEWTONUM pag. 47, ubi ostendit in Spirali logarithmica, centrum habente in centro virium, vim centripetam esse in triplicata ratione reciproca distantiarum: Potuisset enim, eodem jure, ex ea concludere conversam, dicendo, unde vicissim [uti fecit pag. 49, Coroll. 1^o.] si vis sit reciproce ut cubus distantiae, movebitur corpus in Spirali logarithmica centrum habente in centro virium. Interim, ita ratiocinando, Auctor non tantum formaliter, sed & materialiter enormi modo peccasset: nam præter logarithmicam Spiralem, reperio aliud genus curvarum, ubi similiter vis centripeta est reciproce ut cubus distantiae a centro. Sic, inter alias quam-plurimas quæ satisfaciunt, unam, præ cæteris mirabilem, invenio Hyperbolam spiralem, cujus nempe natura hæc est, ut rectæ a centro ad curvam ductæ obtineant rationem reciprocam cum angulis quos faciunt cum recta aliqua positione datâ per centrum ductâ. Item si ad rectam, tanquam super axe, describatur curva algebraïca cujus hæc æquatio $s = (rr - 2aa) : \sqrt{(4a^2 - r^2)}$, sumtis scilicet coordinatis s & r ex centro virium; dico etiam hanc curvam algebraïcam hoc præstare, ut mobile in illa feratur viribus centripetis distantiarum cubis reciproce proportionalibus. En ergo jam tres curvas diversissimorum generum, communi tamen hac affectione gaudentes; quæ igitur si in aliqua curva reperiat, ex hoc solo nondum concludi potest illam curvam esse logarithmicam spiralem,

lem, potius quam Hyperbolam spiralem, aut alteram illam al 1710. gebræicam, aut aliam etiam quam exhibere possem. Ita quoque August. non procedit NEWTONI conclusio ad stabiliendas suas propositiones conversas, etsi veræ sint; quia prius non demonstravit leges illas virium centripetarum (quod sane demonstratu difficillimum est) solis sectionibus conicis competere.

(1) Pag. 260, prop. 10, Problema hoc, quo quæritur, tum mediû densitas in locis singulis, quæ faciat ut Corpus quodvis in data quavis linea curva moveatur, tum corporis velocitas in iisdem locis, supponendo resistantiam se se habere ut mediû densitatem & quadratum velocitatis conjunctim: Hoc Problema, inquam, mihi non rectè ab Auctore solutum videtur. Quamquam autem multis in locis evidentiâ desideratur, Ubi tamen præcise erratum sit non facile detegitur. Quidquid sit, ex solutione Auctoris manifestè contradictorium sequitur. Nam pag. 265, ubi applicat solutionem generalem ad circulum, invenit densitatem proportionalem tangentis longitudini TC, & velocitatem proportionalem ipsi \sqrt{BC} , quod etiam ita esse per meam solutionem invenio: sed quando habet resistantiam, esse ad gravitatem, ut OB ad circuli semidiametrum OK, hoc verum esse non potest; quod ita facile probo; cum enim vis gravitatis absoluta sit ad eam ejus partem, qua secundum tangentem curvæ urgetur mobile, (quamque NEWTONUS vim motricem vocat), ut sinus totus ad sinum inclinationis tangentis ad horizontem, hoc est, ut OC, seu OK, ad OB: esset itaque gravitas ad resistantiam, ut gravitas ad vim motricem: adeoque resistantia æqualis vi motrici, & sic quantum de velocitate per resistantiam quolibet momento amitteretur, tantundem per vim motricem resarciretur: hinc ergo velocitas foret æquabilis, & tamen dicit decrescere in ratione ipsius \sqrt{BC} ; adeoque sibi contradicit. Ego per meum solvendi modum, qui valde naturalis videtur, invenio resistantiam ad gravitatem ut 30 B ad circuli diametrum AK, ex quo sequitur resis-

(1) Vid. Opp. Tom. I. N°. LXXXVIII. pag. 502. & N°. XC. pag. 514. & seq.

1710. August. **TA. XXII.** sistentiam ad vim motricem esse ut 3 ad 2, hoc est in constan-
 ti ratione sesqui - altera ; & sic resistentia semper majori existente
 vi motrici , velocitas decrescere debet ; quod cum vera solutio-
 ne optime consistit. Cæterum generalissima mea solutio ita se ha-
 bet. Sit (*Fig. 116.*) ALK curva quæcunque data ; vocetur
 gravitas G , resistentia R , densitas D ; sit etiam abscissa (LO
 — CB) = x , applicata (OB) = y ; radius evolutæ in C = r ;
 velocitas in C = v : dico fore $v v = G r d y : d s$; $D =$
 $(G d x — v d v) : G r d y$, & $R = (G d x — v d v) : d s$.
 Nota quod per $d s$ intelligo elementum curvæ seu $\sqrt{(d x^2 + d y^2)}$.
 Hinc, data curva LCK per æquationem, ratio $d y$, $d x$, $d s$, $d v$,
 exprimetur quantitibus finitis & ordinariis ; vicissim vero deter-
 minatur curva, ex data lege densitatum. Hisce Vale & me ama.

Dabam *Basilea* ad d, 12, Augusti 1710,

Amplitudini Tuæ Devotissimum.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responsio ad præcedentem.

Promittit suam Iconem. De Physica mathematica scribenda. De POLENI machina arithmetica. De ejus in NEWTONUM Observationibus. De MARIOTTI experimento circa Colores. Varia. De NUGUETO. De sua cum STAHLIO controversia. De HARTSOEKERO.

Vir Celeberrime & Nobilissime, Fautor
Honoratissime !

MAGNÆ mihi semper voluptati sunt litteræ Tuæ ; adde 1710.
quod fructum nunquam non afferunt insignem , & non Orob.
pænitenda docent : Utinam vicem Tibi reddere possem. Sed ita
sunt res meæ , ut vix amplius cogitationem adhibere ad ea li-
ceat , quæ magna attentione indigent , ut solent Analytica & Geo-
metrica nostra.

Multa Tibi debeo , quod benevolentiz erga me Tuæ signifi-
cationem eo-usque porrigis , ut etiam icona vultus habere ex-
pectas. Etsi enim parum in ea re momenti sit , inde tamen in-
telligo , quam mihi faveas , qui animum etiam ad hæc demittis.

Serenissimus Dux ANTONIUS ULRICUS *Guelfebytanas* di-
tiones regens , jussit nuper ut pingar , & pictura Bibliothecæ ejus
Celebri inferatur ; id ubi fiet , simul tabulam exprimi curabo in
usum Tuum.

Spero *Miscellanea Berolinensia* tandem ad Te pervenisse , in
quibus maxime displicent creberrimi Typorum errores ; cætera me-
diocria sunt.

Physica more Mathematico conscripta res est magna & ex-
petenda. Initium similis operis nuper Vir doctus ex *Batavis* ad
me misit , cujus nomen nunç non succurrit , quia domo absum ,

1710.
Octob.

sed multa habet circa naturam corporis motusque, quibus minime assentior, quod etiam non diffimulavi. Interim animandi sunt ad urgendum propositum, quicunque talia moliantur, inprimisque Doctissimus SCHEUCHZERUS noster, a quo plurima egregia expecto. *Honoratus FABRIUS & Carolus RENALDINUS & Franciscus LANA*, & nuper *Johannes Christophorus STURMIUS* amplis Operibus similia egere; & licet non semper scopum sint assecuti, plerumque tamen nos aliquid docent: itaque vellem STURMII Physicam posthumi prodire.

POLENI *Patavini*, Viri, ut apparet, docti ingeniosique, libellus ad me pervenit. Sed Machina ejus Arithmetica plurimum differt a mea: nam, ut video, ex ipsius structura, si 365 multiplicare velis per 24, & initio quidem per 4, tunc multiplicabitur per 4 primum 3, deinde 6, tandem 3. sed apud me 365 simul multiplicatur per 4. Imo si adesset 19847365, totum hoc simul per 4 multiplicaretur, ita numerus magnus & parvus, eodem tempore per notam datam multiplicantur. Atque hinc etiam credo Dnus. POLBENUS Machinam non-nisi ad tres notas produxit.

Gratias ago multiplices, quod Tuas ad *Newtonianum* Opus, sane inigne, animadversiones mecum communicasti; optarem Tibi totum examinare vacaret, quod nec ipsi ingratum futurum scio. In corpore tam pulchro,

non ego paucis
Offendar maculis, quas aut incuria fudit,
Aut humana parum cavit natura:

Scis inter ipsum & MARIOTTUM controversiam fuisse circa rem facti. NEWTONUS negat radium per refractionem coloratum rursus nova refractione colorem mutare. Nam in refractione separationem radiorum primitivorum fieri putat. MARIOTTUS in *Tentamine de coloribus* (1) contrarium se expertum ait; &

(1) *Traité sur les Couleurs* Part. I. pag. 226, 228. Ed. 1717. Leyde. 4°.

& alii ex Academia *Parisiensi* Regia observationibus ejus affuere. 1710.
 Vix tamen ausim credere NEWTONUM hic labi, in re tam ca- Octob.
 pitali, & quam tanto studio excussit. Interim apud *Parisienses* refu-
 mi experimenta suaseram. Sed respondit FONTENELLIUS, ha-
 bere quemque quod agat; quasi aliquid utilius agere possint,
 quam quo principia maximi momenti constituentur. *Berolini*
 Dnum ANGICOURTIUM *Galum*, Virum ingeniosum & bene
 animatum, hortatus sum, ut experimenta instituat, quibus res
 fieri extra dubitationem magis magisque collocetur (1).

Diu est quod Dnus HERMANNUS ad me non scripsit; sed
 & Dnus BURNETUS ex *Batavis*, neque ad me, neque, quan-
 tum intelligo, ad alios amicos, quos *Han. vera* habuit, litteras
 dedit; quod negotiis ejus tribuere malo quam oblivioni nostrum.

Regina Hispaniæ per ministrum status *Welfebytanum* Dnum
 de IM-HOF mihi significari jussit; affuisse Dnum FARDEL-
 LAM, & litteras etiam a me attulisse, & commendationis nos-
 træ rationem habitum iri. Plura de ipso ignoro, neque enim
 ipse nobis ex *Hispania* scripsit, sed fortasse Dnus HERMAN-
 NUS plura intellexerit. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Guelfebyti* 15. Octobris 1710.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Hac ætate *Hanovera* transit *Gallus* quidam Dnus
 NUGUET, ut se appellabat. Is se ferebat authorem novi expe-
 rimenti circa Phosphorum mercurialem *Parisiis* a se ostensi. Ex-
 ponere id promiserat, sed ad me non rediit. Facile, opinor,
 quid rei sit *Parisiis* intelliges. Nescio an videris scripta medica
Georgii Ernesti STAHLII Professoris *Hallensis*, qui quamdam,
 suo more, Philosophiæ & Medicinæ reformationem molitur,
 mirasque habet sententias de anima, & contra Philosophiam me-

G g 2

cha.

(1) *Id per innumera, dehincque instituta Experimenta, nunc indubium est.*

1710.
Octob.

chanicam, negans spiritus animales, spernens utilitatem Anatomiae exquisitoris, aliaque Paradoxa defendens, & tamen applausores invenit. Nobilis quidam Vir, mihi & ipsi amicus, cum coram a me intellexisset mihi has sententias non placere; effecit ut quaedam aannotata mitterem, quibus Dnus STAHLIUS non sine supercilio respondit. In eo sum ut replicem. Omnia Tibi aliquando occasione data mittam, qui & ipse medicus es, & iudicium tuum exquiram. Interea rogo, ut *Stabliana* inspicias, praesertim Theoriam ejus medicam (1) nuper editam, si apud vos inveniuntur. Dnus HARTSOEKERUS a me objectiones in suas conjecturas petiit. Dedi pauculas, quas inseruit, [me recte non nominato], & refutavit in suis declarationibus, [*Eclaircissement* (2)].

(1) G. Er. STAHLII *Negotium Otiosum, seu Sciamuchia adversus positiones Theoriae Medicae verae a Viro quodam Celeb. intentata*, &c. Halæ 4°. 1720.

(2) *Eclaircissement sur les conjectures Physiques* Amst. 1710. 4°.

EPISTOLA CLXXXI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

Gratias agit pro Icone promissa. De Miscellaneis Berolinensibus. De ceruleo Berolinensi. De Physica mathematica scribenda. Observationes alie in NEWTONI Principia. De MARIOTTI experimento circa Colores. De NUGUETO & STAHLIO.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime!

SI quid voluptatis & fructus ex litteris meis percipis, ut quidem dicis, habeo certe de quo mihi gratuler; ita enim scopulum meum egregie consecutus mihi videor; Orbi scilicet erudito, Tibique præsertim, qui meritis Tuis in eo præ cæteris emines, aliquid gratum & utile præstare in summis votis semper habui. Iniquus autem essem si a Te, hac qua es ætate, exigerem quæ magnâ attentione indigent, ut solent Analytica & Geometrica, post tot exantlatos labores, quibus universam Rem litterariam æternum Tibi devinxisti. Scio, & in me ipso expertus novi, quantum fervor ille & pertinax indagandi studium cum annis juvenilibus paulatim abeat & languescat. Matrescit animi vigor, in corpore debili & longis infirmitatibus attrito, quam nondum 44 annum compleverim; quo fit ut nescio quæ gravis inertia artus meos infestet, & hinc animum quasi suffocet, pristina alacritate privatum.

Mirifice me delectabis, & pro insigni benevolentia signo habebo, si vultus Tui imaginem, ut polliceris, mihi transmittere dignaberis, hac quidem tabula, cum aliis Virorum Illustrum iconibus, Musæum meum exornare constitui: Paucis ante diebus, accepi in hunc finem *Parisii* pictas effigies BIGNONII,

1710. MALEBRANCHII, & VARIGNONII, sed HOSPITALII.
Decem. ejusque Uxor, foemina in Mathematicis non parum doctæ. Icones cum aliis dudum habeo, NEWTONI quoque, si poterō, mihi comparabo.

Accepi demum nudius tertius, *Miscellanea Berolinensia*, mis-
su Cl. JABLONSKI; cui, quæso, data occasione, gratias meo
nomine referas, cum cultu meo officiosissimo. Perlustravi, quam-
vis hucusque obiter; multa inveni elegantia & minime spernen-
da: facile quidem suspicor Tibi hujus libri curam incubuisse:
Dedicatio & Præfatio, quas a Te profectas credo, quantum
quidem intelligo, sunt elegantissimæ latinæ; stilus planus &
facilis, sed simul tersus & castus, uniformis & simplex, & ta-
men sublimis, video Te selectiora tantum edere voluisse. Pluri-
ma de Tuis interspersa observo, utilia sane & curiosa; placet
historia de Phosphoro *Brandiano* (1), antea non satis mihi cog-
nita. Quod ea occasione, Phosphori mei mercurialis tam hono-
rificam mentionem injicere voluisti (2), maximas ago gratias.
Quæ de symbolismo calculi algebraïci & infinitesimalis, in
comparatione potentiarum & differentiarum habes (3), nondum
exhauriunt omnia quæ ante hos quindecim annos inter nos fue-
runt agitata. Forte oblitus es temporis longinquitate, quod
tunc elicuerim modum applicandi hæc, retrogrado ordine, ad
summationes perficiendas, dum scilicet d^{-1} , d^{-2} , d^{-3} , aliud
nihil est quam f^{+1} , f^{+2} , f^{+3} , &c. unde mihi regula sub-
nata est [si meminisses, nam Tecum communicavi] differentia-
lium summam, vel integrale $\int y dx$, universaliter per seriem ex-
primendi; quæ quidem eadem fuit, quam paulo ante, sed alia
diversissima via inventam, in *Actis* edideram (4): alia præterea
circa hunc symbolismum tunc notavimus, quorum in *Miscella-
neis* jam pariter non meministi; forte quod brevitati studere vo-
luisti.

(1) *Misc. Ber.* Tom. I. Part. II. N°. I. pag. 91.

(2) Pag. 98.

(3) *Ibid.* Part. III. N°. 1: pag. 160.

(4) *Vid. Epist.* X. & XI. & XII.

hūisti. Inveni in illis quoque descriptionem Machinæ tuæ arithmetice, ejusque usus, qui facilis est, & , ut dicis, infanti incul-^{1710.} Decem.
 rabilis, adeoque hoc nomine Machinæ *Polenianæ*, cujus quidem nihil vidi, multum præferenda est: sed optandum esset, ut etiam structuram internam spectandam dedisses; alioquin ab oblivione non vindicatur tua machina, contra hortatum insignium illorum quos nominas, Virorum. In serius exhibitis reperio notitiam Cæculei Berolinensis nuper inventi (1), sed similiter non dicitur, quid sit, vel ex quo pareatur: habet ita Lector curiosus notitiam sine notitia. Ad propagandas scientias & artes pro bono publico, eduntur, ut in Præfatione dicitur, hæc *Miscellanea*, & ad sua in communem utilitatem conferenda invitantur curiosi; hæc ergo in hoc libro non essent celanda, sed propalanda, ut alius ansam habeat ea ad majorem perfectionem perducendi: hoc enim pacto, non alio, in publicum redundat utilitas. Memini apud BOYLUM de coloribus me legere ex viridi æris & sale ammoniaci, per aliquod tempus in sinum sepulto, obtineri elegantissimum cæruleum: tale quid ego quoque expertus, scilicet viride æris, vel vitriolum Cypricum in pulverem contritum, & spiritu urinæ vel salis ammoniaci aspersum, exhibuit cæruleum amænissimum & purissimum, ipso ultramarino elegantius: sed color non est durabilis; quippe qui exhalante spiritu, & ipse paulatim evanescit, Tanto itaque gratior esset descriptio ipsius arcani de hoc cæruleo conficiendo, quod durable dicitur, & ultramarino decies viliori pretio parabile, præter reliquas quæ de eo prædicantur virtutes. Quod si detrectet Inventor arcanum suum mecum communicare, [quanquam a me, qui alius sum professionis, nihil damnosum sibi metuendum habet], vellem saltem scire; ubinam & quo pretio hoc cæruleum venale profet.

Qui Physicam conscribere fuscipit sine cognitione matheseos, næ is nugæ agit: multi quidem suas nobis Physicas jactant principiis geometricis superstructas; contra quæ tamen ubique peccant, & aperte monstrant se Leges mechanicas non intelligere.
 In

(1) *Ibid.* pag. 377.

1710. In horum numerum refero VILLEMOTUM *Gallum*, cui, ut
 Decemb. apparet, curta fuit suppellex in Geometricis: ejus certe Libellum de Systemate mundi (1) non magni facio. Videtur Auctor voluisse laureolam in mustaceo quærere; & Iliada conscribere post HOMERUM. De Physica posthuma Christ. STURMII nihil scivi; extat quidem ejus *Physica Electiva* (2) opus magnum in 4°, ut & alia minor in 8°. erothematice conscripta. De tertia nihil mihi constat.

Non equidem dicis, quid de animadversionibus meis super quibusdam locis Operis *Newtoniani* judices; olim examinavi totum fere opus, & plurima annotavi, quæ censuram mererentur; sed istæ notæ schedulis consignatæ, inter adversaria latitant, ex quibus recolligere difficile jam foret. Præter illa quæ nuper communicavi; ecce quædam alia, quæ alia quærenti in manus mihi inciderunt (3). Pag. 331. Auctor, aquæ de Vase dato per foramen effluentis, motum definiturus, concludit tandem, aquam effluentem motu suo sursum verso, perpendiculariter surgere ad dimidiam altitudinem aquæ foramini incumbentis; id quod est contra receptam omnium de hydraulicis scriptorum opinionem, qui volunt aquam effluentem sursum versam ad totam illam altitudinem assurgere posse, seu quod eodem recidit, aquam ea velocitate effluere, quam acquireret grave libere cadendo ex ea altitudine aquæ foramini vasis incumbentis pag. 373 (4). Hypothesis hæc, qua supponitur resistentiâ illam ex defectu lubricitatis partium fluidi, cæteris paribus, proportionalem esse velocitati, qua partes fluidi separantur ab invicem, non est verisimilis: quin potius quadrato velocitatis resistentiâ illa statuenda est proportionalis; habet enim utique rationem compositam ex ratione velocitatis, & ex ratione superficiæ asperæ æqualibus temporibus superatæ: sunt autem superficies æqualibus temporibus superatæ

ab

(1) *Nouveau Système ou nouvelle explication du mouvement des Planètes*, par Mr. Phil. VILLEMOTS de Lyon. 1707. 12°.

(2) J. Chr. STURMII *Physica electiva sive hypothesica*, Tom. I. Norimb. 1697. 4°. Tom. II. Norimb. 1722. 4°. Vid. *Epiſt. seq.*

(3) Vid. Joh. BERNOULLI *Opp.* Tom. II. N°. XCIX. pag. 208.

(4) Vid. *Opp.* Tom. III. N°. CXXXVIII. Art. 16. & *seq.* p. 143. & *seq.*

ab æqualibus figuris ut ipsæ figurarum velocitates, quas uniformes suppono; unde oritur ratio resistentiarum in ratione duplicata velocitatum. Pag. 374. *unde cum impressiones sunt &c.* duplex hic latet error; primo enim, impressiones qua orbis se mutuo per frictionem impellunt, non sunt utique, [ut autor supponit] in sola ratione virium resistentium, sed simul etiam earundem distantiarum a centro orbium, per naturam vectis, in quo virium momenta crescunt in ratione distantiarum ab hypomochlio, & in rotis, vel orbibus in ratione radiorum: Deinde, vires resistentiarum non tantum sunt ut contiguæ superficies, & harum translationes ab invicem simpliciter sumtæ, sed ut contiguæ superficies, & [quemadmodum supra ad auctoris hypothesein annotavi] harum translationum, hoc est, velocitatum relativarum, quibus orbis a se invicem separantur, quadrata. Interim, quod mirabile hic accidit, duo hi errores se mutuo restituunt, faciuntque ut tempora periodica se habeant sicuti in propositione asseritur. Sed pag. 376, ubi eisdem errores commisit Auctor, hi jam se mutuo non compensant, adeoque abludit a vera ratione temporum periodicorum partium fluidi in vortice infinito, per globum aliquem circa axem suum moventem agitato. Invenit enim hæc tempora periodica in ratione quadrata distantiarum à centro sphaeræ: Ego vero in ratione sesquuplicata earundem, prorsus conformiter phænomenis Planetarum & satellitum, & ita vortices *Cartesianos*, contra opinionem auctoris, qui falso suo Theoremati innixus eos convellere conatur, pag. 381. & 382, mirifice astruuntur & confirmantur: de quo multum sine dubio gloriatus fuisset CARTESIUS, si sesquiplicatam illam rationem temporum periodicorum, quæ per observationes Planetis competunt potuisset demonstrare partibus fluidi vorticis ab attritu se mutuo impellentibus identidem necessario inesse: quod certe adversus NEWTONUM serio ad animum revocari meretur a *Cartesianis*, si vortices suos, [quos ille ideo tantum explodit, quasi nimirum phænomenis non responderent] ab impacta incongruentia vindicare velint. Pag. 422. Videtur hic minus recte supponi canalem

1710.
Decem.

cylindricum, cum præstet adhiberi conicum verticem in centro Terræ habentem. Plura nunc non suppetunt.

Quod attinet ad radium coloratum, de eo quod nempe nova refractione colorem non mutet; NEWTONO plene assentior; habeo in eam rem proprias observationes, jam olim institutas, quas Tecum communicarem, nisi nimium excrescerent litteræ; & quidem puto me posse ostendere, in quo MARIOTTUS, qui contrarium asseruit, deceptus fuerit; sumendo scilicet [quod observanti facile contingere potest, nisi cautissime procedat,] radium alium pro eo quem mutati coloris credidit.

Miror audaciam *Galli* illius NUGUETI nugatoris, qui se Autorem Phosphori mercurialis apud Te jactare non erubuit: hujus nomen ne fando quidem audivi; scripsi nuper VARIGNONIO, ut me doceret quid hominis sit iste: non capio autem quid intelligas, quando dicis Te facile opinari quid rei sit.

Mira mihi narras de Paradoxo STAHLII Professoris *Hallensis*; ejus quidem scripta nondum vidi, sed quanquam hujusmodi nugæ legere non valde gestiam, gratum tamen erit Tua, quæ ipsi reposuisti, inspicere, de quibus libenter judicium meum communicabo. BAGLIVI Medicus *Italus* negat pariter spiritus animales concurrere ad motum musculorum, quos certa quadam crispatione contrahi putat, in simili opinione fuit STENO. Vale & Fave.

Basilea 10. Decembris 1710.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA

EPISTOLA CLXXXII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

De Miscellaneis Berolinensibus. De VILLEMOTO & STURMIO.
De *resistentia ex defectu lubricitatis*. De STAHLIO &
HERMANNO, & HARTSOEKERO.

Vir Celeberrime & Nobilissime, Fautor
Honoratissime!

GAUDEO Tibi non plane displicuisse *Miscellanea Berolinensia*; mihi in iis maxime displicet multitudo erratorum typographicorum, cætera pleraque tolerabilia sunt. Quod si multa inessent Tuis similia, facile hæc nostra *Parifinis Londinensibus* que certarent. Nunc vero, ut in aurem dicam, pauci sunt *Berolini*, qui aut possint aut velint aliquid præstare dignum memoratu. Itaque mihi hoc, quicquid est, vix precibus, objurgationibusque extundere licuit, ut tandem aliquod specimen extaret, & ut sic dicam, obligatio continuandi imponeretur.

Symbolismum calculi algebraïci & infinitesimalis dare volui simpliciter; de cætero memini inter nos de eo agi, & Te usum aliquem ad Theorema illud suppeditare, ubi summa per differentias omnium graduum colligitur; quod non Tu solummodo alia plane via habueras, sed & ego multos ante annos adhuc diversa, ductaque ex solis proprietatibus numerorum, quam & Tecum communicare memini, cum mihi Theorema primum a Te repertum significasses (1).

Constructio machinæ meæ arithmeticæ paucis describi non poterat; conservari autem poterit non tantum tali descriptione,

h h 2

sed

(1) Vid. Epist. X, XI, XII.

1711.
Febr.

sed & actu ipso. Habeo enim elaboratam, etsi ab artifice non optimo, unde id ago ut perfecte elaboretur.

Cærulei Berolinensis curabo aliquid ad te transmitti. Notitia data est τῆ ὄρι, sed non τῆ δόρι; neque enim in meo arbitrio est extorquere ab hominibus, quæ illi tanquam arcana vindicant. sed & Iconis meminero.

Ego quoque VILLEMOTI libellum non magnifacio, in quo nec umbram demonstrationis invenire potui. Et miratus sum Dnum FONTENELLAM, istas esse aliquid, putasse, nugas.

Per STURMII Physicam posthumam intellexi continuationem Operis Physici majoris (1), quod cœpit, sed quod morte ejus abruptum fuit. Aiunt tamen in Schedis repertum esse sic satis promotum, atque adeo dignum esset ut edatur, quia diligens certe est in colligendis & dijudicandis iis quæ profundam meditationem non postulant.

Optandum, est, ut Tua ad *Newtonianum* Opus monita colligantur in unum, & ipsi illi egregio Viro privatim mittantur, vel ad emendanda vel ad explicanda sua. Quod ad resistantiam attinet ex defectu lubricitatis ortam, seposito fluido, concipiamus globulum in tapete aliquo ferri. Patet amissas in globulo vires esse æstimandas numero exiguorum pilorum elasticorum, quos flectere globum oporteat, ducto in vim unicuique horum pilorum impensam. Idque pendere a longitudine itineris, itaque celeritates amissæ sunt longitudinibus percursis proportionales. Sit velocitas integra g , residua v , erit amissa $g - v$; sit longitudo percursa l , erunt $g - v$, ut l ; ergo $-dv$ ut dl ; sed dl ; sunt ut $v dt$, ergo fit $-dv$ ut $v dt$, seu æqualibus sumtis temporum elementis, sunt diminutiones velocitatum in quovis momento velocitatibus ipsis proportionales. Idem est si globo, qui in medio fertur, tribuas asperitatem, nam asperitates sunt colliculi elastici, qui radendo medium non-nihil deprimuntur & resurgunt. Et si fluido tenacitatem aliquam tribuas, res eodem redit, concipi enim potest, quoties mobile a contactu partis fluidi se liberat, toties abrumpere fila viscosa, quibus retinebatur.

Porro

(1) Vid. Epist. præc.

Porro si, omiffa tenacitate, folam confideres in medio refisten-^{1711.}
tiam quæ oritur ex mole, dum, verbi gratia, globus in fluido.^{Febr.}
motus partem fluidi loco pellere cogitur; itidem constat, licet
ex alio principio, diminutiones celeritatum æqualibus temporum
elementis effe celeritatibus proportionales. Hinc cum globus tor-
mento emiffus tranfit per aërem, reperi olim, quodcunque ad-
hibeas genus refiftentiæ, five a mole aëris, five ab afperitate glo-
bi & aëris tenacitate, femper tamen imminutionem celeritatis,
quam quovis momento fentit globus, effe proportionalem celeri-
tati ejus refiduæ. Sed hæc a Te optime dijudicari poterunt,
qui etiam docebis, quatenus Tuis, *Newtonianifve* confentiant.

Mihi quoque vifum eft NEWTONI Experimentis circa co-
lores, quippe per tot annos crebro repetitis, magis effe, fidendum;
etfi LA HIRIUS MARIOTTO [Viro equidem non fpernendæ
diligentiæ] testimonium perhibeat.

Facile affentiar STENONIO, nervos agere per crifpationem
quamdam; fed illa ipfa crifpatio, ni fallor, nifi per fluidum com-
means explicari non poteft, uti funes aqua, crines calore con-
trahuntur.

Videbo an & quid ad replicam meam duplicaturus fit STAHLIUS;
& faxo, ut cuncta Tibi communicentur, ubi defcripta
fuerint. Sed interim defidero, ut quæ ejus ad vos forte perve-
nere, infpicere pollis, inprimis juftum Opus Phyfiologicum. Nam
extera fere Differtationibus Academicis, magno numero ab eo
editis, continentur. Modus ejus fcribendi eft paulo perplexior.

Diu eft quod nihil a Dno HERMANNO noftro intellexi:
Spero tamen valere eum & vigere, & ad Te fubinde crebrius
fcribere quam ad me remotiorem. Scripferat mihi olim *de Flui-
dorum motu* aliquid fe meditari (1), quæ materia fatis eft ele-
gans; Catenariam quoque, velariam, & fimilia etiam, ubi ad
differentias differentiarum descendendum eft, velle fe demon-
trare ad Veterum morem; quia is modus fcribendi ab *Italis*
magis intelligitur. Hoc confilium non eft fpernendum; etfi enim
nobis id agere non vacet, lubentiffime tamen alios hunc laborem

H h 3

fibi

• (1) Vid. Epift. CLXXVII.

1711.
Febr.

sibi fumere patiemur. Sperabam tale a LA HIRIO, sed ille spem meam destituit, & in Opere de Epicycloïdalibus revera infinitesimales adhibet inter demonstrandum, etsi hoc dissimulet.

Dnus BURNETUS Episcopi Filius, ex quo hinc discessit, huc non scripsit, & litteris meis, quibus ad interrogationem quamdam ejus responderam, nihil reposuit. Ut adeo ignorem quid agat, & utrum adhuc in *Batavis* versetur, an ad *Anglos* redierit.

Dnus HARTSOEKERUS objectiones quasdam meas suæ appendici conjecturarum [*suites des conjectures Physiques* (1)] cum responsionibus inferuit. Sed obiter tantum minuta quædam tetigeram circa salia, circa mineralia, &c. Nunc cum a me intellexisset, mihi atomos perfecte duras, & primum elementum perfectæ fluiditatis non probari, expressit a me rationes judicii mei, scripsit ei, mihi rationem duritiei, ut omnia corporea, videri explicandam per causam mechanicam nempe per motum conspirantem, qui per separationem turbetur, quam etiam Tuam esse sententiam aliquando intellexi (2). Ille in responsione fingit se non intelligere quid monstri sit motus conspirans, & dubitare an non coincidat cum quiete *Cartesiana*. Dixeram, si durities sit qualitas quædam occulta primitiva, non posse explicari nisi per miraculum. Itaque necesse esse ut explicari possit per Mechanismum. Ille negat meum principium, quod omnia corporea mechanice sint explicanda: prima enim illa pendere a voluntate Dei. Quasi voluntas Dei non nitatur rationibus sumtis ex natura subjecti, aut quasi Deus aliquam actionem producens in corporibus, non producat per modos naturæ eorum congruentes. Sed & multa alia promit, per quæ apparet in primis philosophandi principiis haud parum ab ipso aberrari, quanquam
id

(1) *Vid.* Memoires de Trevoux 1712. Mars & Avril. & Journal des Sav. Ed. Holl. Dec. 1712. & Janv. 1713.

(2) *Vid.* Epist. LV. & LVI.

LEIBNITII ET BERNOULLII, EPIST. CLXXXIII. 247
id ei sit cum multis aliis commune. Quod superest, Vale &
Fave.

Dabam *Hanovera* 10. Februar. 1711.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CLXXXIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

De HARTSOEKERI *caillationibus*. De HOTTINGERI
adversus COPERNICUM disputatione.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honora-
tissime!

QUAS ad Te dedi, 10 Decembris anni proxime elapsi, Ti- 1711.
bi traditas esse spero; ad eas itaque me refero. Hæc au- Febr.
tem nunc scribere volui, ut *Hermannianas*, quas ecce, nuper
ad me missas, aliqua mea Epistola comitarer, adjecto quoque
excerpto ex litteris Dni HERMANNI ad me datis; ex quo vi-
debis ineptam HARTSOEKERI arrogantiam in suggillandis nos-
tris inventis. Si bilem suam in me tantum & in Phosphorum meum ef-
fundisset, possem forte propriam injuriam concoquere, crederemque
me ipsi alicubi, quamvis inscium, offensæ occasionem dedisse.
Sed quid censes, quod egregios Viros, imo Te ipsum, & NEW-
TONUM tam indigne tractaverit? Ferendum non est hominem mo-
dice doctum, sine Mathesi, & sine ulla profundiore notitia, cui
nihil est præter mediocrem vulgaris Physicæ notitiam, & in vi-
tris poliendis aliquantillam peritiam, tam contumeliose loqui,
non dico de me, sed de Viris istis egregiis, & de re mathe-
matica

1711.
Febr.

matica tam præclare meritis & in dies merentibus. Quid absurdius simul & acerbius ab eo dici potuisset, quam NEWTONI librum [Opus certe omni laude majus] continere meras nugas, minus valentes quam Veterum qualitates occultas: Item duodecos quosdam Mathematicos [in quibus Te sine dubio complectitur] congressos esse, & iniisse speciem quamdam societatis, vel commercii Encomiastici, quo se laudibus & elogiis mutuis cumulent & obruant, aliosque imperitiores, ne ignorantes videantur, in similem Elogiorum cantilenam pertrahant, ut Orbis eruditus saltem putet eos quoque initiatos esse in istis mysteriis. . . .

Quod vero attinet ad Phosphori mei inventionem, quam adscribit PICARDO, nimis quantum invidiam suam prodit, sed Clar. HERMANNUS. ut ex hoc excerpto patebit, meam fecit Apologiam, quam vellem in aliquo *Diario*, vel in *Actis* publicari, ut obtrectatori os obtureretur. Quid enim aliud est quam obtrectatio, hominibus ingerere, quasi essem plagiarius, & observationem *Picardianam* mihi attribuissem, suppresso ejus nomine; cum tamen eum diserte nominaverim, dixerimque observationem *Picardianam* mihi occasionem dumtaxat suppeditasse ad ejus Phænomeni, fortuito casu detecti, causam investigandam, omnia Barometra postea luminosa reddenda, & tandem Phosphorum portatilem perpetuum inde conficiendum: hæc autem, in quibus inventum meum consistere facio. silentio præteriiit. Interim Tibi judicandum relinquo, an-non & Tua res hic versetur, dum sententiam Tuam, mihi perhonorificam, in nuperis *Miscellaneis Berolinensibus* de hoc Phosphoro latam, severus noster Aristarchus evertit, & ita Tibi mali laudatoris notam tacite inurit. Hoc unum adhuc addo, quod simile non inepte huc quadrat, nempe si Insulæ Americanæ a COLUMBO primitus, & quidem ex deliberato consilio detectæ, non tamen impediunt quominus postea *Americus VESPUTIUS* Terræ continentis detectionem, sui nominis appellatione, sibi vindicaret; quidni majori jure mihi debetur Phosphori mercurialis inventum, quamquam ex fortuita PICARDI observatione deductum? Re enim compa-

comparative sumpta, major videtur progressus a lumine casuali ^{1711.} ~~Febr.~~
 PICARDI, ad universalem Phosphorum mercurialem parandi ar-
 tem a priori inventam, quam, si parva magnis componere fas est,
 ab Insulis COLUMBI, non casu sed de industria detectis, ad
 Terram continentem AMERICI.

Intelligo Te in commercio litterario esse cum *Salomone* HOT-
 TINGERO medico *Tigurino*. Scire autem Te velim, cum, ex
 occasione alicujus Disputationis hic habitæ de Mundo (ubi Author
Copernicanismum adstruens, ex *Cosmotheoro* HUGENII Plane-
 tis incolas adscribit) eam, inquam, nempe HOTTINGERUM
 conscripsisse nuper ad refutationem illius aliam Disputationem sub
 titulo *Libri Naturæ ex Psalmo XIX* &c. in qua *Copernica-*
nismum convellere volens, eum sacre scripturæ adversari conten-
 dit: argumenta autem quibus utitur sunt ut facile con-
 jicies, talia quæ dudum sunt obsoleta & explosa. Cæterum
 bonus HOTTINGERUS de rebus Astronomicis differens, tam
 inconcinne & fere pueriliter loquitur, ut facile pateat, eum non
 intelligere Elementa Sphærica; imo nequidem terminos artis cal-
 lere: Sic passim confundit Æquatorem cum Meridiano, Eclip-
 ticam cum Æquatore, & solem dicit cognominari ab Astronomis
 lineam Eclipticam, & hujus farinae plura Quod superest.
 Vale, vir Amplissime, & favere perge.

Basilea 28. Februar.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXXXIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responsio ad præcedentem.

De Societate Berolinensi. De HARTZOEKERO, & HOTTINGERO
De REGINALDI Analyfi demonstrata.

Vir Nobilissime & Celeberrime, Fautor & Amice
Honoratissime!

NOVISSIMAS meas Tibi recte redditas spero. Interea alias
a Te gratissimas cum inclusis Hermannianis, hic loci, id
est *Berolini* accepi. Postquam enim Rex Societatem scientiarum
nuper, proximo post anniversarium Coronationis die, sollemniter
inaugurari curavit, statisque vicibus congressus haberi jussit, huc
excurrendum mihi putavi, ut conferrem aliquid ad ejus vigorem.
Sed, ut facile intelligis, defunt nobis in his oris, a quibus ali-
quid magnopere expectes: inprimis Botanici, Anatomici, Chy-
mici, a quibus aliquid singulare præstetur. Non est tamen sper-
nenda detectio novi Cærulei, cujus specimen mitto. Color me-
liorem in ipso usu se exhibet quam primo aspectu apparet. Ma-
thesis profundior in his oris adhuc propemodum ignoratur. Sed
cum Dominus STURMIUS *Jobannis Christophori Filius*, hacte-
nus *Francofurti ad Oderam* Professor, statione illa deserta offi-
cium Architecti apud Ducem *Megalopolitanum* in se receperit,
me & amicis monentibus, de HERMANNO nostro acciando cogi-
tatur; eumque in finem & a WOLFIO & a me ad ipsum da-
tæ sunt litteræ.

Dnus HARTSOEKERUS in aliis taxandis paulo est liberior,
& licet me non nominaverit, facile tamen intelligo, me ejus acu-
leis

1771.
Mart.

leis tactum fuisse. Cæterum meas quasdam objectiones desideravit, eisque in sua Conjecturarum illustratione, licet me non nominat, respondit. 1711. Mart.

Si vindicare tuum voles Phosphorum, ut scribis, de quo illum præcipitantius judicasse manifestum est; putem convenientissime id fieri posse in ipsis *Novellis Reipublicæ litterariæ*, ubi aculei in Te sunt recensiti. (1) Sed majus præterea operæ pretium foret, si conjecturas ejus Physicas aliquando per otium percurreres, & animadversiones in eas dares: Inde enim utilitas non spernenda nobis accederet. Ea maxime profutura & Te digna ratio foret ulciscendi Virum, non tam verbis quam rebus ipsis. Et video multos ipsa scriptoris audacia capi, qui de rebus abstrusissimis tanquam compertis pronuntiat, ut ex ipso Naturæ sacratio, concilioque Deorum recens egressus videatur.

Cum Dno. *Salomone HOTTINGERO Tigurino* Medico nullum mihi litterarum commercium est. Eum olim apud nos transeuntem videre memini. Serus admodum venit, quisquis hodie in *COPERNICUM* scribit. Inaudiveram aliquid de *Tigurina* in eum tempestate, sed Theologum aliquem severiorem & sacris naturæ non initiatum eam excitasse credebam; de Medico nihil Tale suspicatus fuisset. Ego magis venia quam ira dignos censeo, qui hic bono animo peccant, sed non bono judicio. Doctissimo *SCHUCHZERO* de tali judicio conquerenti in eisdem sensus scribo.

R. P. *REYNEAU* *Analysin* (2) nunc demum Berolini vidi apud amicum, & agnosco in ea multa esse non spernenda, tum ab auctore considerata, tum ex optimis scriptoribus sumta, quos vellem ubique indicasset. Quanquam erga Te, meque, & alios etiam optime se se gesserit, & labores nostros commendaverit, vellem

(1) 1710. Jun. pag. 619.

(2) *Analyse démontrée*. Paris. 1708. 4°. 2. Vol.

tamen generaliter fontes indicari. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Berolini* Martii 1711.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Id ago ut *Miscellaneorum* voluminis novi materia colligatur, & rogo ut aliquid conferas, HERMANNUM que in idem invites.

EPISTOLA CXXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad Epist. CLXXXII & præcedentem.

De *Miscellaneis Berolinensibus*. De STURMIO, & SCHEUCZERO. De *resistentia ex defectu lubricitatis*. De *motu musculorum*. De HERMANNO, LAHIRIO, & HARTZOEKERO. De *Professoribus Francofurtanis & Patavinis*. De P. REGINALDI *Analyfi demonstrata*.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

1711.
April.

POSTRIDIE quam nuperas meas cum *Hermannianis* ad Te dimisi, accepi gratissimas tuas die 10^o. Februar: datas. *Miscellanea Berolinensia* Tua instigatione prodiisse nullus dubitavi, ea de re Tibi non parum devinctus est Orbis eruditus; eoque magis quod ut dicis, obligatio continuandi jam imposita est. Multa certe in hoc primo Tomo, interque ea Tua imprimis, quibus mea nollem accenferi, publica luce dignissima deprehendi, & ideo *Parifinis*, *Londinensibusve* nihilo inferiora. Cæte-

rum

rum multitudo sphalmatum typographicorum, prout recte mones, non nihil deturpat hoc Opus.†

1711.
April.

Cæruleum *Berolinense*, quod promittis, grata mente accipiam: ubi obtinuerō, conabor id propius examinare, & in ipsum, si pote, arcanum penetrare.

Icon Tua, quam expectare facis, utinam cito! me supra modum beabit, quod officii genus omni, & quo ipse iusseris, pacto demereri studebo.

De STURMII Physica posthuma edenda adhuc nihil audi- vi, foret haud dubie digna quæ ederetur (1). Tecum omnino sentio fuisse Virum diligentissimum in colligendis quæ profundam meditationem non postulant, cui etiam satis iudicii fuit in discernendis bonis a malis, quamvis eum non semel paralogizantem deprehenderim; exempli gratia, in reddendis rationibus vectis homodromi & heterodromi; item phænomenorum Cameræ obscuræ, vel Lanternæ magicæ. De reliquo nesciverim hodie quemquam qui suppleat iacturam STURMII, nisi is sit SCHEUCHZERUS noster senior, Vir sane, etsi a propriis inventis non valde clarus, miræ tamen sedulitatis & indefessi laboris in confcribendis observationibus, tam a se in itineribus suis de industria institutis, quam ab aliis factis; item in componendis libris circa varia objecta, sicuti qui hactenus ab eo editi sunt abunde testantur: Et nuper admodum ejus *Physica Germanica* altera vice re- cusa, cujus Tomus primus Tibi & mihi dedicatus est, alter vero SCHROCKIO Naturæ curiosorum Præsidi, & ZWINGERO nos- trati: non vero dubito quin Auctor ipse hoc Tibi jam significa- verit, simul & librum transmiserit. Sicubi pro ipso statio se of- fetet, minus commode enim in Patria vivit, opus sane laude dignum, si quid sapio, faceres, si eam illi procurares.

Quædam ex notatis meis ad *Opus Newtonianum* intermis- cui nuper scripto meo, continente solutionem Problematis in- versi virium centripetarum (2), & cum Academia *Parisiensi* com- muni-

Ii 3

muni-

(1) *Edita est Norimb. A. 1722. in 4. Vid. Epist. CLXX XI. CLXXXII.*

(2) *Vid. Opp. Tom. I. N. LXXXVI. pag. 470.*

1711.
April.

municando, quoniam ita occasio ferebat, sed Dnus. VARI-
NONIUS, cui schediasma miseram, delevit illa, subtimens sci-
licet ne NEWTONUS censuram, licet amicam, iniquius laturus
esset.

Quæ de resistentia ex defectu lubricitatis habes, videntur festi-
nantè scripta, neque ea qua opus est attentione adhibita; imo
si mentem Tuam rite capio, destruunt quæ, ante complures an-
nos, cum de æstimatione virium ageretur inter nos, in ipsismet
Tuis litteris ad me scripsisti. ut mox videbis. *Concipiamus*, in-
quis, in litteris Tuis novissimis, *globulum in tapete aliquo ferri*;
patet amissas a globulo vires esse existimandas num. ro exi-
guorum pilorum elasticorum, quos flectere globum oporteat, dis-
to in vim unicuique horum pilorum impensam, idque pendere a
longitudine itineri. Hæc quidem verissima sunt, sed nescio quo-
modo cohæreat quod subdis; itaque *celeritates amissæ sunt lon-*
gitudinibus percursis proportionales. Videtur potius concludi de-
buisse vires amissas esse longitudinibus percursis proportionales:
nosti autem vires utique non esse ut celeritates. Vel si mavis
celeritates amissas considerare, dicendum fuisset, *quod eodem*
recidit, celeritates amissæ sunt temporibus impensis proportiona-
les, sicuti videre est in ascensu gravium, quorum celeritates ea-
dem lege, Te ipso quondam asserente, decrescunt; ac globuli
per medium pilis æqualiter elasticis oblitum penetrantis; adeoque
computatio nunc aliter est instituenda, & quidem sic. Sit velo-
citas integra globuli g , residua v , celeritas amissa $g - v$: sit
tempus impensum t ; Erunt $g - v$ ut t ; ergo dv ut dt :
hinc sequitur æqualibus momentis, æquales fieri diminutiones
velocitatum, non vero, ut Tu concludis, diminutiones veloci-
tatum in quovis momento proportionales esse ipsis velocitatibus.
Olim saltem aliter ac nunc scripsisti, sic enim in litteris 29 Ju-
lii 1695 (1) habes. *Supposito (Fig. 117.) quodlibet mediæ punc-*
tum C esse uniformiter elasticum; si AC sit spatium percursum,
erit CH, potentia amissa, applicata trianguli BAP, & CE
velocitas residua, applicata parabolæ BED, cujus vertex est B.
Quod

TA. XXII.

(1) Epist. XV.

Quod si nunc consideretur resistantia, quatenus oriunda ab as-
 peritate corporis moti, vel a tenacitate fluidi; fateor idem esse, April. 1711.
 ac si solum supponatur æquabilis mediæ elasticitas; revera enim
 asperitates comparari possunt cum colliculis elasticis, qui, radendo
 medium, nonnihil deprimuntur & resurgunt; tenacitas vero
 consistit in difficultate abrumpendi fila viscosa, quoties mobile
 a contactu partis fluidi se liberat, quibus filis retinebatur. Sed
 si abstrahendo ab asperitate & tenacitate, consideremus solam re-
 sistentiam, quæ oritur ex mediæ mole removenda; dum verbi
 gratia globus, in fluido motus, partem fluidi loco pellere cogitur;
 asseris itidem constare, licet ex alio principio, diminutiones
 celeritatum æqualibus temporum elementis esse celeritatibus
 proportionales. Quodnam hic intendas principium ego non
 assequor; interim mihi videtur, in hac suppositione, aliud prin-
 cipium non esse querendum quam hoc; quod nempe resistantia
 fluidi sit in duplicata ratione velocitatis; id quod vulgo ab om-
 nibus admittitur, & singulari modo ex ipsa Tua virium æstima-
 tione demonstrari potest. Hoc igitur principio assumpto, facile
 est ostendere decremента celeritatum, æqualibus temporum ele-
 mentis, esse non ipsis celeritatibus, sed quadratis celeritatum pro-
 portionalia; ideoque etiam esse ut vires residuas. Sit enim mo-
 bile m ; spatium percursum s ; velocitas v ; vis residua f ; tem-
 pus t ; per regulam æstimandarum virium, f est ut vv , adeoque
 $—df$ ut $—vdu$; est vero per principium hic assumtum $—df$,
 hoc est imminutio virium ut $vvds$; ergo etiam [propter ds ut
 vdt] ut v^3dt , unde $—vdu$ ut v^3dt , hoc est $—du$; uu
 ut dt ; ideoque, tempusculis æqualibus, decremента velocita-
 tum $—du$, sunt ut earumdem quadrata vv . Ipsum vero prin-
 cipium, de resistantiis fluidorum quadratis velocitatum propor-
 tionalibus, si bene memini, non tantum concessisti, sed & olim
 in litteris Tuis ad me demonstrasti. Nescio itaque quomodo
 nunc dicas, *Te olim reperisse, cum globus tormento emissus
 transit per aërem, quodcunque adhibeatur genus resistantiæ, sive
 a mole aëris, sive ab asperitate globi, & aëris tenacitate, sem-
 per tamen imminutionem celeritatis, quam quovis momen:o sen-*
 iiii

1711.
April.

tit globus, esse proportionalem celeritati ejus residuae. Quantum enim ad globi asperitatem, vel aëris tenacitatem, quatenus pro uniformi elasticitate haberi possunt, ostendi imminutiones celeritatum; æqualibus tempusculis, esse etiam æquales; quantum verò ad resistantiam ex mole aëris abigenda orta, vides neque tum imminutionem momentaneam celeritatis simplici celeritati residuae, sed quadrato ejus esse proportionalem. Optarem itaque, ut hæc aliquantulum accuratius expenderes; videris enim hæc cum conscriberes, Tuam memoriam tantum consultasse.

Testimonium a LA HIRIO MARIOTTO perhibitum, circa colores, mihi valde est sublestum.
STENO statuit, non quidem nervos, sed musculos ipsos per crispationem contrahi; idque sine accessione novæ materiæ: Ego cum BORELLIO, WILLISIO, MAJORVIO, & aliis, malui dicere contractionem musculorum peragi per inflationem aliquam, ex effervescencia vel ebullitione succi spirituosii cum sanguine oriundam; sicuti id in peculiari dissertatione de motu musculorum (1) aliquando fusius explicui.

De scriptis *Stabilia is* nihil adhuc vidi; audivi tamen ab aliquo amico, qui ea ab aliquo peregrino sibi commodata obiter perlustravit, Auctorem arrogantius de se sapere, de aliis vero minus benigne sentire. De modo scribendi, idem, quod Tu, dicit; eum scilicet esse perplexum & obscurum: Interim grata erunt, quæ tecum communicanda promittis, ad litem vestram spectantia.

Quid nunc HERMANNUS noster agat, ex suismet litteris prioribus meis adjectis intellexeris. Oportet quasdam ex suis ad Te litteris periisse; sicuti enim Tu de ipsius silentio, ita & ipse de Tuo apud me queritur. Opusculum quod meditatur, sub titulo *Mechanicæ fluidorum* (2), de quo proposito diu est quod mihi scripserit, forte propediem ad umbilicum erit perductum.

De

(1) *Opp. Tom. I. N.º. XVIII. pag. 99.*

(2) *Illud tandem auctius & sub Titulo Phoronomia, sive de viribus & motibus Corporum solidorum & fluidorum, prodiit Amstel. 1716. 4.º.*

De LA HIRIO nihil boni, hanc in rem, expecto: Sunt. . . . 1711.
 April.

omnia quæ de Epicycloïdibus & de figura dentium in rotis habet, ab aliis, & imprimis à ROMERO *Dano*, expiscatum esse intellexi. Quantitates infinitesimales inter demonstrandum adhibet quidem; negat tamen hoc.

De HARTSOEKERO in præcedentibus meis. Videtur homo similis LA HIRIO, cui scilicet suum tantum placet, alienum displicet. Duritiem explicandam esse per motum conspirantem, non tantum mea est sententia, sed & studiosis meis, in Collegiis philosophicis, nunc ita inculcavi per plures annos, ut hic, & in *Batavis*, hæc opinio jam satis invaluerit. Interim quid mirum HARTSOEKERUM ἀγνοῦντες in primis philosophandi principiis aberrare.

Hucusque scripsi hanc Epistolam cum ecce postrema Tua, d. . . . Martii data, traditur mihi, ad quam, ob instantem Tabellariū abitum, multis respondere non licet; nec etiam multis opus est, cum in hac ipsa quædam contineantur quæ responsionis loco esse possunt. Dicis Te mihi mittere specimen *Berolinensis*, cærulei, sed non addis quando & qua occasione. Dubito valde, an HERMANNUS STURMIO succedere voluerit; nam, ratione salarii, pinguiori, ut puto, fortuna gaudet magis *Patavii*, quam qua gavisurus esset *Francofurti*. Quocirca, egregia foret occasio commendandi ad hanc stationem SCHEUCHZERUM nostrum; vel, si eam ipsi non satis convenire censes, commendare possem agnatum meum Nicolaum BERNOULLIUM. J. V. L. disputationis illius de *Ufu artis conjectandi*, quæ Tibi non displicuit, Auctorem; cujus ingenium in Mathematicis perspectum Tibi jam est, per inventionem Regulæ *Newtonianæ* de inveniendis quantitatum algebraicarum divisoribus, & à se amplificatæ, atque per alia quoque specimina.

Bene mones de HARTSOEKERO, cogitabo de ea re. P. REYNALDI Analysis non eo est loco apud me, quo forte speravit. Video bonum Virum suscepisse quædam supra vires, quæ

nempe non satis intellexit. Sic mera est *Mataiologia* quæ de Catenariis garrit, & de Isochronismo; similis sane GREGORIO Catenariam quondam..... solvere conanti. Reliqua quæ bona sunt in hac Analyfi, partim ex meis, sibi, cum olim in prædio *Marchionis* HOSPITALII effem, & REYNALDUS nos inviferet, cui scripta mea commodaveram, suppeditatis, partim ex aliis excipit. Hisce autem. Vale & Fave.

Basileæ 8. April. 1711.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CLXXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De HERMANNO ad Francofurtanam & Nic. BERNOULLIO ad Patavinam Professionem vocandis. De nervorum contractione, & RÖMERI morte, &c.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime !

1711.
August.

CUM Rex *Borussiae* nunc domum ex *Batavis* redeat, & cum eo Dominus *Baro* DE PRINZ Minister Regius, qui rerum Academicarum curam gerit; spero negotium Dni HERMANNI nostri perferri posse, ut *Francofurtum ad Oderam* vocetur. Dudum enim litteris scriptis non ad me tantum, sed & ad alios oblationem accepit. Et dispiciendum putem, an non ei substitui
apud

apud *Patavinos* possit Tuus ex Fratre Nepos, qui nuper ni fal- 1711.
lor, in *Gallia* egit. Id si Tibi e re videtur, communicanda August.
erunt consilia cum ipso Domino HERMANNO; & si quid con-
ferre poterò, faciam lubens, datis, si vobis videbitur, litteris ad
Inclytum Virum *Bernardum* TREVISANUM, quem ob nobi-
litem & Doctrinam apud Curatores Academiæ aliquid posse non
dubito. Sed vellem non præcipitari discessum Dni HERMAN-
NI, &, si fieri commode possit, annos ei præstitutos absolvi;
ita enim discedet optima Reipublicæ gratia, erique in commen-
dando validior. Et puto non multum abesse eum a meta, & fa-
cile fieri posse, ut aliquod adhuc temporis spatium effluat ante-
quam *Francofurtanum* negotium penitus conficiatur. Sed hæc
Tibi scribo, fortasse enim ipse mallet discedere maturius. Ita-
que Tu pro prudentia Tua cum eo ages. Optimum meo ju-
dicio erit, ut ipse Curatoribus significet appropinquare termi-
num temporis, in quod operam addixerit: se vero dubitare an
res domesticæ ferant ut diutius in *Italia* hæere possit: itaque
consilium suum mature aperire voluisse, ut tempestive de suc-
cessore cogitari queat: inde per occasionem ostendere poterit
esse Juvenem præclare versatum in rebus mathematicis profundio-
ribus, qui sibi sparta dignissimus videatur, & quem nominatu-
rus esset, si res in suo arbitrio foret. Eum ubi nominaverit,
non dubito, quin valitutum sit vel ipsum *Bernoullianum* nomen.
Hæc consilia mea aperire Tibi volui, quia desiderare videbaris
ut præclaro illi juveni prospiceretur. Non dubito quin futuri sint
Itali non-nihil in Analyfi nostra versati ad spartam illam *Vene-
tam* aspiraturi, si discessus Dni HERMANNI innotescat. Itaque
consultum erit, ut prematur, donec præparata sint omnia.

Mitto specimen Coloris *Berolinensis*, quem Tibi non displici-
turum puto.

Puto a me in prioribus festinatione erratum circa resistantiam
tapetis, & rectiora esse quæ olim scripsi, uti ipse probe judicas.
Oblitus eram doctrinæ meæ veteris, & nescio quomodo alia pla-
ne a me dicta constitutaque putabam.

1711.
August.

Ut pili a calore crispantur, contrahunturque, ita simile aliquid in nervoso genere ab influxu liquoris cujusdam subtilioris facile crediderim. Hoc ergo cum doctrina de spiritibus animalibus non pugnat; nec puto STENONEM spiritus animales negasse.

ROMERUM obiisse non sine dolore intellexi: ingentem ejus obitu jacturam passa est res mathematica, sed maxime Astronomia.

Scribitur mihi *Parisiis* Daum. Patrem REYNALDUM librum de Calculo moliri (1); novumve an renovatum non satis exprimitur. Prodit etiam nova editio Operis *Malebranchani de inquisitione veritatis*. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 14. Augusti 1711.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS

(1) *La Science du Calcul des Grandeurs en general*. Paris. 1714. 4°.

E P I S T O L A CLXXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responſio ad præcedentem.

De Professionibus Francofurtana & Patavina. De Cæruleo Berolinenſi, &c.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Hono-
ratiſſime!

QUÆ mihi perſcripſiſti nuper de ſtatu futurae vocationis Cla- 1711.
 riſſimi HERMANNI ad ſtationem *Francofurtanam*, ea cum Octob.
 ipſo communicavi, ſerio hortatus, ut conſilio Tuo morem ge-
 rat, neque præcipitet diſceſſum; cum præſertim aliquod tempus
 ſit effluxurum, antequam *Francofurtanum* negotium, ut di-
 cis, penitus conficiatur; eoque magis, quod terminus temporis,
 cui ſe adſtrinxit HERMANNUS, nondum expiravit. Tuam in-
 terim, quam offers operam in procuranda Agnato meo ſucceſſio-
 ne HERMANNI, acceptamus animo gratiſſimo, ſive id fiat lit-
 teris ad Inclytum Virum *Bernardum TREVISANUM* dandis, ſi-
 ve alio modo quem conducibiliorem judicaveris. Scimus enim
 commendationem Tuam fore efficaciſſimam; utpote ſine qua
 HERMANNUS ſuam Stationem *Patavinam* non obtinuiſſet,
 nec obtineret *Francofurtanam*. Dubito vero, an hanc ſit am-
 plexurus, etſi ſerio velit; vereor enim ne reluctantem habeat
 Patrem ſuum, qui ipſum in Patriam revocatum deſideraret; hac
 præſertim occaſione, qua in Academia noſtra aliquot Profeſſorum
 ſedes vacant; quanquam non adeo magna ſpes pro illo aſſulgeat.
 Quidquid autem contigerit, ut *Francofurtum* ire, vel non poſ-
 ſit, vel non velit, in omnem eventum Benevolentiae Tuæ com-
 mendatum volo Agnatum meum. Hic certe non minus feliciter
 ſpartam mathematicam exornabit, quam vel HERMANNUS, vel
 K.k 3 quif.

1711.
Octobr. quisquam alius; & qui nondum complevit annum vigesimum quintum, ubi ad maturiorem ætatem pervenerit, nullus dubito, quin *Bernoullianum* nomen (si quid valet) sit egregie tuiturus, eique augmentum non spernendum additurus.

Cæruleum Berolinense, cujus specimen misisti, pro quo debitas exsolvo gratias, videtur elegantissimum: an vero requisitam habeat durabilitatem in picturis, ubi cum aliis coloribus permiscetur, aut etiam in illuminationibus mappis Geographicis superinducendis, hoc tempus docebit. Nonnihil ejus aqua gummata dilutum, & chartæ candidæ illitum radiis solaribus exposui, visurus num quid de vivacitate sua amissurum esset; deprehendi revera aliquantulum expalluisse. Dedi quoque aliquid nostro cujdam pictori, periculum ejus facturo cum oleo; laudavit coloris elegantiam, sed putat nihil aliud esse quam Indicum arte quadam præparatum. Promisisti mihi tuam Iconem, cujus oblitus esse videris. Ego vero magno teneor desiderio: quare permittas, ut Tibi memoriam refricem: pretium Pictori solvam, vel solvi curabo lubentissime.

Gaudeo Te revocasse ea quæ in prioribus festinanter scripsisti, circa resistantiam, postquam monui ea non cohærere cum iis quæ olim ad me de eadem materia scripseras. Ita enim nunc non fiet, ut quod privatim, etiam publice Tibi excidat, in veritatis præjudicium, & in ipsorum Tuorum assertorum destructionem; nihil magis cum quærant adversarii, quam ut in nosmet ipsos vertant arma nostra, sicubi vident aliquam contradictionem ex festinatione commissam.

Clarissimus HERMANNUS scribit se aliquid parare pro secundo Tomo *Miscellaneorum Berolinensium*: ubi scivero hujus Tomi impressionem imminere, aliquid pariter & ego submittam, quod si dignum judicabitur, inferi poterit. Interim Vale & Fave.

Basilea. 3^o. 8bris 1711.

Amplitudini Tuæ Devotissimo

J. BERNOULLI

E P I S T

EPISTOLA CLXXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

De Profeſſionibus, &c. deque valetudine ſua.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

REDUX Torgavia, ubi Nuptiarum Czarigenæ ſolemnia ſpectavi, & ipſi magno *Ruſſorum* Czari collocutus ſum, Tuas inve-
ni, incluſaque ad Dominum MENCKENIUM miſi. 1711. Decemb.

Ad illuſtriſſimum virum *Bernardum* TREVISANUM non ante de re nota ſcribam, quam ubi ſimul Dnus HERMANNUS noſter animum abeundi ſuum declarabit.

Si conſtet Dnum. HERMANNUM ad *Frankofurtienſes* non iturum, ſperem de Domino Agnato tuo utiliter agi poſſe; neque enim res præcipitabitur.

Credo Dnum. HERMANNUM ab annorum præfixorum exitu non multum abeſſe. Itaque, ni fallor, poterit mentem abeundi commodo tempore declarare, ſed ita ut ſimul ſignificet terminum præfixum a ſe expectatum iri. Id enim ad bonam fidem & dignitatem pertinet, eoque facilius audiemur pro alio agentes. Omnia igitur cum illo & deinde mecum recte conſtitues; neque enim dubito quin, pro gratitudine ſua, Tibi & Tuis faveat.

Pictori, qui Iconem meam nuper paravit male ſucceſſit.

Cæruleum *Berolinenſe* ex Indico eſſe non putem.

Diu nihil intellexi de ſtudiis, præſertimque de rebus mathematicis.

1711. maticis, sed Tuo favore discere potero quid geratur. Quod su-
Decembr. preest, Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 3. Decembr. 1711.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Incipio arthritide per varias partes, nempe pedes, manus, genua vagante; nonnihil vexari. Haud quidem diu durat, & fere quindecim diebus perfungitur, & est tolerabilis; sed vereor deteriora; mala partium solidarum, maxime membranacearum, præ cæteris curatu difficilia sunt.

EPISTOLA CLXXXIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Professione Patavina. De HARTZOEKERO. De Transformatione Curvarum. De Experimentis Londini factis circa aeris resistentiam, ejusque per metallum candens transitu, atque refrangibilitate fluidorum pelucidorum. De Problemate Praga missò. De VARIGNONII Responsione ad GRANDIUM. De ipsius valetudine.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

EX quo postremas Tuas accepi, advolarunt quoque litteræ à Clarissimo HERMANNO, aliæque ex aliis locis, ex quibus quod ad studia nostra spectat Tecum jam libenter communico, etsi non magni sint momenti. Et quidem quod ad HERMANNUM attinet; ille probat consilium Tuum de non declarando animo suo abeundi, nisi paulo tantum ante terminum sibi præfixum

fixum. Et promittit se omnia tentaturum, ut successio Agnato^{1712.} meo facilitetur. Credit quosdam ex ipsis *Italis* suæ stationi vacaturæ inhiaturos; inter alios præfertim *Verzagliam* meum quondam discipulum. Dubito etiamnum, an unquam sit iturus *Francofurtum*, cum Parentis sui venia; quare si aliquando constiterit meam me non sefellisse suspicionem, operam Tuam non male collocabis in substituendo meo Agnato, qui Tibi ad ultimum vitæ halitum devinctus erit; negandum quippe non est stationem *Francofurtanam* multum esse præferendam *Patavinæ*.

Scriptit mihi HERMANNUS se Apologiam nostram suscepturum contra PARENTIUM & HARTSOEKÉRUM, sub forma Epistolæ Anonymi ad Anonymum, ut scilicet inventa tum Tua, tum *Hugeniana*, *Newtoniana*, & mea contra hos suggillatores vindicet. Guido GRANDUS Monachus, in Solutione (1) Problematis mei de transformatione curvarum eundem paralogismum commisit, quem MOIVRÆUS & CRAIGIUS, quemque hic nuper publice agnovit in *Transactionibus Anglicani*, (2) ubi simul revocavit quod contra solutionem meam genuinam per motum reptorium inventam, quam mechanicam esse prædicaverat, protrusit in lucem. Ad hanc palinodiam, quam urfi, sine dubio ægte descendit. oportet ut præterea confiteatur se igitur hoc Problema de transformandis curvis, quod ut leve quid traducebat, non solvisse, nec hodiernum solvere potuisse. ut in posterum discat cøhibere iudicium de rebus nondum satis attente examinatis.

Accepi nuper litteras a Nobil. BURNETO ex Anglia, qui, studio Theologico relicto, Juridicum amplexus est: scribit. CL. MOIVRÆUM ad prelum parare librum aliquem de Alea (3) (*sur le hazard*) qui multo latius se sit extensurus, quam liber ille Gallicus, Auctore MONTMORTIO, qui ante aliquot an-

Tom. II.

L I

nos

(1) In *Appendice II. ad quadraturam Circuli & hyperbolæ* editam *Pisa. 1710 4.*

(2) N°. 323. Vid. etiam *Job. BERNOULLI Opp. Tom. I. N°. LXXXIII. p. 452.*

(3) Constituit eximius ille libellus Num. 329. integrum *Transactionum Philosoph.*

1712.
Januar.

nos in lucem prodiit. Communicavit præterea experimenta quædam a societate *Londinensi* facta, circa descensum gravium: Globum scilicet ex argento vivo (haud dubie acalgamato (1), quod non addit) diametri $\frac{8}{10}$ pollicum, & ponderis 908 granorum, descendisse per 220 pedes anglic., quatuor minutis secundis; sed Globum vitreum diametri 1 $\frac{1}{10}$ poll. gran. 510, per eandem altitudinem descendisse 8 $\frac{1}{2}$ secund: ita ut hic, plus quam duplo majori tempore opus habuerit, quam ille; quod resistentiæ aëris, quæ majorem effectum habuit in vitrum quam in mercurium, est adscribendum. Discrepantiam autem tam sensibilem non credidiffem. Alterum experimentum erat, quod aër perflans metallum aliquod candens (forte liquefactum) ad respirationem fit inutilis: (2) Item quod refrangibilitas in diaphanis fluidis, non gravitati specificæ, sed eorum inflammabilitati proportionetur. Sed non satis capio, unde enim aqua duceret suam refrangibilitatem, siquidem inflammabilis nullo modo dici possit.

Accepi nuper sub involucro, sed sine adjectis litteris, schedam aliquam impressam sub hoc titulo *COLUMNA HERCULEA, seu Problema Pragense, Augustissimæ Romanorum Imperatori CAROLO VI. submissæ consecratum, omnibus Geometris in strenuam anni 1712 propositum.* Ipsum vero Problema, quod auctor tribus distichis concepit, est valde triviale; ut mirer ipsum non puidisse id in publicum spargere: huc enim redit. *Invenire sphaeram, cujus superficies, una cum superficie dati alicujus Cylindri recti (exclusis basibus), equalis sit superficiei globi dato Cylindro circumscripti.* Forsitan etiam ad Te exemplar aliquod missum est. Interim aliquis ex Discipulis meis solutionem suam, in simili scheda conscriptam, protinus *Pragam* remisit, sub hoc titulo: *COLUMNA Herculeæ, sine labore Herculeo superata; seu Problematis Pragensis, Augusto Romanorum Imperatori CAROLO VI. consecrati solutio, & constructio, intra minus quam*
semi-

(1) Globus erat vitreus argente vivo plenus. Vid. *Transf. Phil.* N°. 328.

(2) *Ibid.*

Semiquadrantem boreæ inventa & exhibita ab infimo Mathematico Tyrone; una cum duplici Problemate; altero longe ultra fretum Herculeum petito, & Problematistæ redbofastamenti loco, vicissim in strenam proposito. Duo autem ista Problemata ita sonant. Invenire Rbumbum, qui transeat per data duo loca, longitudine & latitudine differentia. 2.º? Determinare Rbumbum brevissimum, a loco dato ad Meridianum positione datum: Videbimus quantus vir sit Pragensis. Misisses Tibi schedam integram mei Discipuli, nisi id molestum Tibi fore metuisses. 1712. Mart.

Ecce hic schediasina, quod nudius-tertius accepi a Cl. VARIGNONIO, continens responsonem ejus ad *Guidonis GRANDI* librum, *De infinitis infinitorum*. Rogat ille, ut porro mittatur *Lipsiam*, *Actis* inferendum; (1) optatque, ut si liber *GRANDI* nondum est recensitus, ejus recensio & responsio hæc in eodem mense prodeant. Cum non dubitem Te demereri velle Cl. VARIGNONIUM, curabis ut res ad ipsius votum succedat. Meditatus sum novam & facilem rationem explorandi fluidorum gravitates specificas, ope *Pendulorum*, & longe quidem accuratius quam per vulgaria ista instrumenta (*pesse-liqueurs*) hactenus usitata; forte aliquid de ea re ad *Acta* mittam, (2) aut ad *Miscellanea Berolinensia*, si ea continuantur.

Doleo *Pictori*, qui *Iconem Tuam* paravit, male successisse; an autem ea potiundi nulla spes superest! Nullone pretio habenda? ægre intellexi, nec sine dolore Te incipere vexari *Arthritide* vaga. Species est *Podagræ*, cujus ego jam aliquot insultus habui, ex quo in *Patriam* reversus sum: nosti vero quod de ea non male ominentur *Medici*, si ea demum venit, hac qua Tu es ætate. *Summitates urticarum*, mensibus vernis collectæ, & inter duo folia chartæ exsiccatæ, a quibusdam hic summo cum fructu tanquam arcanum usurpantur, ad modum potus *Theæ*;

L I 2

certum

(1) Insertum. est A° 1712. April. pag. 154.

(2) Vid. *Act. Erud.* 1713. Febr. pag. 77. & *Mart.* pag. 155. vel *Opp. Tom. 1. N°. XC. p. 514.*

certum est urticam insigne esse diureticum : oportet autem potum istum continuare quotidie per sat longum tempus. Hisce Vale & Favere perge.

Basilea initio anni 1712.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CXC.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Professionibus Patavina & Francofurtana. De ratione inter quantitates positivas & negativas imaginaria. De Problemate Pragensi, &c.

Vir Celeberrime & Nobilissime, Fautor
Honoratissime !

1712.
Mart.

SIGNIFICO expeditam jam esse vocationem Clarissimi HERMANNI nostri ad Academiam *Francofurtanam*, sed non ideo minus poterit rem tegere *Patavii*, & moram trahere, donec terminus expirarit, atque interim præparare iter Domino *Nicolao* BERNOULLIO. Nec dubito & nominis *Bernoulliani* claritatem, & commendationem HERMANNI ipsius pondus habituram. Quod si a me aliquid conferri possit, indicabis tempus ac modum.

Antagonistæ HERMANNI ad successionem hand dubie aspiraturo oberit opinor admissus nuper error, quantum ex Clarissimo HERMANNO intellexi, & ipsa contra monitorem HERMANNUM impotens acerbitas. Chartas ille Tuas secum, ex communica-

municatione Tua, sed non & ingenium judiciumque abstulit, 1712. quod communicare cum ipso non potuisti. Fortasse e re erit Tuo Mart. ac VARIGNONII judicio errorem quem admisit damnari, ut qui rem discutere satis nequeunt ex rationibus autoritate moveantur. Fateor, si omnia paria essent, *Italum* ab *Italis* extraneo & *Helvetio*, & Religione diverso prælatum iri; sed nunc cum nondum apud eos satis radicata sit nova analysis, recte exteris utentur, donec iis indigere desinant.

Varignoniana ad GRANDII objectiones responsio in *Actis Lipsiensibus* mensè Aprili comparebit; adjeci Observatiunculam (1), notavi- que; etsi possit dici — x & similes expressiones significare nihilo minora, non tamen dari rationes nisi imaginarias, quarum antecedens aut consequens sit quantitas nihilo minor, seu rationem — x ad x , vel x ad — x esse imaginariam. Quod inter alia ex eo probo, quia huic rationi vel simili nullus respondet Logarithmus.

Quia Dnus HERMANNUS vocatus est *Francofurtum*, fortasse optimum erit, ut illuc eat *Patavino* tempore expleto; nam si recuset, vereor ne alius irrepat, nec liceat de Dno. Agnato Tuo cum fructu agere. Sed si adeat locum, facilius opinor obtineri deinde substitutio poterit.

Vereor ne in novissima Experimenta *Lindinensia* de descensu gravium error irreperit.

Pragensis ille Mathematicus, qui HERCULIS *Columnas* transisse sibi visus est, fortasse Jesuita aliquis fuerit ex numero mediocrium Geometrarum. Et vereor ne quicquam de Rhumbis intelligat.

Nescio an habeant *Lipsiæ* librum GRANDII, itaque fortasse recte illuc aliqua ejus recensio missa fuisset; sed mihi quoque non est ad manus.

Pro urticarum remedio gratias ago.

L 1 3

Spero

(1) G. G. L. *Observatio quod rationes sive proportionales non habeant locum circa quantitates nihilo minores, & de vero sensu Methodi infinitesimalis.* Act. Erud. 1712. April. p. 167.

Spero Dominum Cognatum tuum in posterum, cum mihi honorem litterarum suarum impertietur, aspersurum aliquid ex suæ eruditionis penu, quo doctior fiam. Nam hac etiam ætate disce-
re mihi dulce est. Quod superest. Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 16. Martii 1712.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

E P I S T O L A C X C L
LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Professione Patavina.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1712.
April.

LITTERAS meas nuperas acceperis, quibus significavi voca-
tionem Dni HERMANNI nostri in Academiam *Francosur-
sensem* esse expeditam. Nunc addo ipsum Dno WOLFIO Pro-
fessori *Hallensi* scripsisse, mox affore sese ad stationem capeffen-
dam. Spero tamen nihil præcipitaturum, nec ante tempus *Pa-
taviæ* abiturum, ut benevolentia Procerum *Venetorum* conserve-
tur, promissisque satisfiat, & facilius surrogatio obtineri possit.
Nam *Berolino* non usque adeo urgebitur, ut veniam maturioris disces-
sionis a *Venetis* petere necesse sit futurum. Credo meas interim
litteras ipsi redditas, & non ingratum accidisse qualecunque
consilium, ex bono animo profectum, de rebus non præcipi-
tandis, antequam digno successori via sternatur. Nec dubito Te
quoque in eundem sensum litteras ad eum dedisse, omniaque
adhuc in integro fore. Ubi ergo intellexero quo res sit loco,
quæque sit HERMANNI nostri sententia, faciam quæ e re fore
judi-

judicabit. Et si vobis ita videbitur, ad illustrem Virum *Bernardum* ^{1712.} *TREVISANUM* pro Agnato tuo scribam. Et credo April.
 pondus habebit apud ipsum aliosque intelligentes, quod novas
 Methodos nondum satis in *Italia* intelligi ex erroribus tum *Gui-*
donis *GRANDI*, qui Problema tuum male solvit, tum illius
 discipuli Tui,, intelligi potest. Itaque rec-
 tissime facient Proceres, si vocent peritum veræ Analyseos, ut
 radices meliores in *Italia* figere possit. Id quoque *HERMAN-*
NUS insinuare poterit. Alioqui vereor ne successorem accipiat
 quem minime velletis.
 Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 7. Aprilis 1712.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTO-

EPISTOLA CXCII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

De Professione Patavina, hortatur ut medicina mathesim applicet.
Varia.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1712.
Mai.

LITTERAS meas Tibi rite redditas puto; nunc significo advenisse a Clarissimo HERMANNO scriptas, quibus significat acceptatam a se vocationem responsione *Berolinum* missa; summo autem studio operam a se datum iri, ut Dominus Agnatus tuus surrogari possit. Agnoscit autem ad hoc obtinendum fore consultum, ut ante præfixi sibi apud *Patavinos* temporis exitum non discedat, quo plus gratiæ & Auctoritatis habeat sua contreranei commendatio. Sed veretur ne tanta mora sibi *Berolini* noceat; nam integrum adhuc annum superesse, in quem *Patavinis* sit obstrictus. Itaque petit ut sententiam meam rescribam. Respondeo mihi videri posse discessum bona cum *Berolinensium* gratia trahi, vel ideo quod negotium *Francofurtana* vocationis ad extremum usque in incerto fuit, non-nullis contra machinantibus. Itaque HERMANNO in ea incertitudine non licuisse prospicere rebus suis, & præparare se ad discessum, bona cum gratia Procerum *Venetorum* impetrandum, quibus utique paulum spatii dandum sit ad novam vocationem, cum ipsæ leges, quibus illuc vocatus sit, tale aliquid exigere videantur. Idque me velle in antecessum insinuare *Berolinensibus*, & ostendere pene impossibile fore HERMANNO *Francofurtanam* stationem adire hoc anno. Reliquos aliquot menses deinde ex anno sequente etiam facile indulgebunt. Quanquam etiam fortasse si confici interim mature posset Domini Agnati tui vocatio, promptior discessus alio subrogato minus difficilis futurus esset. Cæterum il-

Iud

Iud prudenter monet, Proceres *Veneios* amisso GUILLIELMI-1712, nō talem quæsituros Mathematicum, qui etiam circa curam Mai. aquarum utilis esse possit. Itaque magnum pondus habiturum, si a Domino Agnato tuo, sagacis utique ingenii Juvene, tale quid expectari possit. Quare mihi in mentem venit, recte illum facturum, si quam-primum huic negotio animum applicet, & re Tecum communicata, cui nihil in his rebus arduum est, promissidem aliquam edat in hoc, unde spem illi concipere queant, accedente ipsa harum rerum tractatione, futurum illum in eo genere utilem Reipublicæ suæ. Et sane res est per se egregia, & non minus ob subtilitatem quam ob usum, scitu digna. Si excurreret ad *Batavos*, ibique aquaria opera inspiceret, id plurimum ad commendationem facere possit. Sed hæc mea sunt cogitata, quæ Tuis summitto, profecta ex optimo animo, & vobis & Reipublicæ consulendi.

Dominum Agnatum tuum rogo ut a me salutes; is rem gratissimam faciet, si aliquando meditationes suas mecum communicabit, & quæ in re litteraria agantur docebit. Non dubito quin plurimum ei profuerit iter *Parisiinum*. Annon sperare licet inedita quædam utilia in Domini *Fratri* quondam tui *Jacobi* schedis adhuc latentia, in lucem proditura.

Tu quoque, cum multa adhuc præclara haud dubie in numero habeas, velim ne meditationes tuas perire finas, quibus nemo pretium ponere me scit melius. Inprimis optem ut cogites de Mathesi magis magisque ad naturam applicanda. Digna Te sunt quæ de musculis dedisti; talia plura dare posses, quæ usum ostenderent Matheos etiam in re medica. Scis magnas nunc esse lites in *Anglia*, in *Batavis*, in *Gallia*, de usu *Mechanices* in Medicina: quidam negant omnia fieri mechanicè in ~~motuum~~ corporum actionibus, in quorum numero est *Stahleus* ille, qui per litteras ~~meum~~ cartavit, sed credo semetipsum non satis intelligit. Quidam ~~contra~~ omnia putant explicari a nobis posse mechanicè. Ego neutris accedo: Omnia quidem in his mechanicè fiunt, sed nondum eo usque profecti sumus,

1712.
Mai.

ut omnia mechanice explicare possimus. Interim non spernendum est hoc studium Mechanices, sed magis magisque excellentium. Videntur in organicis plurima constare perpetuis vibrationibus insensibilibus, quæ cum videmur quiescere, a contrariis coercentur. Itaque res vere ad vim elasticam redit. Ipsam memoriam in vibrationum perdurante consistere suspicor, ut campana pulsata diu adhuc tinnit assonatque.
 Itaque fluido, quod spirituum animalium nomine venit, non videmur habere opus, nisi ad ipsam vis elasticæ rationem reddendam, quæ tamen ad praxin necessaria non est, quamquam non sit negligenda ad explicandam summam rerum.

 Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 6. Maii 1712.

Deditissimus.

G. G. LEBENITIVS.

P. S. An scis qui urticularum summitatibus cum fructu usus sit? Ad Dominum *Bernardum* TREVISANUM, scriptis celebrem, cum quo mihi subinde litterarium commercium est, & Dominum QUIRINUM Nobilem *Venetum* alium, qui mihi est amicus, diuque in Aula nostra egit, in Domini Agnati tui gratiam scripsi, & litteras ad Dominum HERMANNUM mihi ab ipso tradendas.

E P I S

EPISTOLA CXCI.

BERNOULLII AD LEIBNITIIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Professione Patavina. De ratione inter quantitates positivas & negativas & imaginaria. De Logarithmis Numerorum negativorum. Aliud Problema Pragense. De infusione summitatum urticarum. De usu Mathematicos in re Medica. De causa elateris.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

AD ternas, quas abs Te accepi, litteras nunc una vice respondeo. Gratum fuit intelligere vocationem HERMANNI ad Academiam *Francofurtanam* tandem expeditam fuisse; ejus me antea certiore fecerat Clarissimus WOLFIIUS, qui, misso ad me protinus Apographo Epistolæ Regiæ ad HERMANNUM datæ, simul me rogaverat ut illud porro mitterem ad eundem, majoris securitatis gratia; ut si forte Autographum ipsum per aliam viam missum intercideret, saltem illud alterum ad manus ejus pervenire posset. Intellexi postea utrumque HERMANNO rite traditum & vocationem acceptatam, & ita quidem, ut ex instigatione Cl. WOLFII, hac adhuc ætate discessum *Patavio* sibi suscipere proponeret. Nunc vero uti videt hoc fieri non posse, salva Procerum *Venetorum* benevolentia, quibus in sex annos se addixit, mutavit sententiam, constituitque sextum etiam annum, qui termino adhuc deest, in statione sua comple-
re, Tuo consilio & hortatu, ut puto, inductus, qui ipsi persuasisti nihil esse quod discessum valde urgeat, eumque facile trahi posse, bona cum *Berolinensium* gratia. Sic itaque non dubito posse HERMANNUM paulatim *Venetorum* animos lucrari pro

1712.
Mai.

Agnato meo sibi furrogando , quando præsertim accesserit Tua commendatio , quæ præ omni alia plurimum virium & efficaciarum habebit.

Non male suades ut Agnatus mechanicæ aquariæ se applicet ; idem & ego suasi ; quod tantum effecit , ut forte brevi ad *Batavos* sit excursurus , ibique , quæ ad hanc rem spectant , accuratius explorare possit. Cæterum Agnatus jam nuper ad Tuas respondit , is salutem officiosissimam cum cultu suo per me Tibi dicit.

Non prorsus Tecum sentio , rationem — 1 ad 1 , vel 1 ad — 1 esse imaginariam , ex eo quod huic rationi nullus respondeat Logarithmus ; supponis enim numerum negativum nullum habere Logarithmum ; cujus contrarium ego sic probo. Esto x numerus variabilis , per infinite parva crescens , cujus Logarithmus sit $l x$; dico eundem $l x$ respondere ipsi — x , æque ac ipsi + x : hoc est $l x = l - x$: Nam scis $d l x$ esse $= d x$: x , hoc est differentiale alicujus Logarithmi haberi dividendo differentiale numeri per ipsum numerum ; cum itaque $d x : x$ fit $= - d x : - x$; patet propositum. Ecce rei connexionem $d l x = d x : x = - d x : - x = d l - x$: Ergo etiam $l x = l - x$: Unde vides ; (*Fig. 118.*) curvam Logarithmicam ABC habere suam comparem $\alpha \beta \gamma$, ut , exempli gratia , Hyperbola suam oppositam ; ita ut , sumta BE pro unitate , EF fit Logarithmus non tantum ipsius CF , sed & ipsius γF , quæ designat numerum prioris negativum.

TA. XXII.

Missa nuper ad me est altera Scheda , continens solutionem Problematis *Pragensis* ab *Austriaco* quodam ; a quo etiam proponitur vicissim idem Problema , sed non - nihil auctum , de construenda nempe basi ex semiglobo truncato columnæ substernendæ , cujus superficies , cum superficie columnæ & globi impositi , habeant rationem continuam. Videtur uterque , & Problematista & Solutor , ad eundem ordinem Geometrarum referri debere ; nam

tri-

trivialia sunt utriusque, & a neutro solutionem Problematis de 1710.
Rhumbis sperare possum. Octob.

Quæris in postremis Tuis, an sciam qui urticarum summitatibus cum fructu usus sit: respondeo me ex ore quorundam audivisse, qui in se ipsis experimentum cum successu fecerunt; ita ut jam passim ejus usus apud nos invaluerit, & ipse Ego jam per aliquot hebdomadas eodem utar, ut nimirum mature occurram podagræ jam aliquoties se mihi manifestanti, & pectoris fluxionibus, quibus sæpe vexor; contra quas & reliquos pectoris affectus imprimis urticæ commendantur: videbo quantum mihi profuerint.

Quæ de usu Matheos in Re medica mones, utilia sunt, de quibus aliquando cogitabo. Sunt sane mihi multa, quæ olim conscripsi, sed indigesta, Physico-Medico-Mechanico-Mathematica. Ubi vacaverit, aliquid in ordinem redigam: *Miscellaneous Berolinensibus*, si continuarentur, inserendum. Etiam ego sum in opinione organica corpora naturalia consistere in perpetuis vibrationibus se mutuo coercentibus, & a quadam elasticitate originem habentibus; ita ut adsit quædam veluti actio & reactio inter partes, quarum quamdiu altera alteri non prævalet, machina quiescit: sicuti aër condensatus, cujus partes singulæ se mutuo urgent viribus æqualibus, & tota tamen moles quiescit, quamdiu vas ubi inclusus probe undiquaque munitum & obturatum est. Quod ejus elaterium attinet; habeo causam Physico-Mechanicam (1) ad explicandam ejus proprietatem, quod vires aëris elasticitatis sint ejusdem densitatis proportionales, cæteris paribus; hoc est, servato eodem caloris gradu: cujus rationem evidentem & claram nemo dedit. Quod superest, Vale & Fave.

Basilea 25. Maii. 1712.

Amplitudini Tuæ Devotissimus

J. BERNOULLI.

M m 3

EPIS.

(1) Hanc habes in Append. ad Dissertat. de Motu. Opp. Tom. III. N°. CXXXV. pag. 83.

EPISTOLA CXCIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De MUYSSII Elementis Physicis. De sua cum HARTSOEKERO controversia.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime !

1712.
Jun.

ITA est ut ais.

Venetis aut Patavii nihil amplius intellexi.

Miror Te, pro acumine Tuo, non vidisse, haud posse dari Logarithmum $\sqrt{-2}$, quia non potest dari Logarithmus $\sqrt{-2}$, qui esset prioris dimidius. At dicis; differentiale numeri x , quod est dx divisum per numerum x , dabit elementum logarithmicum $dx : x$, seu $dx : x$. Sed hæc regula, quod differentiale divisum per numerum dat differentiale Logarithmi, & quævis alia de Logarithmorum natura & constructione non habet locum in numeris negativis, ut reperies, ubi demonstrare voles.

TA. XXII.

Ipsa etiam figura ostendit non posse perveniri ad Logarithmum -1 , vel similem; quia x (Fig. 119.) ordinata logarithmica LL non potest ita decrescere ut evanescat tandem, seu perveniat ad 0, & deinde transeat in contrariam partem, seu ad -1 , ut fit (Fig. 120.) in curva CC. Nam ad hoc obtinendum debuisset curva Logarithmica fecare axem, qui tamen ei est asyptotos.

Si *Leydam* adhuc cogitas, suggerero vocationem aliquam ibi esse debere Tibi convenientem, nam MUYSIUS, cujus *Elementa Physi-*

Physices (1) forte vidisti, *Franckæ* Medicinæ Doctor & Ma 1712. theſeos Profeſſor, illuc, ut intellexi cogitat, & vocari ſperat. Jun. Itaque non eſſet differendum, ſi quid moliris. Elementorum ejus ſuperbus eſt titulus, ait enim methodo mathematica eſſe demonſtrata, ſed ego in illis plus ſubtilitatis, quam ſoliditatis deprehendi. Recte quidem contra vacuum & Atomos pugnat, ſed male extensionem habet pro ſubſtantia, & ab ea derivat impenetrabilitatem vel ἀντιτυπία, cum tamen corporis extenſio nihil aliud ſit, quam repetitio ſeu diſfuſio Antitypiæ; atque ita extenſio non eſt primum ſed aliquid ſupponit. Recte quidem contendit duritiem in corporibus a motu oriri, ſeparationem impediēte; ſed an rem ſufficienter explicaverit dubito. *Anglorum* tamen jactatam pro vacuo demonſtrationem recte mihi refutare videtur.

Fuit mihi cum HARTSOEKERO quædam per litteras concertatio (2). Contendit ille eſſe quædam atomos in perfecto aliquo fluido omni cohæſione carente natantes, & ex his duobus omnia oriri. Ego nec perfectas atomos, nec perfectum fluidum admitto, putoque in omni corpore eſſe aliquam cohæſionis & aliquam fluiditatis gradum, extrema autem iſta cum Legibus naturæ pugnare.

Litteras noſtras amicus communis in *Galliam* miſit, fortasſe pro parte illic *Trevoltiano* diario inferendas. Quod ſupereſt, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 30. Junii 1712.

Deditiſſimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Elementa Physices methodo mathematica demonſtrata* &c. *Amſtel.* 1711. 4°.

(2) *Journal de Trevoux*, 1712. Mars & Avril. & *Journal des Sçavans*. Ed. Holl. Dec. 1712, & Janu. 1713.

EPIS-

E P I S T O L A C X C V .

L E I B N I T I I A D B E R N O U L L I U M

De Professione Patavina & HERMANNO. *Varia.*

Vir Celeberrime, F.utor Honoratissime!

1712.
Jul.

EPISTOLAM à præclarissimo HERMANNO nostro accepi, qua in sententiam meam se concedere, & differre velle digressum, & de tuo Agnato Domino *Nicolao* BERNOULLIO commendando sollicitum fore perscripsit. Non dubito quin idem Tibi quoque significarit. Puto autem recte factorum, si Curatoribus Academix significet, finito penso discedendum sibi, & privatis sermonibus id agat ut de successore quem vellemus cogitetur. Si adesset Dnus *Abbas* FARDELLA, rem credo non difficulter conficeremus; sed ille, *Barcinone* gravi morbo tactus, ve-reor ut superfit. Ego interim amicos *Berolinenses* monui, ut curent ne quid Dnus HERMANNUS ex mora detrimenti capiat.

Ait Dnus HERMANNUS sese habere Demonstrationem quamdam novam sententiæ meæ Dynamicæ, quod vires ejusdem corporis sint ut quadrata celeritatum. Ejus demonstrationis cognoscendæ sum percupidus, præsertim si differat ab iis quas hactenus adhibuimus, partim a priori, partim a posteriori.

Non dubito quin Dominus Agnatus tuus præclaros, pro ingenio suo, in rebus mathematicis progressus facere pergat; & huic multa commendare poteris, quem Tibi agere minus vacabit. Unum opto, ut de rebus medicis cogites paulo attentius, dispiciasque an ad aliquod Institutionum rudimentum sive tentamentum saltem conjecturale perveniri possit. Vale.

Dabam *Hanovera* 6. Julii 1712.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S.

P. S. Inclusas ad Dominos TURRETINUM & SCHEUCHZERUM curari peto. Vereor ne nova pax *Anglicana*, si longius serpit, etiam *Helvetiæ* circulos turbet. Hactenus *Batavi* sese fortes ostendunt.

E P I S T O L A C X C V I .

B E R N O U L L I I A D L E I B N I T I U M .

Responso ad præcedentes.

De Agnato suo & HERMANNO. De Logarithmis Numerorum negativorum. De MUYSSII Elementis Physicæ. De COLLINSII Commercio Epistolico.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

AD binas Tuas postremas responsum debeo: in posterioribus inclusas alias ad TURRETINUM, rite curavi, sed ad SCHEUCHZERUM, quas dicis, nullas inveni; fortasse oblitus es includere

Agnatus meus fortassis jam est in *Anglia*. Accepi nuperrime litteras ab eo *Rotterdamo*, in quibus se procinctum significat ad transfretandum in *Angliam*; rogatque ut sibi condones, quod ad litteras Tuas ad se datas nondum responderit; se id facturum quam-primum iter suum in *Angliam* absolverit. Quam-primum ad HERMANNUM scribam; rogare non obliviscar, qualem habeat novam Demonstrationem sententiæ Tuæ dynamicæ, quod vires ejusdem corporis sint ut quadrata celeritatum. Curiosus quidem & ego sum cognoscendi num illa præstet meæ quam exhibui a priori, communicavique olim cum VOLDERO, quam visam laudavit, & ideo sententiæ Tuæ accessit.

1712.
Aug.

Nondum video haud posse dari Logarithmum $\tau^{\hat{2}} - 2$: nego enim quod asseris Logarithmum $\tau^{\hat{2}} \sqrt{-2}$ esse prioris dimidium; etsi verum sit logarithmum $\tau^{\hat{2}} \sqrt{2}$ esse dimidium logarithmi $\tau^{\hat{2}} 2$: oportet quippe inspicere rationem hujus veritatis, & videbis discrimen. Ideo scilicet Logarithmus $\tau^{\hat{2}} \sqrt{2}$ est dimidium Logarithmi $\tau^{\hat{2}} 2$, quia $\sqrt{2}$ est medium proportionale inter 1 & 2 : sed $\sqrt{-2}$ non est medium proportionale inter -1 & -2 , adeoque concludi non potest Logarithmum $\tau^{\hat{2}} \sqrt{-2}$ esse dimidium Logarithmi $\tau^{\hat{2}} - 2$; adeoque quemadmodum Logarithmus $\tau^{\hat{2}} \sqrt{1 \times 2}$ est dimidium Logarithmi $\tau^{\hat{2}} 2$, ita quoque Logarithmus $\sqrt{-1 \times -2}$, est dimidium Logarithmi -2 , hoc est, Logarithmus $\sqrt{2}$ est dimidium Logarithmi -2 , æque ac dimidium Logarithmi $\tau^{\hat{2}} + 2$. Id quod maxime confirmat argumentum in postremis meis allatum, esse scilicet Logarithmum $x =$ Logarithmo $-x$; ex eo quod $dx: x$ fit $= -dx: -x$. Et sic numeri alicujus, tam affirmativi, quam negativi, communem esse Logarithmum. Miror vero Te velle ex figura contrarium ostendere, quasi (*Fig. 121.*) ordinata logarithmicæ LL non possit ita decrescere, ut evanescat tandem, seu perveniat ad 0 , & deinde transeat in contrariam partem seu ad $-x$, sicuti (*Fig. 122.*) fit in curva C; cum suppetant tamen innumera exempla quotidie obvia, quæ utramque Tui argumenti partem vacillare evincunt. Primo etenim, curva aliqua in partem oppositam seu $+x$ in $-x$ transire potest, ita ut non opus sit ut evanescat, seu perveniat ad 0 ; sicuti videre est in Hyperbola ordinaria, super axe conjugato, cujus pars abscissa communis est ordinatæ affirmativæ & negativæ, licet nunquam evanescenti Secundo, nego Logarithmicam LL non ad alteram partem pervenire $\lambda\lambda$, per evanescentiam ordinarum x ; hoc enim fit postquam LL excurrit in infinitum, ubi quippe evanescit x , seu pervenit ad 0 , hujusmodi iterum multa exempla habemus, sicuti videmus in Conchoïde Nicomedis, cujus (*Fig. 123.*) duæ sunt partes oppositæ ABC & $\alpha\beta$, super eodem axe DEF & ex eodem polo O descriptæ, quæ tamen non in se invicem transeunt, nisi post excursionem in infinitum. Habes itaque
 exem.

exemplum in hac altera curva, cujus æquatio [positis ordinatis ¹⁷¹² x & z] $xx = a^4 : (az + zz)$ seu $x = \pm aa : \sqrt{(az + zz)}$; Aug. ostenditur eam habere duas partes convergentes in infinitum, dum interim ordinata quælibet x affirmativa, oppositam habet x negativam, plane ut in Logarithmica fieri statuo. Quæ omnia, ubi perpenderit, forte mutabis opinionem, & quæ in novissimo *Actorum* Aprili, nuperrime tantum mihi viso, hac de re habes, retractanda ultro fateberis,

Vidi MUYSII *Elementa Pbyfices*, & perlustravi.

Auctorem nunquam vidi tot verba facientem de rebus nihili; videtur id solum affectasse ut Opus scriberet diffusum & mole amplum, unicam ibi deprehendi demonstrationem geometricam, quam hausit ex KEILIO; hic vero sine dubio ex *Newtonianis*, scilicet de Tautochronismo Cycloïdis. MUYSIUS enim ut suspicor, non admodum profunde in Geometriam penetravit. De HARTSOEKERO idem fere sentio; habet tamen in experimentalibus plus dexteritatis, sed etiam in refutando plus quam MUYSIUS, atque plus.

In Litteris novissimis BURNETI sequentia inveni ad Te spectantia. *L'on est occupé présentement à la Societé [de Londres] à démontrer, par des Lettres originales, que la Méthode des fluxions a été connue plus de 7 ans, avant que Monsieur LEIBNITZ en ait rien publié, & que Monsieur LEIBNITZ en pouvoit avoir vu les principes chez un Monsieur COLLINS, qui les avoit à Londres, dans le tems que Monsieur LEIBNITZ, y a été, & qu'e suite, par des Lettres, il a demandé des éclaircissemens, qui montroient qu'il n'entendoit pas encore la matière, cinq ans après que Monsieur NEWTON l'a fait voir complete à ses amis. Cette controverse a été causée par les Messieurs de Leipsic, qui ont critiqué mal à propos le Livre de Monsieur NEWTON sur les quadratures, & de Enumeration*

curvarum. Tuum est videre quomodo hanc Anglorum ambitionem retundas. Interim Vale & Fave.

Basilea 13. August. 1712.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI

EPISTOLA CXCVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Nicol. BERNOULLIO & Professione Patavina.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1712.
Aug.

NON dubito, quin Dnus HERMANNUS noster Tibi significaverit, quid cum Domino *Bernar. TREVISANO* sit locutus, & quid ille suaserit. Significavit autem mihi e re fore, ut Dominus Agnatus tuus apud Legatos *Venetos* in *Batavis* & *Gallia* agentes de meliore nota commendetur, & præsertim apud *Dominum RUZINUM* Procuratorem S. Marci, nunc *Ultrajecti* Reipublicæ causa agentem, quia ille ipse etiam Reformator est studii *Patavini*. Itaque scripsi ipse ad *Dominum Baronem de BOTHMAR* Legatum Electoris mei; ut rem *Domino RUZINO* commendare vellet. Sed cum *BOTMARUS Haga*, *RUZINUS* vero *Ultrajecti* esset, ille huic excerptum ex Epistola mea mitti curavit, responsum autem fortasse non feret, donec ipse *BOTMARUS* negotiorum causa *Ultrajectum* excurrat. Interea volui ne hoc nescires, ut per amicum aliquem in *Batavis* aut *Ultrajecti* possis invigilare negotio, efficereque ut Dominus *RUZINUS* a Peritis intelligat quod res est, quantum scilicet familiæ vestræ debeant Litteræ mathematicæ, & quantum a Juvene doctissimo Agnato tuo sit expectandum; Ita confirmabuntur aliorum testi-

testimonio quæ ego perscripsi. E re etiam erit Dominum ^{1712.}
 EMUM Legatum Serenissimæ Reipublicæ *Veneta* ad Regem Chris- Aug.
 tianissimum de eadem re edoceri, ut suffragio quoque suo votis
 nostris accedat. Id vero ut agas, Tibi per VARIGNONIUM
 aliosque amicos *Parisiis* perfacile erit. Denique si ipse Agnatus
 tuus iter in *Batavos* faceret, & rei aquariæ cognoscendæ ope-
 ram ocularem daret, seque in Illustris RUZINI gratiam coram
 infinuaret, minus esset de successu dubitandum. Ego studium ejus
 in rem aquariam impensum ex præsumta voluntate ejus, litteris-
 que Tuis jam tum in meis commendavi. Vale.

Dabam *Brusvoiga* 31. Augusti 1712.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CXCVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad penultimam.

De BERNARDO & MUYSIO. De *Commercio Epistolico*
Anglorum, &c.

Vir Nobilissime, & Celeberrime!

1712.
Septem.

VIX litteras ad Te dimiseram cum alias a Te accepi; vellem scivisse iter in *Batavos* Domini agnati Tui, monuisssem enim ut Illustrissimum RUZINUM *Ultrajecti* adiret; sed hoc fortasse in reditu fieri poterit; Dominus HERMANNUS publicationem discessus sui nondum maturam putat. Puto Dominum Agnatum tuum hydragogicæ praxi [hydraulicam non intelligo] utiliter operam daturum.

BERNARDUS, quam *Lugduni Batavorum* Cathedram nactus fit, Physicam an Mathematicam non bene memini; illud pro certo nuntiatum est, MUYSIUM illuc aspirare, Physicam, Medicam, an Mathematicam speret, aut non additum est, aut ego oblitus sum. Fateor in ejus opere multum evanidæ subtilitatis, parum rerum notatu dignarum comparere.

Anglorum quorundam vanos conatus rideo; nunquam illi monstrabunt quæ jactant, nisi aut verba mea corrumpant, aut perverse interpretentur: Valde mihi declinare videtur doctrina in *Anglia*; nec tot egregiis Viris defunctis pares, aut vel longo proximi intervallo succedere. Scilicet nunc ingenia politicis, nugis, aut theologicis controversiis distinentur: Successioni legibus stabilitæ merito timetur, quando illi apud quos est potestas nihil agunt quod ad eam firmandam facere possit, multa faciunt aut patiun-

Fig. 115.

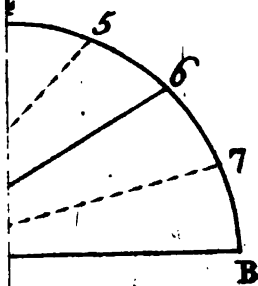


Fig. 116.

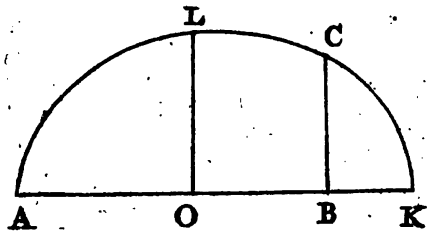


Fig. 117.



Fig. 118.

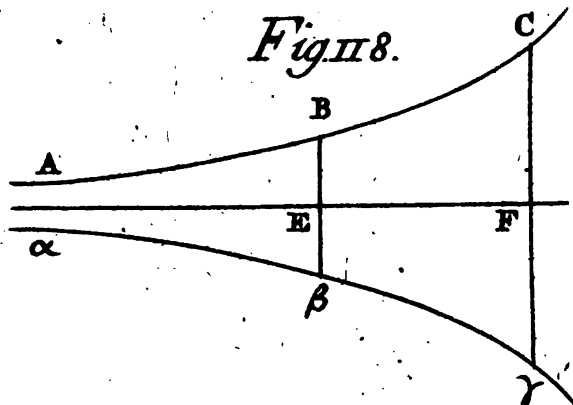


Fig. 119.



Fig. 120.

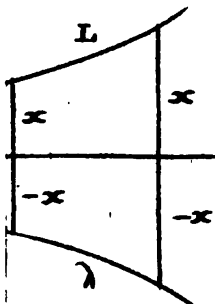
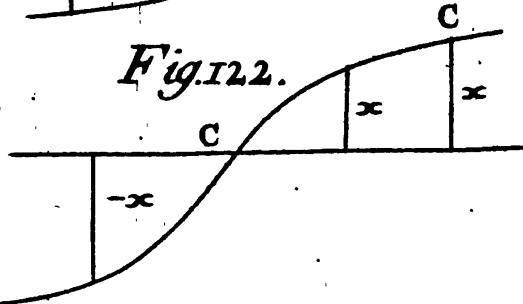
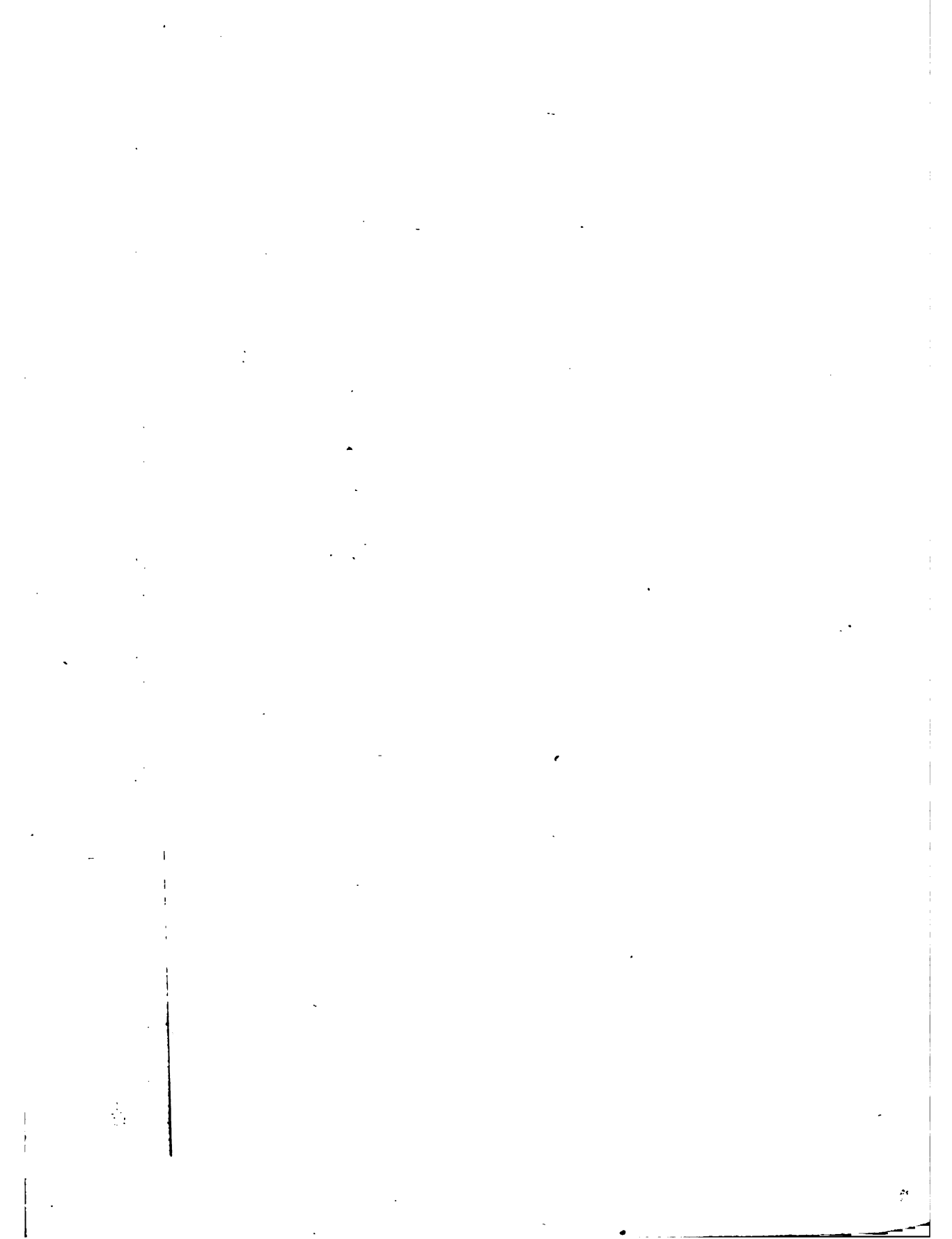
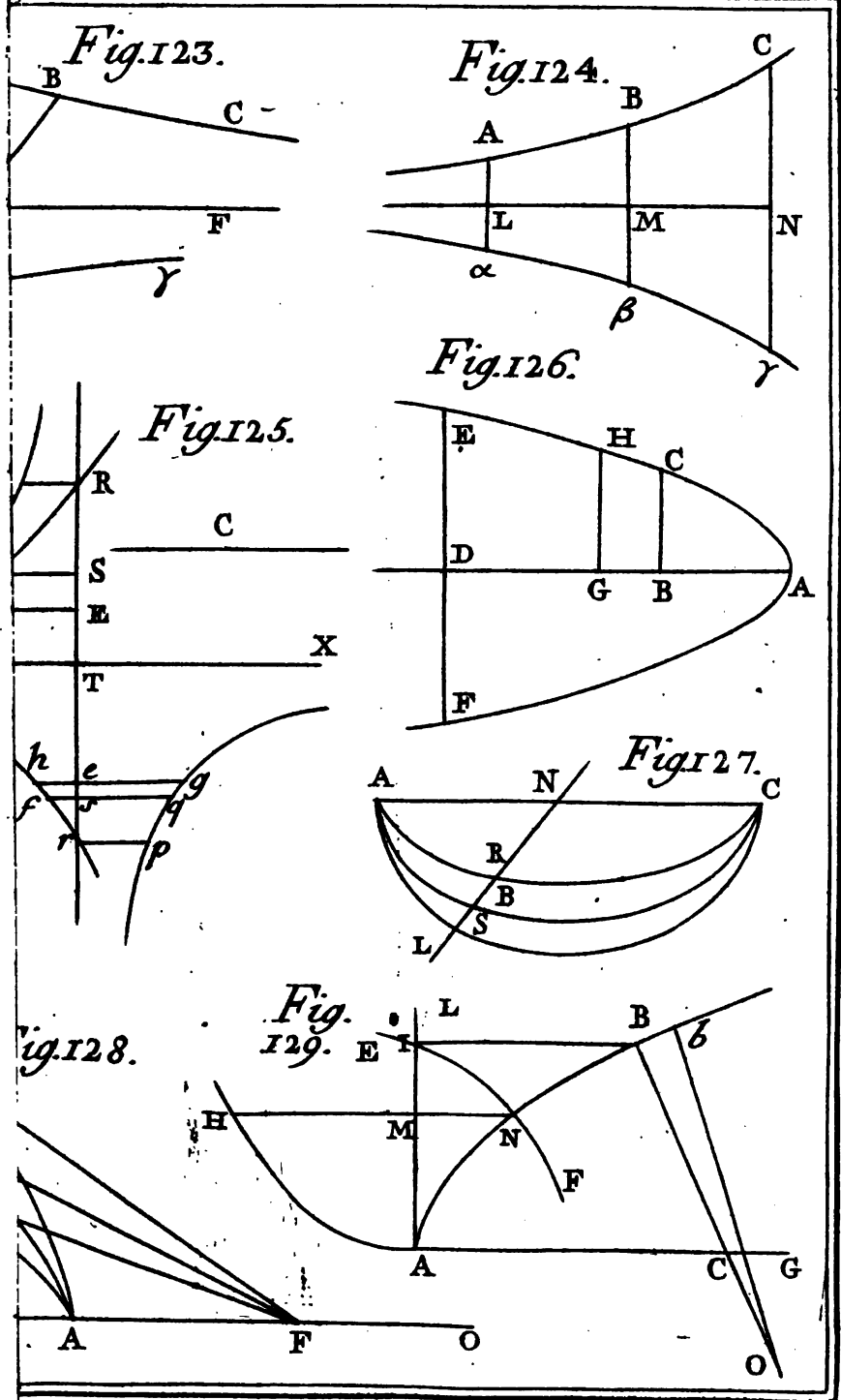
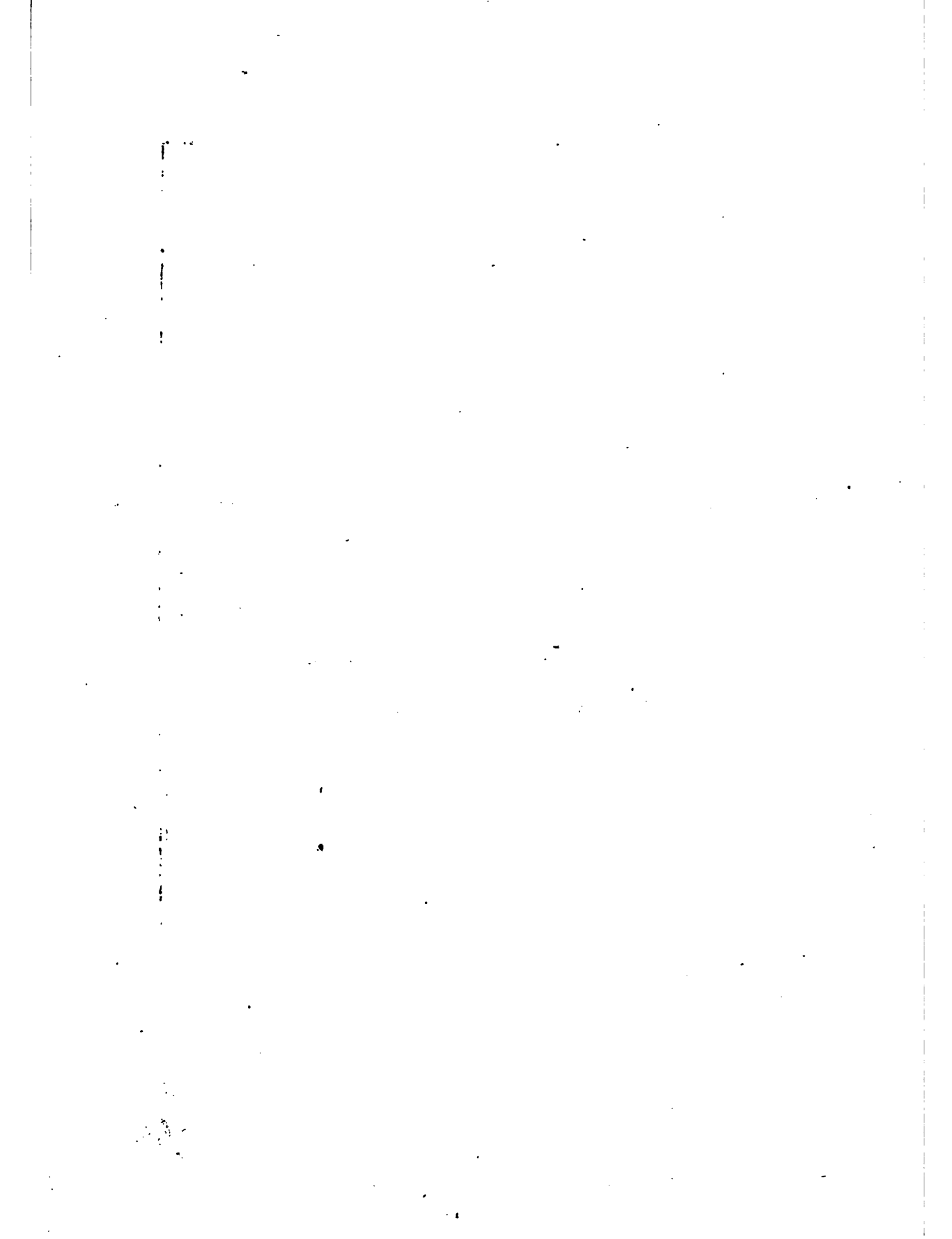


Fig. 122.









patiuntur, quæ ad infirmandam; sed hæc Divinæ Providentiæ 1712.
sunt commendanda. Septemb.

Ais Dominum Agnatum Tuam mihi scripturum itinere Angli-
co confecto; vellem ei ex *Batavis Angliæque* scribere vacasset,
aut vacaret, tum in rem suam, tum in gratiam meam.

De nullo logarithmo r^s — 1 vel r^s — 2, &c. habes schedam ad-
jectam. Quod superest, vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 18. Septembris 1712.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

S C H E D A

De nullo Logarithmo r^s — 1, vel r^s — 2. &c. ejus mentio
fit in præcedente Epistola.

Scheda de nullis Logarithmâs mannerontem negativorum.

SERIES Logarithmorum est series numerorum progressionis
Arithmeticæ respondens seriei numerorum progressionis geo-
metricæ, quorum unus assumi potest unitas, & alter numerus ali-
quis positivus, verbi gratia 2. Ubi pro Logarithmo unitatis as-
signari potest 0, pro Logarithmo vero ipsius 2 numerus qui-
cunque, sed ponamus unitatem esse Logarithmum ipsius 2.

Porro manifestum est in serie hac geometricæ progressionis
nunquam, assumtis quotcunque tertiis proportionalibus, perveni-
ri ad numerum negativum. Videtur quidem ad eum perveniri
posse assumtis mediis proportionalibus, nam in nostra hac serie
datur 1, 2, 4; jam medium quod sumi potest inter 1 & 4 vide-
tur esse tam + 2 quam — 2, quia tam + 2 quam — 2 in se duc-
tum dat + 4. Verum incommodum hic oritur, quod — 2 non
potest

potest esse in progressionem geometricam in qua est $+2$, qualis nempe [ex hypothesi] est nostra; cum -2 non sit potentia ipsius 2 , secundum exponentem quemcunque, seu non sit 2^e quod tamen de quovis numero Logarithmum recipiente dici potest, qui proinde in hanc seriem $1, 2, 4$ &c. quantum opus ultra citroque continuatam vel interpolatam cadit saltem æquivalenter. Nempe si fiat $x = 2^e$, erit $e = \text{Log. } x$, posito scilicet $\text{Log. } 1$. esse 0 , & $\text{Log. } 2$. esse 1 . Cum ergo non dari possit e , in æquatione $-2 = 2^e$; consequens erit, logarithmum -2 esse nullum. Atque hinc etiam fit ut -2 non possit esse ordinata ad Asymptoton Logarithmicæ, in eadem serie consistens cum 1 & 2 , seu non possit esse x in æquatione ad Logarithmicam $x = 2^e$.

Sed idem ostenditur adhuc facilius ex natura quantitatum imaginariarum. Si -2 habet logarithmum, utique hujus Logarithmi dabitur dimidium. Is autem est Logarithmus numeri, qui ductus in se ipsum dat -2 , seu est Logarithmus ipsius $\sqrt{-2}$. Sed $\sqrt{-2}$ est numerus impossibilis; ergo dimidium Logarithmi -2 est impossibile. Sed cujus dimidium est impossibile, debet esse ipsum impossibile. Itaque impossibilis est Logarithmus ipsius -2 .

Cæterum ipsa harmonia Logarithmorum & numerorum hæc illustrat: Ductio in se ipsum in numeris repræsentatur per multiplicationem in Logarithmis; multiplicatio in numeris repræsentatur per additionem in Logarithmis; positio in numeris repræsentatur per ipsum Logarithmum.

Ipsi n^e respondet e Log. n .

nn Log $n + \text{Log. } n$.

n Log. n .

d.

Contra extractio in numeris repræsentatur per divisionem in Logarithmis, divisio in numeris repræsentatur per subtractionem in Logarithmis. Sed per quid repræsentatur negatio in numeris? Respondeo id non posse inveniri, quia in descendendo ab extractione

tionem

tione per divisionem & subtractionem, non potest aliquid inveniri quod sit subtractione inferius.

Ipsi $\sqrt[n]{n}$ respondet Log. $n : e$
 $n : n$ Log. n — Log. n
 — n quid?

Ex his etiam intelligitur, etsi possit dici — 2 in se ductum dare 4., non tamen apte dici, — 2 esse medium proportionale inter 1 & 4., & in universum numeri negativi non intrant in rationes, etsi quodammodo in calculum intrent, quod etiam nuper in *Artis Eruditorum* aliunde comprobavi. Unde confirmatur, non dari Logarithmos negativorum; uti vicissim exclusio Logarithmorum a negativis, confirmat negativos non ingredi rationes vel proportionalitates.

Si quis defendat Logarithmum $\sqrt{-2}$ non esse dimidium Logarithmi $\sqrt{-2}$, etsi logarithmus $\sqrt{2}$ sit dimidium logarithmi $\sqrt{2}$; & pro ratione discriminis alleget, quod $\sqrt{2}$ sit media proportionalis inter 1 & 2; sed $\sqrt{-2}$ non sit media proportionalis inter — 1 & — 2: responsio est facilis, utrique esse commune, ut radix sit media proportionalis inter 1 & id cuius est radix; nempe ut $\sqrt{2}$ sit media proportionalis inter 1 & 2, & ut $\sqrt{-2}$, sit [vel certe fingatur] media proportionalis inter 1 & — 2. Sed hinc utrobique sequitur, logarithmum mediæ fore dimidium posterioris; nam logarithmus mediæ proportionalis inter 1 & 2 [id est ipsius $\sqrt{2}$] est (log. 1 + log. 2) : 2. Sed log. 1. est 0; ergo log. mediæ inter 1 & 2 est (log. 2) : 2. Similiter log. mediæ proportionalis inter 1 & — 2 [id est ipsius $\sqrt{-2}$] est (log. 1 + log. — 2) : 2, id est [ob log. 1 = 0] (log. — 2) : 2. Res etiam sic patet; cum — 2 sit $\sqrt{-2}$ in $\sqrt{-2}$, erit log. — 2 = log. $\sqrt{-2}$ + log. $\sqrt{-2}$. Ergo log. $\sqrt{-2}$ est dimidius log. — 2.

EPISTOLA CXCIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad penultimam.

*De Agnati sui itinere in Angliam. De Filio suo Nicolao. Varis.*Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor
Honoratissime!

1712. **E**X novissimis Tuis, die 31. Augusti datis, video Te, eo
Septemb. die, nondum accepisse litteras meas, 13. die ejusdem men-
sis scriptas: spero illas Tibi nunc traditas, & quæ ibi de Loga-
rithmis numerorum negativorum habui a Te probatum iri. Signi-
ficabam Agnati mei adventum in *Batavos*; nunc ejusdem com-
morationem *Londini* significo. Laudat valde NEWTONI, HAL-
LEII, & MOIVREI humanitatem, qua fuerit exceptus.
Interim quod tantam Agnati mei curam geras, & tanto studio
ejus negotium amplectaris, ille certe prolixam adeo benevolen-
tiam nunquam satis deprædicare, nedum demereri poterit: ego
vero, tanquam mihi exhibitam, gratus agnosco, atque rogo ut
eamdem mihi propono conserves pro commendando aliquando
Filio meo (1), Juveni octodecim annorum, qui in mathematicis
aliquid promittit, modo spes me non fallat. Quod de Anglo-
rum æmulatione nuper perscripsi ex litteris *Burnetianis* excer-
ptum; nunc distinctius narrare possum.

Cæterum audio HALLEIUM sub prelo habere veterem ali-
quem auctorem MENELAUM (2), de Trigonometricis & Astro-
nomi-

(1) Nicolao BERNOULLI Joh. Filio.

(2) Is non prodit.

LEIBNITII ET BERNOULLII, EPIST. CXCIX. 291
nomicis; edisse nuper APOLLONIUM (1), quem mihi missurus
fit NEWTONI *Princip. Phil.* alteram Editionem proximo No-
vembri lucem visuram: Avide videbo, num, quos in prima edi-
tione animadverti, errores nunc correxerit. Vale Vir Amplissime,
& Fave.

Basilea 24. Septembris 1712.

Amplitudini Tuæ Devotissime.

J. BERNOULLI.

E P I S T O L A C C.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responsio ad præcedentem.

De Historia Calculi differentialis quæ in Anglia paratur.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

NOVISSIMAS meas, quibus adjecta erat scheda de Loga-
rithmis negativorum Tibi redditas non dubito. 1712.
Octob.

Expectabo quæ *Angli* sint daturi circa Calculi differentialis
Historiam. Si me non tangunt, nec mihi imputant persona mea
animoque indigna, facile patiar ut se jactent: sin me offendunt,
audient fortasse quæ noilent. Memini olim litteras me recepisse
ab OLDENBURGIO, ex quibus apparebat NEWTONUM tunc
summam rei in seriebus ponere, & putare soluta esse Problema-
ta, quæ huc reduxisset. At longe aliud ostendit differentialis me-
thodus. Tentandum scilicet est, ut Problemata, si non possunt

O o 2. re-

(1) APOLLONII Pergæi *Conicorum lib. 8.* & SERENI *Antissensis*
de sectione Coni & Cylindri lib. 2. Oxon. 1710, fol.

Revocari ad constructiones ordinarias, saltem revocentur ad quadraturas: Et sunt gradus in ipsis transcendentibus quadraturis. Itaque nescio an NEWTONUS tam mature ad methodum illam Fluxionum, quam vocat, pervenerit. Quæ in *Newtonianis* animadverteris intelligere gratum erit. Quod superest Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 10. Octob. 1712.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CCL.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM

Responsio ad ante - penultimam & præcedentem.

De Logarithmis numerorum negativorum. De NEWTONI errore in comparandis seriei infinite terminis cum differentialibus omnium graduum.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

1712.
Nov.

OPTASSEM quoque ut Agnatus meus Tibi jam ex *Batavis* scripisset: Spero nunc factum quod intermiserat: Hæret adhuc in *Anglia* forte tamen brevi *Belgium* repetiturus.

Schedam Tuam de Logarithmis numerorum negativorum perlegi quidem; sed, quod pace Tua dixerim, nihil inveni quod eorum impossibilitatem probet. Hoc unum efficis omnibus Tuis argu-

argumentis, ut ostendas non dari transitum ex serie numerorum affirmativorum in seriem negativorum, hoc est, assumpta unitate (nempe $+1$) pro initio seriei numerorum, nullum numerum negativum ex illa serie inveniri posse, adeoque nullos eorum logarithmos hoc casu existere; quod quidem non nego. Sed hoc non impedit, quominus numeri negativi suam peculiarem constituentiant seriem, assumta pro eorum initio unitate negativa, (nempe -1), & ita quidquid de Logarithmicis affirmativorum probaveris, idem & in Logarithmos negativorum quadrabit. Ut verbo dicam, quilibet numerus affirmativus idemque negativus habent communem Logarithmum, seu $\text{Log. } r^u + n = \text{Log. } r^s - n$: quod ut demonstrarem, ulterius Tibi, ut spero, deinceps non dissenfuro, hoc tantum faciam, ut probem (*Fig. 124.*) Logarithmicam ABC habere alteram oppositam $a\beta\gamma$ pro conjugata, super communi asymptoto LMN; quæ duæ partes sunt habendæ ejusdem curvæ, sicuti duæ Hyperbolæ oppositæ non-nisi unam efficiunt curvam: unde constabit (assumptis AL pro $+1$, & aL pro -1) LM, LN, &c. fore Logarithmos numerorum, tam affirmativorum MB, NC &c. quam negativorum M β , N γ , &c. Hoc vero commode ostendi potest, si inspiciamus modum aliquem generandi Logarithmicam, ex cujus generationis continuatione patebit duplicitas hujus curvæ super communi asymptoto. Consideremus hunc in finem (*Fig. 125.*) Hyperbolam P QG cum opposita p qg, super asymptotis orthogonalibus Rr, O x, se mutuo secantibus in T. Assumta ad arbitrium applicata PR, pro prima & invariabili; ex singulis punctis S, E, s, e, &c, tam supra quam infra asymptoton OX; eductæ intelligantur applicatæ SQ, EG, sq, eg, &c. & in illis sumantur partes SF, EH, proportionales areis hyperbolicis RSQP, REGP, hoc est ut $SF \times C \text{ sit} = \text{areæ SP}$, & $EH \times C = \text{areæ EP}$; unde manifestum est curvam exinde generatam RFH fore Logarithmicam. Attendamus nunc ad ejus generationem eamque continuemus quousque possumus; primo clarum est, quo major sumitur RS tanto majorem fore SF; donec tandem S attingente T, areaque per consequens hyperbolica TP evadente infinita, etiam applicata

1712.
Nov.

TA. xxiii.

TA. xxiii.

1712.
Nov.

plicata TO, in quam abit SF evadit infinita; adeoque Logarithmicæ asymptotos. Sed pergat nunc punctum S progredi [quid enim hoc impedit?], atque jam pervenerit in e; vides nunc aream hyperbolicam ipsi Re competentem, esse partim affirmativam infinitam TP, partim negativam infinitam Tg; adeoque $TP - Tg =$ (facta TE = Te) EP; & ipsam applicatam EH = eh; & similiter, ubi punctum mobile progrediendo pervenerit ad S ita ut TS = Ts fiet applicata sf = SF; Unde nova Logarithmica hrf oritur, quæ cum priori HFR unam tantum curvam constituit, nempe RF HO hfr; sicuti duæ Hyperbolæ oppositæ PQG & p q g. unam tantum efficiunt curvam nempe PQGOXgpq. Nam uterque ramus RFH & hfr generantur eadem lege ejusque continuatione, ita ut quemadmodum primo crescunt applicatæ SF, EH in infinitam TO; postea, eodem ritu, ab infinita To iterum decrescant in eh, sf, &c. cum itaque sumptis TR pro unitate affirmativa, & Tr pro unitate negativa, EH, SF expriment Logarithmos numerorum affirmativorum; expriment eadem vel ipsis æquales eh, sf Logarithmos numerorum Te, Ts qui respectu alterorum TE, TS, sunt negativi. Verum igitur est, unum eundemque Logarithmum respondere duobus numeris æqualibus, uni affirmativo, alteri negativo, hoc est $\text{Log. } r^s + n = \text{Log. } r^s - n$. QED.

Communicavi Tecum jam olim, si recte memini, quædam quæ in *Newtonianis* animadverti. (1) Animus mihi est, MENCENIO ita rogante, aliquid ad *Acta Lips.* mittere, de motu projectilium; (2) ubi quosdam errores NEWTONI notabo, quos ostendam originem traxisse ex prava Serierum applicatione; in quibus summam rei illum posuisse rectissime dicis. Sed & hoc ipsum gravissimum errorem peperit, qui late serpit, & omnes fere ejus solutiones circa hanc materiam in applicatione inficit. Error autem in hoc consistit, quod pag. 263 statuit, ad habent

(1) Epist. CLXXIX & CLXXXI.

(2) 1713. Febr. pag. 77. & Mart. pag. 155. Vid. Opp. Tom. I. N°. XC. pag. 514. & seq.

habendas fluxiones ulteriorum graduum alicujus quantitatis fluen-^{1712.}
tis (ntor nunc ipſius loquendi modo) conjiiciendam eſſe quanti-Febr.
tatem fluentem in Seriem per extractionem radicis; tunc enim

fore primum ejus Seriei terminum ipſam quantitatem fluentem,
ſecundum vero ejus fluxionem primam, tertium fluxionem fluxio-
nis, vel fluxionem ſecundam, quartum fluxionem tertiam &c. Hoc
eſt, ſecundum noſtrum exprimendi morem, ſi differentianda ſit,
exempli gratia, x^n , ſcribendum eſſe $(x + dx)^n$, hocque, per
extractionem, vel potius per evolutionem, in Seriem conjectum,

$$\text{nempe hoc modo } (x + dx)^n = xn + \frac{n}{1} x^{n-1} dx + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} x^{n-2} dx^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^{n-3} dx^3 + \&c. \text{ exhibere}$$

differentias omnium graduum, in infinitam continuatas, ipſius
 x^n : quod autem, exceptis primo & ſecundo terminis, de reli-
quis omnibus falſum eſt: docet enim communis differentiandi re-
gula differentias continuatas hanc exhibere ſeriem, $x^n dx^0 +$
 $nx^{n-1} dx + n(n-1)x^{n-2} dx^2 + n(n-1)(n-2)x^{n-3}$
 dx^3 &c. quæ cum priore duos præcedentes terminos tantum
communes habet, reliquos omnes diverſos; unde ſuſpicari fere li-
cet NEWTONUM, tum temporis fluxionum continuandarum
ideam nullam adhuc claram habuiſſe. Quid enim opus habuiſſet
confugere ad radicem extractionem, ſi differentiationum naturam
fatis perfectam habuiſſet; ut adeo non ſit, cur valde gloriatur
de Seriebus ſuis, cum ipſum tam facile in errorem abripuerint.
Quod ſi ita libuerit, mittam Tibi ſcriptum cum paravero, prius-
quam *Lipſiam* eat, ut examinare poſſis, & ſi quid aliud in men-
tem venerit de Tuo adjicere. Scribit Agnatus meus (quem nunc
ſecundum litteras ejus modo acceptas ad *Batavos* reducem cre-
do) alteram editionem *Princip. Philoſ. Nat.* NEWTONI, hoc
adhuc menſe publicatum iri: num vero hos, alioſque errores,
in hac editione, correxerit Author non addit; neque etiam
quid novi acceſſerit; aut an apertius jam expoſuerit Regulam
ſuam quam pag. 254 fatetur a Te prius communicatam, dum
ipſe eandem adhuc celaret, *Data nempe æquatione quocunque*
quanti-

1712.
Novmb.

quantitates fluentes involvente, fluxiones invenire, & vice versa; Et num felicius res ipsi cesserit in applicatione ejus ad differentiationum continuationem.

Quod superest, Vale quam-optime & me amare perge.

Basilea 11^o. 9bris 1712.

Amplitudini Tuæ Devotissimum.

J. BERNOULLI.

E P I S T O L A C C I I .

L E I B N I T I I A D B E R N O U L L I U M .

Responso ad præcedentem.

De Logarithmis numerorum negativorum. De Errore NEWTONI. ejusque fluxionum methodo.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime.

NIHIŁ aliud revera volo, quam quod concedis, non dari transitum pro Logarithmis ex serie numerorum affirmativorum in Seriem negativorum. Atque ita si sit æquatio generalis, $2^e = x$, posito, in casu $x = 1$, fore $e = 0$, & in casu $x = 2$ fore $e = 1$, non posse assignari e , cum $x = -1$. Neque ego alium Logarithmum cogito, quam qui tali æquatione comprehendi potest.

Recte facies, & ex usu publico, si ad *Acta Lipsiensia* mites quæ de motu projectilium notasti, haud dubie præclara & singularia. Non examinaveram Series *Newtonianas*, persuasus talem Virum in talibus tibi non potuisse. Eo magis miror hos lapsus, & Tecum suspicari incipio, serius ipsi innotuisse. Differen-
tiandi

tiandi artem, quam vult videri. Etiam HUGENIUS, ubi pri-^{1713.}
 mum in *Wallisianis* Operibus viderat notas novas *Newtonianas*,
 miratus fuerat, quod ex ipso Opere *Principiorum Newtoniano*
 non satis hujus methodi vestigia apparerent. Fere enim ibi const-
 tant omnia illis methodis, quæ dudum HUGENIO innotuerant.
 Nec post publicatam NEWTONI Methodum, quam vocant,
 fluxionum, quicquam fere præstiterè *Angli* in hoc genere, quod
 non ex nostris sit sublectum. *David GREGORIUS* etiam in
 paralogismos fuit prolapsus, cum Catenariam investigavit & pro-
 priam demonstrationem attentavit (1).

 Quod superest, Vale & Fave, & rem in multos adhuc annos
 valens florensque bene gere, simulque salve a

Initio anni 1713.

Tibi Deditissimo.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) Vid. Epist. LXXVIII. LXXXI.

EPISTOLA CCIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM

Responsio ad præcedentem.

*De Logarithmis Numerorum negativorum. De NEWTONI in Actis Lipsien-
sibus refutatione. De Calculo differentiali & fluxionum. Varia.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honora-
tissime!

1713.
Febr.

SI nihil aliud contendis, quam non dari transitum pro Logarithmis ex Serie numerorum affirmativorum in Seriem negativorum; hoc est, non posse, exempli gratia, sumi Logarithmum medii proportionalis inter numerum affirmativum, & alium negativum; hoc certe nihil extraordinarii est, quod non competat applicatis cujuscunque curvæ duas partes oppositas habentis. Sit enim (*Fig. 126.*) talis curva EAF, cujus axis AD, duæ applicatæ affirmativæ BC & DE, aliaque negativa DF. Datur sane abscissa AG respondens mediæ proportionali inter BC & DE, sed nulla datur AG respondens mediæ proportionali inter BC & DF; etsi interim negari non possit eandem abscissam AD respondere utrique applicatæ, & affirmativæ DE, & negativæ DF. Haud fecus se res habet in numeris, eorumque Logarithmis: numeri namque designantur per applicatas Logarithmicæ, & eorum Logarithmi per abscissas. Jam vero in novissimis meis ostendi Logarithmicam revera habere duas partes oppositas, ab utroque axis latere: ita ut eidem abscissæ, hoc est, eidem Logarithmo, duæ respondeant applicatæ, seu duo numeri, affirmativus unus, alter negativus. Atque hoc est quod negare videbaris, numeros scilicet negativos habere Logarithmos. Quod vero attinet ad id quod dicis, si sit æquatio generalis $v = x$ pos-
to

to in casu $x = 1$, fore $e = 0$, & in casu $x = 2$, fore $e = 1$; non posse assignari cum $x = -1$; hoc quidem verum est in illa suppositione, quæ est arbitraria, sed si supponatur (sicuti supponere licet) in casu $x = -1$, fore $e = 0$; potest utique assignari e cum $x =$ numero negativo; & hoc est quod ego volui.

1713.
Febr.

Mihi nuper ad *Acta Lipsiensiæ*, (1) quæ notavi de motu projectilium, & alia huic materiæ affinia. Monui NEWTONUM quorundam suorum errorum, verbis tamen mollissimis, ne Virum hunc offenderem, mihi alioquin satis benevolum, utpote qui me novissime Societati Regiæ Londinensi ultro proposuit, atque cooptari fecit; quam dignitatem etiam Agnato meo brevi conferendam promisit, qui præterea humanissime ab eo fuit exceptus & habitus, cum non ita pridem in *Angliæ* degeret. Quomodo vero quæ ad *Acta* communicavi, ubi ad Te pervenerint, sint placitura, lubentissime intelligam, non dubitans quin, quod contra NEWTONUM habeo, assensum tuum eliciat. Interim secunda Editio *Princip. NEWTONI*, quæ jam præterito Novembri in publicum expectabatur, non nisi hoc demum mense Februario prodibit, MOIVRÆO ita mihi scribente; cujus retardationis causa est sine dubio, quod Agnatus meus unum alterumve ex erroribus supra memoratis, ab ipso NEWTONO non animadversis, ipsi aperuit, atque ita ansam præbuit eos revidendi, corrigendi, & correctionum schedas Libro (qui jam fere erat impressus) inserendi; qua de re NEWTONUS, quod mature adhuc satis fuerit præmonitus, mihi per Agnatum meum gratias agere voluit; quanquam multum absit, quominus ipsi omnes, quos potuissem, lapsus indicaverim. COLLINSII historia calculi differentialis, cum mihi scriberet MOIVRÆUS novissime, nondum erat evulgata, eam autem sequenti hebdomada, post literarum suarum scriptionem, dicebat certo proditura. Ad Te perveniet illa citius sine dubio quam ad me. Agnatus meus nunc agit in Gallia apud MONTMORTIUM, & quidem in ipsa ar-

P p 2

ce

(1) 1713 Febr. pag. 77 & Mart. pag. 155. Vid. Opp. Tom. I. N° XC. pag. 514. & seq.

1713.
Febr.

ce *Montmortiana*, haud procul *Lutetia*, adhuc per mensem forte ibi commoraturus. Parat MONTMORTIUS alteram editionem Libri sui de Alea & sorte; (1) NICOLIUS vero & DE LAGNI conscribit uterque Historiam, ille de Cycloïde, hic de Quadratura Circuli, utrique suppetit abundans materia.

Paralogizavit utique *David* GREGORIUS in definienda Catenaria, & ego primus, ni fallor, Tibi indicavi ejus paralogifmum. Non multum abest, quin Tecum opiner calculum fluxionum ex calculo differentiali fluxisse, & illum hunc pro parente habere, tametsi hoc dissimulent *Angli*: itaque lubens videbo, quomodo hi partus sui primogenituram sint probaturi, ex prædicta illa COLLINSII historia. Nam quod hanc in rem conspicitur in Operibus *Va isianis*, parum evincit ætatem; aliaque igitur fortiora argumenta expecto scribit HERMANNUS se proximo mense Aprili iter in Patriam redauspicaturum esse, atque librum, quem ibi paraverit, hic Se typis commissurum. De cætero, Vale, & me amare perge.

Basilea 28. Februar. 1713.

Amplitudinis Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

(1) *Qua priori multo auctior prodiit Parisii*. 1713. 4°

EPISTOLA

EPISTOLA CCIV.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

De Nic. BERNOULLIO. De Commercio Epistolico COLLINSII.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

.....

SPERO Dominum Agnatum tuum in *Batavis* rei hydrogicæ ^{1713.} Mart.
præcæ operam dedisse. Id enim in commendationis parte
reponebatur.

Videbimus quid daturæ sint nobis litteræ *Collinsianæ*, in quibus quidam *Angli* reperisse putant, non quod Pueri in Faba. Ego tuas ad *Newtonianæ* annotationes avide expecto, alia nunc non attingo. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Vienna Austria* 25. Martii 1713.

Deditissimus.

Godefridus Gulielmus LEIBNITIUS.

E P I S T O L A C C V .

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responſio ad penultimam.

De ipſius & Agnati ejus in Societatem Londinenſem receptione. De Calculi differentialis hiſtoria. De Logarithmiſ Numerorum negativorum. *Varia.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor Honoriſſime!

1713.
April.

GRATULOR Tibi receptionem in Societatem Regiam Anglicanam, vel potius gratulor Societati, cui ornamentum addis. Magis eſt cur gratuler hunc honorem Tuo ex Fratrem Nepoti; huic enim non tantum decus, ſed etiam auctoritatem addet apud Curatores Patavinos. Spero eum in Batavis cogitaſſe non-nihil de praxi fluminum regendorum. Nam ut ex Dno HERMANNO intelligo, competitor quidam apud Patavinos hoc uno ſe jactat potiſſimum.

Dnus NEWTONUS merito Te ſibi obſtringere voluit: Quæ in ipſius Principiis notaveris in Actis videre gratum erit.

COLLINSIUS obiit quæſo, antequam Calculus differentialis innotuſceret; ſed ille cum OLDENBURGIO, WALLISIO, NEWTONO, me, aliſque commercium aliquod litterarium exercebat in rebus arithmetiſ, geometriciſ, analytiſ. Quid inde elicituri ſint ad natales novæ Analyſeos Anglicanos ſtabilien- dos, apparebit, ubi prodierit hoc Commercium. Ego neſcio utrum ante Te ſim conſpecturus, cum tam longè abſim a domo.

Vereor ut NICOLIUS Cycloïdiſ, LAGNIUS Tetragonifmi circulariſ bonam dent Hiſtoriam, niſi nobiſcum communi- cent.

Conce-

Concedis mihi, ut video; si sit aequatio generali. $2^e = x$, 1713. ponaturque in casu $x = 1$ esse $e = 0$, & in casu $x = 2$ April. [si placet] esse $e = 1$, tunc sequi, non posse assignari e , cum $x = -$. Sed addis banc suppositionem Logarithmorum pro numeris positivis esse arbitrariam, nam retenta aequatione generali $2^e = x$, posse assumi, ut e sit 0, cum $x = -1$. Verum enim vero, ut taceam priorem suppositionem esse magis naturalem, considerandum est 1° in posteriore effici ut logarithmus aliquis quantitatis affirmativæ, negativæ, & impossibilis sit idem. Nam cum duplum & dimidium ipsius 0 sit 0, erit 0 logarithmus tam ipsius -1 , quam quadrati ejus $+1$, & radice quadraticæ ejus $\sqrt{-1}$.

Et 2°. Sequetur hoc amplius, 2° non esse quantitatem fixam, sed infinitos habentem significatus, nam non tantum 2° erit -1 , ut supponebatur, sed erit $2^e = +1$ & $= \sqrt{-1}$, & $= \sqrt[4]{-1}$ & $= \sqrt[8]{-1}$ & sic in infinitum. Et ita nisi 2° sit quantitas ambigua, hæc omnia coincident inter se. Sed si initio tantum ponamus $2^e = 1$, nihil tale occurrit, quia, quæcunque potentia aut suppotentia ipsius 1 est 1, non vero quævis potentia aut suppotentia ipsius -1 est -1 .

Fit etiam 3° per hypothese[m] logarithmorum pro negativis; ut fiat transitus a negativis numeris ad positivos, & contra. Nam si duplices logarithmum numeri negativi, habebis logarithmum quadrati a numero positivo; exempli gratia si $x^e = -2$ erit $x^{2e} = +4$; sed hunc transitum Tu ipse improbas, vel ex spectata natura curvæ.

Præterea 4°, logarithmis negativorum admissis, habentur & logarithmi possibili[m] impossibilium, qui erunt dimidiati logarithmi negativorum; sed sumtis logarithmis non-nisi positivorum, nunquam venietur ad logarithmos possibili[m] impossibilium.

Denique 5°. Admissa hypothese[m] logarithmorum pro negativis, fiet falsum quod concessisti. Nam concessisti ab initio, incompatibilia esse $2^e = 1$ & $2^e = -1$, ita ut e possit assignari. Sed si admittas hypothese[m] $2^e = -1$, fiet etiam $2^e = 1$.

Ergo

1713.
April.

Ergo compatible sunt $2^e = 1$ & $2^c = 1$ posito $e = 0$ contra concessa.

Ex his omnibus vides hypothefin de Logarithmis numerorum negativorum non tantum esse parum naturalem & inutilem, sed etiam non admittendam. Hinc etiam & aliunde quoque statui, proportionem non habere locum in quantitibus negativis; nec dicendum esse -1 ad $+1$ ut $+1$ ad -1 , licet productum ex extremis hic faciat æquale producto ex mediis; quia identitatis rationum fundamentum est in similitudine, quæ hic nulla est. Nam quomodo potest $+1$ esse ad -1 , ut est -1 ad $+1$, cum prior ratio sit majoris ad minus, posterior minoris ad majus. Etsi ergo verum sit esse æquales has duas fractiones $\frac{+1}{-1}$ & $\frac{-1}{+1}$, non tamen fractiones idem sunt ac rationes, licet hæc per illas indicentur. Ex quibus intelligitur, in ipsis rei Analyticæ fundamentis aliqua adhuc neglecta fuisse.

Spero Dominum HERMANNUM nostrum jam apud vos esse, & iter suum *Beralinense* acceleraturum; ita enim omnino opus est; & rem Cathedræ *Patavinæ* in statu quem volumus collocasse, Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Viennæ Austria* 26. Aprilis 1713.

Deditissimus

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Parisiis ad me destinati erant loci (1) Dni *Marchionis* HOSPITALII, & *Analysis* Patris REINEAU; sed negligentia sive fraude Bibliopolæ Galli, qui in Batavis agit, ad me non pervenere. Itaque rem pergratam faceret Dominus Agnatus tuus, si mihi hæc opera afferret, una cum *Monmortiano* opere, ac non-nullis ROLLII, & LAGNII, aut similibus, velut PARENTII *Miscellaneis*, nam non-nisi *Mechanica* ejus habeo. *Basilea* possent cum tempore *Francofurtum* deferri. Pretium ut par

(1) *Intelligit opus de Sectionibus Coni.*

LEIBNITII ET BERNOULLII, EPIST. CCV. 305
per est, jubens reddam. Quid BLANCHINUS, vir insignis &
mihi olim amicus, Roma advectus; nunc in *Gallia Angliaque*
egerit, nosse velim: præclarus est in Astronomia & Antiquitate.

E P I S T O L A CCVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM

Responſio ad præcedentes.

De *Logarithmis Numerorum negativorum.* De COLLINSII *Commer-*
cio Epistolico. De primo *Inventore Calculi differentialis.*

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor
Honoratiſſime!

IN penultimis tuis 25. Martii datis, in procinctu ad reditum 1713.
Te dicebas, qui tamen 26 Aprilis, quo novissime ad me Jun.
litteræ Tuæ exaratae sunt, *Viennæ* etiamnum hæſiſti: Ego vero
incertus ubinam locorum Te quæram, hæce meas *Hanoveram*
dirigam, more ſolito; quæ ut Te ibi offendant reducem, ſalvum,
& incolumem, eſt quod ex animo voveo. Biduo poſtquam ac-
cepiffem poſtremas Tuas, Agnatus meus huc appulit ex *Galliis*,
ita ut quos petiſti libros ipſe aſportare non potuerit.....

Instantiæ Tuæ & objectiones contra Logarithmos numerorum
negativorum, omnes ex eodem falſo principio fluunt, quod ſo-
lo attentionis defectu pro vero aſſumis. Si enim vel tantillum
mentem advertere voluiſſes, ejus falſitatem facile detexiſſes. Nunc
quidem non litigabo, quod ſuppoſitio Logarithmorum pro nu-
meris negativis, ſit æque naturalis quam altera illa pro numeris
poſitivis; definiendum eſſet quid per *naturale* intelligeres; ſi na-
turale eſt id quod uſu receptum eſt, quod per conſuetudinem
eſt introductum; concederem ſuppoſitionem Logarithmorum pro

1713.
Jun.

numeris negativis minus naturalem esse quam illam cui assueti sumus. Sic etiam Logarithmi refluentes [ut vocant] minus naturales erunt, ut & arithmetica Tua dyadica ac WEYGELII Te tractys, quæ usu tamen non carent, licet jam naturalius sit, [quia usitatus] uti decem notis numeralibus quam duabus, aut quatuor, vel quinque. Quod vero attinet ad ipsius Principii [quod tacite supponis] falsitatem, hæc in eo consistit, quod quæ vera sunt tantum pro Logarithmis numerorum affirmativorum, ea quoque ad Logarithmos numerorum negativorum applicare velis, non considerans ex quo fundamento illa sint deducta; alias statim vidisses causam, ob quam applicatio ad Logarithmos negativorum non valeat. Sed respondebo κατὰ πόδα; ad quinque tuas objectiones.

Dicis 1^o in suppositione Logarithmorum numerorum negativorum effici, ut Logarithmus aliquis quantitatis affirmativæ, negativæ & impossibili sit idem: quod quidem de affirmativis & negativis verum est; concedo enim habere communes Logarithmos: sed consideremus rationem, ex qua concludis etiam quantitatis impossibili Logarithmum esse eundem; nam cum duplum, ais, & dimidium ipsius 0 sit 0; erit Logarithmus tam ipsius — 1, quam quadrati ejus + 1, & radicis quadraticæ ejus $\sqrt{-1}$. Hæc non animadvertis, quod non absolute essentialia sit Logarithmis, ut duplum alicujus Logarithmi sit Logarithmus numeri quadrati, & dimidium Logarithmi sit Logarithmus radicis: Oportet ut attendas, duplum Logarithmi dare proprie Logarithmum ejus numeri qui est tertius geometrice proportionalis ad primum numerum [hoc est ad unitatem, sive affirmativam, sive negativam] & ad numerum propositum; qui tertius proportionalis, in affirmativis tantum est numeri propositi quadratus; in negativis non item. Deinde attendere debes, dimidium alicujus Logarithmi non absolute esse Logarithmum radicis quadraticæ; sed potius esse Logarithmum medii proportionalis inter primum numerum [hoc est unitatem, sive affirmativam, sive negativam] & numerum propositum; qui medius proportionalis in affirmativis tantum est radix quadratica numeri propositi, non vero

vero in negativis. Quod si itaque ratiocinium Tuum recte insti-
 tuas. dicendo : *Nam cum duplum & dimidium ipsius 0 sit 0, Jun.*
erit 0 Logarithmus tam ipsius — 1, quam tertii proportionalis
ad — 1 & — 1, qui est — 1 × — 1 = + 1, & medii
proportionalis inter — 1 & — 1, qui est $\sqrt{(-1 \times -1)}$
 $= + \sqrt{+ 1}$ vel $-\sqrt{1}$; Nihil certe absurdi inde sequitur.

Dicis 2° sequetur hoc amplius 2° non esse quantitatem fi-
 xam, sed infinitos habentem significatus; nam non tantum 2°
 erit $= - 2$, ut supponebatur, sed erit 2° $= + 1$ & $=$
 $\sqrt[2]{-1}$ & $= \sqrt[3]{-1}$ & $= \sqrt[4]{-1}$, & sic in infinitum,
 & ita nisi 2° sit quantitas ambigua, hæc omnia coincident in-
 ter se. Hæc secunda objectio est tantum Corollarium prioris; il-
 la itaque sublata, & hæc cessat: nego enim 2° fore $= \sqrt[2]{-1}$,
 & $= \sqrt[3]{-1}$, & $\sqrt[4]{-1}$, &c. sequitur enim nihil aliud quam
 quod 2° sit $= \sqrt[2]{-1} \times -1$, & $\sqrt[3]{-1} \times -1 \times -1$, &
 $\sqrt[4]{-1} \times -1 \times -1 \times -1$, &c. quæ omnia faciunt $\pm \sqrt{+ 1}$, hoc est + 1, vel
 quod hic valet, — 1, id quod nihil absonum est.

Urget 3° fieri per bypotbesin Logarithmorum pro negativis,
 ut fiat transitus a negativis numeris ad positivos & contra:
 Nam si duplicem Logarithmum numeri negativi, me habere asse-
 ris, Logarithmum quadrati a numero positivo, exempli gratia,
 si $x^e = - 2$, fore $x^{2e} = + 4$: sed hunc transitum in ip-
 sum negare, vel ex spectata natura curvæ. Verum pristina re-
 currit responsio: nego scilicet duplicando Logarithmum haberi
 Logarithmum numeri quadrati. Vidisti enim ex duplicatione illa
 oriri Logarithmum tertii proportionalis ad unitatem (affirmati-
 vam, aut negativam) & ad numerum propositum. Sic itaque
 si $x^e = - 2$ concludendum fore $x^{2e} = - 2 \times - 2 = + 4$,
 quod nullum transitum arguit a negativis ad positivos.

Eadem est responsio ad Objectionem quartam, quando dicis,
 Logarithmis negativorum admissis, haberi & Logarithmos possi-
 biles impossibilitum, qui sint immediati Logarithmorum negativor-
 um; supra quippe in responsione ad objectionem primam, vi-
 disti dimidiationem Logarithmi non dare (nisi per accidens) Lo-
 garithmum radices, sed medii proportionalis inter unitatem (affir-

1713.
Jun.

mativam; aut negativam) & numerum propositum, hic autem medius proportionalis nunquam est impossibilis.

Quod denique objicis 5°, *admissa Hypothesi Logarithmorum pro negativi, si ri factum quod concesserim; nam me concessisse ab initio incompatibilia esse* $2^\circ = 1$ & $2^\circ = -1$, ita ut e possit assignari. Sed si admittam hypothesin $2^\circ = -1$ fieri etiam $2^\circ = 1$; ergo compatibilia esse $2^\circ = 1$ & $2^\circ = -1$, posito $e = 0$, contra concessa. Eandem repetis sequelam quam falsam ostendi. Ex eo enim, quod admittam hypothesin $2^\circ = -1$, non sequitur fieri etiam $2^\circ = 1$, sed tantum $-1 \times -1 : -1 = -1$. Ita vides difficultates Tuas omnes dilutas. Non dubito quin si cum aliqua attentione rem perpendere velis, mihi sis assensurus. Volui hac vice distincte ad puncta singula respondere, ut in posterum lites serere circa rem leviculam abstinamus.

Attulit Agnatus meus *Lutetia* exemplar unum *Commerci Epistolici Dni. Joh. COLLINSII & aliorum de analysi promota*, (1) quod *Abbas BIGNONIUS*, qui plura Exemplaria Eruditis distribuenda, *Londino* missa, acceperat, ipsi tradidit. Legi illud, nec sine attentione sufficienti. Displicet inprimis modus procedendi parum urbanus; accusaris statim coram Tribunali, quod ut videtur, ex ipsis Actoribus & Testibus consistit, tanquam plagii reus, postea productis documentis contra Te, fertur sententia; causa cadis, damnaris. Recensionem, in *Actis Lipsiensibus*, Januarii 1705 editam, Libri *NEWTONI De numero curvarum secundi generis*, deque *Quadratura figurarum*, Tuo stylo conscriptam pronuntiant; imo postea Tibi, tanquam Auctori, diserte imputant. Hæc recensio inprimis conquerendi ansam præbuit, bilemque movit accusatoribus tuis ut-pote quam *NEWTONI* inventis nimium derogare existimant. His itaque permotum fuisse *KEILLIUM*, ut in Epistola, in *Philosophicis Transactionibus* impressa, *NEWTONO* quod suum est vindicaret, ostenderetque fluxionum Arithmeticam inventam esse ante Calculum differentialem;

(1) Editi *Londini* 1713. 4°. & deinde *Ibid.* 1722. 8°.

lem : Imo hunc postea, mutatis tantum nomine & notationis modo, ab illa esse mutuatum. & illum NEWTONO subreptum sub alia tantum facie in *Actis Erud.* a Te editum fuisse. Sed ut ego dicam quod de hac re sentio, quantum quidem ex hac farragine Epistolarum constare potest; videtur MERCATOR primus Serierum inventor per continuam divisionem, JAC. GREGORIUS, postea hanc materiam excolens, incidit, ut apparet. primus in Circuli Quadraturam Arithmetica $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \text{\&c}$, quum Tu, inscius, sine dubio, quod jam ante Te fuerit detecta, tanquam Tuam in *Actis* edidisti; & revera Tua fuit æque ac GREGORII; invenisti enim (scilicet posterior) æque ac GREGORIUS; nam *Invenisse est industrie, sed primum invenisse est sollicitatis*, ut WALLISIUS alicubi dicit. Deinde videtur NEWTONUS, occasionem nactus, Serierum opus multum promovisse per extractiones radicum, quas primus in usum adhibuit, & quidem in iis excolendis, ut verisimile est, ab initio omne suum studium unice posuit, nec, credo, tunc temporis vel somniavit adhuc de Calculo suo fluxionum & fluentium; vel de reductione ejus ad generales operationes Analyticas, ad instar Algorithmi vel Regularum Arithmeticarum & Algebraicarum inservientes. Cujus meæ conjecturæ validissimum indicium est quod de litteris punctatis $x', x'', x'''; y, y', \text{\&c}$. quas pro differentialibus $dx, ddx, d^3x; dy, ddy, \text{\&c}$. nunc adhibet, in omnibus istis Epistolis, nec volam nec vestigium invenias; imo nequidem in *Princip. Philos. Natural*; ubi Calculo suo fluxionum utendi tam frequentem habuisset occasionem, ejus vel verbo fit mentio, aut notam hujusmodi unicam cernere licet, sed omnia fere per lineas figurarum, sine certa Analyti, ibi peraguntur, more, non ipsi tantum sed & HUGENIO, imo jam antea dudum TORRICELLIO, ROBERVALLIO, FERMATIO, CAVALLERIO, & aliis, usitato. Prima vice hæ litteræ punctatæ comparuerunt in tertio Volumine Operum WALLISII, multis annis postquam Calculus differentialis jam ubique locorum invahisset. Alterum indicium, quo conjicere licet Calculum fluxionum non fuisse natum ante Calculum differentialem, hoc est,

1713.
Jun.

quod veram rationem fluxiones fluxionum capiendi, hoc est; differentiandi differentialia, per gradus ultiores, NEWTONUS nondum cognitam habuerit: quod patet ex ipsis *Princ. Phil. Nat.* pag. 263, ubi pro differentiis, vel incrementis, primo, secundo, tertio, quarto &c. alicujus potestatis, exempli gratia, x^n , judicat ponendos esse secundum, tertium, quartum, quintum &c. terminos ipsius $(x + o)^n$ in Seriem expansæ per extractionem, nempe $x^n + \frac{n}{1} x^{n-1} o + \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} x^{n-2} o^2 +$

$\frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} x^{n-3} o^3$, &c. (intelligit per o incrementum con-

stans ipsius x , quod nunc notaret per x). Vides autem, quod vera differentiandi methodus evincit hanc Regulam NEWTONI falsam esse. Nam, excepto primo & secundo termino, reliqui omnes abluunt a differentialibus superioribus potestatis x^n . nam differentialis secunda non est $\frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} x^{n-2} o^2$, sed simplici-

ter $n(n-1)x^{n-2} o^2$. & differentialis tertia non est $\frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3}$

$x^{n-3} o^3$, sed tantum $n(n-1)(n-2)x^{n-3} o^3$, &

ita de reliquis, & hoc ipsum est, quod in nupero meo schediasmate *Actis Lipsiensibus* inserto jam notavi, sed ex eo tempore, quo hæc scripseram; animadverti (quod Agnatus meus mihi ostendit) NEWTONUM in suo errore perseverasse, Usque ad annum 1711, quo Libellus ejus cui Titulus: *Analysis per quantitatum series fluxiones ac differentiales, cum Enumeratione linearum tertii ordinis*; qui antea Tractatui Optico erat adnexus, fuit recusatus, (2) ut-pote in quo (pag. 64), sicuti in præcedenti editione Tractatui Optico adnexa, asserit adhuc terminos

secundum, tertium quartum, &c. hujus seriei. $z^n + noz^{n-1} + \frac{n \cdot n-1}{1 \cdot 2} oo z^{n-2} + \frac{n \cdot n-1 \cdot n-2}{1 \cdot 2 \cdot 3} 3no^3 z^{n-3}$, &c. exprimere in-

crementa primum, secundum, tertium &c. ipsius z^n . Sed, quod notandum, in exemplari quod mihi dono misit per Agnatum meum,

(1) Londini in 4°;

meum, ibi calamo adscripsit altera vice voculam, *ut* : nam ubi ^{1713.}
 habebantur hæc verba *tertius* (terminus) $\frac{n n - n}{-2} \circ \circ z^{n-2}$ erit ejus ^{Jun.}

incrementum secundum, & *quartus* $\frac{n n - 3 n y + 2 y^2}{6} \circ z^{n-3}$ erit

ejus incrementum tertium; Interferuit *ut*, scribendo nunc, erit
ut ejus &c. Adeo ut errorem suum non animadverterit, nisi bre-
 vi ante, & forte non nisi post adventum Agnati mei in *Angliam*
 ex quo alia quoque expiscati sunt Angli. Constat igitur
 NEWTONO rectam Methodum differentiandi differentialia non
 innotuisse, longo tempore postquam nobis fuisset familiaris. Sed
 cogor abrumpere hac vice; rogo vero, ut quæ hic scribo, iis
 recte utaris, neque me committas cum NEWTONO ejusque po-
 pularibus; nollem enim intmisceri hisce litibus.

.....
 Alias plura : Nunc Vale & Fave.

Basilea 7. Junii. 1713.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI

P. S. Cl. HERMANNUS nondum appulit, sed indices ex-
 pectatur.

EPISTOLA CCVII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responſio ad præcedentem.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De COLLINSII Commercio Epistolico.

Vir Celeberrime, Favor Honoratissime !

1713.
Jun.

NON vacat nunc discutere quæ meæ Doctrinæ de impossibilitate Logarithmorum numeris negativis assignatorum iterum opponis; si quid enim judico, non potest facile hic controversia esse, nisi in modo loquendi, res ipsa vero satis clara est; impossibilium quantatum impossibiles esse Logarithmos & duplum impossibilis impossibile esse; Logarithmum denique numeri esse duplum Logarithmi radice; plura addi ad sententiam meam necesse non putabam. Si aliter Logarithmum sumis, ut hæc locum non habeant, nihil hoc ad me. Concessisti, si sit $2^e = x$, &posito $e = 0$, sit $x = 1$, non posse dari e posito $x = -1$. Hoc mihi sufficit, nec aliud intelligo, cum dico non dari Logarithmum negativorum, & in hac mea Logarithmi definitione utique continetur Logarithmum numeri esse duplum Logarithmi radice quadraticæ. Alias tamen tuas Annotationes examinabo. Magis naturale putem appellandum non id cui magis assueti sumus, seu quod natura prius est & simplicius.

Cum heri demum Tuas litteras *Hanovera* acceperim, iisque statim respondere velim, cætera differo.

Angli-

Anglicanum libellum mihi oppositum nondum vidi; merentur illæ infulsæ rationes, quas afferri ex Tuis conjicio, sale satyrico defricari. Poterant NEWTONUM suum in compositione inventi Calculi conservare, sed apparet non magis eum cognovisse Calculum nostrum, quam APOLLONIUS cognovit calculum VIETÆ & CARTESII speciosum. Fluxiones cognovit, non Calculum fluxionum, quem demum, ut recte judicas, nostro jam edito conflavit. Itaque plus justo ei attribui ipse, & humanitatis meæ hoc pretium fero.

Scribit mihi Dominus Agnatus tuus, in recensione *Lipsiensi*, de qua queruntur, valde attolli TSCHIRNHAUSII inventa. Ego non bene memini, sed si ita est, facile judicas illam *Newtoniani* libri recensionem non esse a me; ego enim tam magna mihi de Dno TSCHIRNHAUSIO, ut scis, non promittam.

Ubi domum reversus fuero, KEILII dissertationem manuscriptam mihi missam inspiciam, quam ego ut par est sprevi. Volebat, credo, ille ut ferram cum ipso reciprocarem. Resposidi simpliciter ad amicum, hominem novum & parum versatum in Historia inventorum anteriorum, somnia sibi fingere, de modo quo me mea cognovisse putat. Jussu autem Societatis has nugas ad me missas non poteram suspicari, etsi miserit SLOANUS.

Nunc primum audio GREGORIO attribui meum inventum magnitudinis Circuli: HUGENIUS & quoque alii *Parisiis* testes sunt inventionis meæ, & modi quo inveni. HUGENII hac de re litteras adhuc inter schedas meas esse puto. Quin ipse NEWTONUS inventum meum OLDENBURGIO tunc communicatum in litteris suis laudavit, modumque inveniendi meum singularem esse fassus est. Ignorabat ergo tunc inventionem GREGORII.

Satis apparet NEWTONUM id egisse suis blanditiis, ut benevolentiam Tuam captaret; conscium sibi quam non recto stentalo quæ molitus est. Ego tamen nolim, ut in mei gratiam Tibi negotium facessas, expecto tamen ab æquitate Tua & candore,

1713.
Jun.

dore, ut profiteris apud amicos quam-primam, & publice data occasione, Calculum NEWTONI nostro posteriorem Tibi videri.

Velim nosse quid judicent *Parifini*. VARIGNONIUM pro me stare vix dubito; sed nonnulli alii. libenter fortasse arripiant occasionem carpendi sibi datam, sed hæc, credo, a parum intelligentibus fient.

Jam a multis annis hæc *Anglis* nonnullis, etiam insignibus Viris, vanitas est inolita, ut captarent occasionem res *Germanorum* involandi, & pro suis venditandi. BOYLIIUS *Glauberianum* inventum nitri regenerati sibi tribuit; idem totum inventum Anthlæ Pneumaticæ a GERIKIO habuit, & tantum minuta quædam in ejus structura mutavit, & tamen *Angli*, & eorum exemplo alii, verum inventorem ignorantes, Machinam *Boylianam* appellarunt. Ita nunc libenter *Nicolaum* MERCATOREM *Hofatum* gloria primæ inventionis Serierum privare vellent, & mihi indignati sunt optimi Viri & mihi amici decus vindicanti. Sic HUGENIUS HEURAETII inventum contra WALLISII oppositiones vindicavit NEILIO cuidam eas tribuentis.

Dicis a Domino Agnato tuo non tantum NEWTONUM habuisse videri quamdam erroris sui correctionem, sed & alia nonnulla ab eo expiscatos esse *Anglos*; hæc qualia sint rogo ut indices, inservient enim nobis ad cautelam. Spero eis nondum innotuisse meum modum tangentis inveniendi curvarum quarundam non vulgari modo compositarum, ex quo deinde præclaras consequentias duxisti (1). Nondum enim, quod sciam, publicatus, spero etiam eum Italo illi, cui cum Domino HERMANNO lis fuit, non fuisse communicatum. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Vienna Austria* 28. Junii 1713.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Vid. Epistol. LIX, LX, LXL*

EPIS-

E P I S T O L A CCVIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM

Responsio ad præcedentem.

De Logarithmis Numerorum negativorum. De Commercio Epistolico COL-
LINSII. De Problemate ANGLIS proponendo. De CHÆINÆI
jactantia. De HERMANNO.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Hono-
ratissime!

PER me licet definire logarithmum pro arbitrio Tuo; modo 1713.
non neges [quod ab initio concessisti] assumptionem uni-
tatis affirmativæ pro primo numero esse mere arbitrariam; adeo-
que licere unitatem negativam pro primo numero adhibere, ut
scilicet supponatur $\log. - 1 = 0$; quo fit ut omnia, quæ de
logarithmis numerorum negativorum in anterioribus meis litteris
scripsi, bene procedant; nec tamen inde quod metuis sequatur,
impossibile quantitatum fore possibiles logarithmos. Vidisti quo-
que quo sensu verum sit, logarithmum numeri esse duplum lo-
garithmi radices, & quam parum evertat existentiam duarum lo-
garithmicarum super eodem axe, a Te primo negatam, a me
vero ex ipsa Hyperbolæ natura postea demonstratam. Hoc autem
unicum erat quod volebam. Id, si mihi nunc concedas, patiar
libenter ut reliqua sint meræ definitionis.

De libello *Anglicano* multa non habeo quod addam jam in
superioribus a me dictis; Forte invenies ipse plura, ubi ipsum
libellum videris. Quid *Parisini* in universum de eo sentiant non-
dum equidem mihi constat. VARIGNONIUM quod attinet,
ille in suis litteris *Anglorum* procedendi modum eorumque ar-
gutas in arrogando præfationes valde improbat: Optat vero,

R r 2

ut

1713.
Jul.

ut in longa possessione Te non turbassent. Quo ipso mihi in mentem revocavit communem fere sortem Tibi esse cum Principe Tuo, ut - pote quem iniquiores *Angli* dejectum cuperent a successione Regni, uti Te a possessione Tui calculi. Interim non dubito, quin Tibi eum vindicandi supersint argumenta bene multa, tam ex privatis litteris quam aliunde petenda. Quantum mihi de rei veritate innotescit, facile judicabis nihil me celaturum, siue apud amicos, siue publice, ubi occasio id postulerit; nec est cur timeas aliquid blanditiis a me obtineri posse in æquitatis meæ præjudicium. Magni quidem facio *NEWTONUM*, ejusque benevolentiam minime contemno, sed non spero eum aliquid præter honestatem a me petiturum, uti certe nihil hactenus petiit. Et si quis peteret, vel petere fustineret; nihil responsi a me aliud referret, quam tritum illud; *Amicus SOCRATES, amicus PLATO, sed magis amica Veritas.*

Quæ Agnatus meus *Anglis* communicavit, partim *NEWTONI Principia Philosophiæ* spectant, quorum nonnulla in *Actis Lipsiensibus* videbis; partim alia, quæ ad analyticam non pertinent; ideoque timere non debes revelatum ipsis esse modum illum singularem tangentes inveniendi curvarum quarumdam, & de differentiationis transitu a curva in curvam, hoc est, de invenienda differentia inter duas curvas infinite propinquas; quam materiam, si bene memini, valde promovi, & ad alia non vulgaria nec facile obvia feliciter applicui. Qualia si tentaminis loco *Anglis* proponerentur, foret meo judicio brevissima via ad os obturandum illis; si nimirum infirmitatem suam & Calculi sui, cujus tantopere jactant antiquitatem, insufficientiam proderent, atque sic inviti palmam cedere cogerentur: quamobrem Problemata quædam excogitare deberes hac sola methodo solubilia, ut inde discerent esse quædam saltem, quæ nos suo Calculo fluxionum non debemus: sicuti *CHRYNÆUS* quondam (1) inepte jactavit, nihil nempe intra hos 20 vel 30 annos prodixisse in lucem quæ non sint iteratæ repetitiones, vel ad summum levia tantum Corollaria eorum, quæ *NEWTONUS* jam-

(1) *In methodo Fluxionum inversa pag. 59. & 60.*

jam pridem invenerit. Quasi nobis nihil amplius relictum fuisset, vel nullius esset pretii, quod subinde a nobis publicatum extat, & cujus in *Newtonianis* ne vestigium quidem videre est; qualia sunt quæ de Catenariis, Velariis, Isochronis Paracentricis, Brachystochronis, de novis proprietatibus Cycloidis, de ejus segmentis innumeris quadrabilibus, de Calculo exponentialium seu percurrentium, eosque differentiandi modo, de Coëvolutarum dimensione, de Motu tractorio, de Reptorio, de Curvarum reductione ad circulares, de earum transformatione, & de innumeris aliis, quæ *Angli* pro parte tractarunt, sed omni suo Calculo fluxionum adjuti irresoluta reliquerunt, quod vel ex solo Problemate Catenariæ & Curvarum transformandarum patet, cui pertinaciter & longo tempore insudantes, aliud nihil quam turpes paralogismos produxerunt. Reliqua vero nostræ si spernere affectant, qui sit quod ea omnia corradere, & in suam linguam convertere non dedignentur; exemplo illius *Angli* nobilis DES-HAYES, cujus extat liber in folio, anglice conscriptus, (nescio an videris) continens *Marchionis* HOSPITALII Analysin & reliqua nostræ hinc inde ex *Actis Lipsiensibus* aliisque Diariis compilata, & omnia verbotenus translata. Præterea nihil fere, vel parum admodum, de *Newtonianis*, suisve aliis, Editor admiscuit, licet prodigus admodum sit in laudes NEWTONI, nostri vero parcus laudator, nec nisi in Præfatione, & quidem ita, ut qui nostræ non cognoverit non facile judicaturus sit, illa quæ tractat inventa ad nos magis pertinere quam ad alios obscuri nominis, quorum integram phalangem nobiscum memorat, & tantam multitudinem obtrudit, ut, quemadmodum persuadere conatur, plagii suspicionem a se amoveat. Sed contrarium facit manifestum dum veros auctores & inventores sub nube reliquorum, a quibus nihil mutuatus est, abscondit, & ita quod unicuique debet subdole dissimulat: Num quid iniquius censes?

Cæterum non denegavi Tibi gloriam inventionis quadraturæ circuli per Seriem $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots$ &c. Dixi tantum ex literis GREGORII patere GREGORIUM fuisse primum hujus

1713.
Jul.

Seriei inventorem; sed ipse videbis quid hac de re sit credendum, ubi ad manus habueris Libellum Epistolarum. Potest esse, ut GREGORIUS invenerit prius, quod Tu postea etiam Tuo Marte invenisti, & inscius quod ante Te jam fuerit ab alio inventum. Interim, si per litteras probare potes ipsum NEWTONUM Te primum credidisse Inventorem, & inventum laudasse, hoc in rem Tuam apprime faciet simulat enim NEWTONUS, in aliquibus litteris in Libello isto publicatis, se non adeo magni-facere hanc Seriem, ob segnem admodum advergendum, ut & sibi dudum innotuisse, quod primo inventa fuerit a GREGORIO.

Tandem HERMANNUS noster, a Catharro pectorali, quo laborabat, restitutus, ante octiduum iter ingressus est, *Argentoratum* petens, hinc *Francofurtum ad Manum*, ubi non diu morabitur, sed citissime perget *Francofurtum ad Viadrum*, Provinciam sibi demandatam auspicaturus. Quid de sede sua *Pata-vina*, discessu suo vacante relicta, constituerint Proceres *Veneti*, aut quid sint constituturi, ipsi æque ac mihi ignotum hactenus fuit Tradidit nuper Cl. HERMANNUS Agnato meo Diploma a Domino CUNEO acceptum, quo in Societatem Regiam Berolinensem cooptatur; pro quo jam gratias egit Domino CUNEO per litteras, per Dominum HERMANNUM ad eum deferendas. Hisce quidem Vale, Vir Amplissime, & Fave.

Basilea a. d. 29. Julii 1713.

Amplitudini Tuæ Devotissimus

J. BERNOULLI.

EPIS.

EPISTOLA CCIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

De Profefſione Patavina. De Commercio Epiftolico COLLINSII.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratiſſime!

A Te & a Dno. Abbate FARDELLA litteras eodem fere ^{1713.} tempore accepi. FARDELLA *Barcinone* in Aula, me com- ^{Auguſt.} mendante, egerat, ubi rebus ſuis non male conſuluit. Inde gravi ſymptomate Apoplectico percuffus, & præter ſpem recreatus, aliquandiu *Neapoli* egit, & nunc valetudinis cauſa *Aponum* ad aquas calidas prope *Patavium* acceſſit, ſcribit ad me *Patavio* 4 Auguſti, Cathedram diſceſſu Dni HERMANNI vacuefactam adhuc vacare, & operam ſuam promittit.

Interea aliquid in mentem venit, quod Tibi in aurem dicam. Quid ſi Tibi ipſi, aucto ſtipendio, demandaretur ſparta *Patavina*? Eſt enim, ni fallor, ſalarium multo pinguius *Baſileenſi*, & in Tui, credo, gratiam augetur; nec magnum adeo eſt ab *Helvetii* ad *Patavinos* iter, & locus credo magis conveniret tuæ valetudini, quam *Germania* inferior, nec tibi Medico & Mathematico Religionis diverſitas nocebit. Tibi Tuus ex Fratre Nepos *Baſilea* ſuccedere poſſet. Aperui ſententiam meam Dno. FARDELLÆ, litteris hodie datis, addidique nihil poſſe Reformatores ſtudii facere, quod magis faciat ad Academiae illius decus. Addidi me Tibi in hunc ſenſum eſſe ſcripturum, & a Te petiturum • ut ipſi recta mentem Tuam ſignifices, quod poteris facere ænigmatice. Si modo ei dicas an ſententiæ meæ accedas, vel non. Nam ſi refutas, diſſimulabit ille conſilium, & pro Dno Nepote Tuo laborabit; ſin mihi accedis, poterit ille

oſten-

1713.
August.

ostendere Senatoribus *Venetis* Academiae curam gerentibus, quantum Te vocato ornamenti sit Academiae accessurum.

Vereor ne Dno. Nepoti Tuo nonnihil obsit juvenus; et si enim Dno. HERMANNO non obfuerit, erat tamen alius tunc habitus rerum, & plus tunc fortasse poterat FARDELLA, qui nunc diu absens aliam, puto, rerum faciem invenit. Accepi *Roma* cogitasse Proceres de Mathematico quodam *Roma* vocando, Viro ex ordine quodam Religioso, sed nomen excidit. Ea res facit ut timeam ne nostrae commendationes non satis validae fuerint Quidquid ejus sit experiemur an consequi destinata liceat, alterutro modo. FARDELLAE significabis, ut assensu etiam Tuo intellecto tamen rem ita gerat, ut non procius sed sollicitatus videare, quod famae tuae meritisque convenit.

Certissimum est omnes in *Anglia* ad novissima usque tempora ignorasse *Jacobum* GEGORIUM Tetragonismum meum etiam habuisse; certe ipse ejus ex Fratre Nepos *David* GREGORIUS hoc ignoravit, & inventum in Libro suo *De Quadraturis* (1) mihi adscripsit. Ubi ad meas schedas reversus fuero, inspiciam veteres litteras quae adhuc extant, in quibus, ni fallor, manifesta erunt vestigia, NEWTONUM Analysin nostram parum exploratam habuisse tunc, cum aliquod ei mecum per OLDENBURGIUM commercium erat. Ego, neglecto KEILIO, aliisque ejusmodi, NEWTONI adulatoribus, hominibus obscuris, cogar NEWTONO ipsi exprobrare animum parum sincerum & acta testimonio conscientiae contraria: nam ipse ignorare non potest Analysin istam infinitesimalem ab ipso ad me proficisci non potuisse, & tamen nugatoribus imperitis talia asserentibus favet & indulget. Ita dum nimia, cum alterius injuria, affectat, cogit me ei jam negare quae, ex meo candore alios aestimans, nimis liberaliter concesseram, credideramque asserenti, in Calculum nostrum de suo eum incidisse; quod verum non esse re diligentius excussa satis apparet.

Intelligo in *Anglia* esse Viros Eruditos, qui processum Viris gravibus & bonis indignum non probant. Et quod conjicis non ab omni veri specie abest, eos, qui parum Domui *Hano-*

veranae,

(1) In *Exercit. Geomet. De dimensione Figurarum*, pag. 42.

LEIBNITII ET BERNOULLII, EPIST. CCX. 321
verane favent, etiam me lacerare voluisse; nam amicus *Anglus*
ad me scribit, videri aliquibus non tam ut Mathematicos &
Societatis Regiæ socios in focium, sed ut Toryos in Whigium
quosdam egisse. Sed ego exigua, credo, scheda efficiam ut
pœniteat eos nugarum. Utar inter alia argumentis Tuis, sed a
Te nominando abstinebo. Quod superest Vale & Fave.

Dabam *Vienna Austria* 19. Augusti 1713.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Spero Dominum VARIGNONIUM curaturum, Te
præsertim hortatore, ne quid in Gallia fiat, de quo queri pos-
sim.

E P I S T O L A CCX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Professione Patavina. De Nova Editione Principiorum NEWTONI.
VARIGNONII *Judicium de Inventore Calculi differentialis.*
De HERMANNO.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Ho-
noratissime.

Q UO die novissimas Tuas accepi, eodem accepit Agnatus 1713.
meus litteras a Domino MICHELOTTO Celebri Medico Septem.
Præctico apud *Venetos*, qui significat Illustrem RUZZINUM
amplexum esse partes Agnati mei, & jam-jam in ejus gratiam
Venetias scripsisse: addit se quoque ejus rem agere, cum opti-
mo

1713.
Sept.

mo successu, apud urbis Proceres & Academiæ Curatores, quos visendi, ut medicus, crebram habeat occasionem. Respondit Agnatus Dno. MICHELOTTO prout rei ratio exigere videbatur. Scripsit quoque me suadente ad Dnum *Abbatem FARDELLAM*, ut in quo statu res suæ essent *Venetis* sciret, & huc quoque operam suam dirigere vellet. Hæc quidem & Tibi sine mora perscribenda duxi, ut quid porro rebus sic stantibus factu opus sit, mature deliberes. Quod interim in mentem Tibi venit de sparta ista mihi ipsi demandanda, vereor vehementer ut unquam aiquem successum fortiri possit. Notti enim me esse uxoratum, imo & numerosa familia onustum, unde difficillimum foret mutare domicilium, nisi forsan consultum putaveris, ut HERMANNI exemplo me in sexennium adstringam, &, relicta familia, pro eo tempore *Patavinis* inserviam; sed dubito, num Academiæ illius Curatores lautum satis salarium offerre vellent, quod suscepti consilii & tantæ mutationis magnitudinem adæquet: nisi enim fortunæ insignis melioratio evidentissime pateret, patriis laribus me avelli non paterer. Binis vicibus vocationem *Ultrajectinam* respui, quamvis honorificis conditionibus stipatam; & modo ante triennium repudiavi bis mille florenos annuos a *Leydensibus* oblatos, cum Professorio munere, ut de emolumentis extraordinariis quæ in Academiis *Hollandicis* ordinaria fere superant nihil dicam, qualia in Academiis *Italicis* non dantur, ut audivi ab HERMANNO, & aliunde idem confirmatum habeo. Adde quod discrimen Religionis me valde moveret, ut *Italicæ* præferrem *Belgicam*: quæ omnia tantum ponderis habent, ut superari non possint, nisi notabili fortunæ augmento, quod se ex *Italia* offerret. Tuum vero hac de re judicium & consilium lubenter audivero. Cæterum recte judicas rem ita gerendam esse, ut non procius, sed sollicitatus videar; etenim famæ meæ non bene conveniret, si post tot honorificas invitationes ultro mihi oblatas, diceretur me ambivisse stationem derelictam ab HERMANNO, qui in nonnullis Discipulus meus fuit: causa hæc est, quare ipse non scripserim Dno. FARDELLÆ, sed per agnatum scribi curaverim.

Pro

Pro voto meo facies, si in scheda quam paras contra libellum Anglicanum argumentis a me suggestis ita utaris, ut Angli Sept. 1713. a me profecta non sentiant; nisi forte quædam invenias, quæ publice extant in Annotationibus meis in *Actis Lipsiensibus* nuper editis; de quibus aliquis *Anulus*, Discipulus antehac meus, nunc *Parisiis* agens, sequentia mihi scribit: *La semaine passée*, inquit, *il arriva un de mes amis d'Angleterre, qui m'informa qu'on n'avoit pas encore achevé d'imprimer la Nouvelle Edition des Principes de Monsieur NEWTON; pour moi je croi que le Cavalier tarde à dessein pour voir, s'il peut, les remarques que vous avez faites sur la première Edition de ce livre: ce qui me confirme dans cette opinion, est que j'ai rencontré l'autre jour un Écossais, qui se mêle un peu de Mathématiques, qui m'a informé qu'une faute, que vous aviez trouvée dans ce livre, faisoit beaucoup de bruit en Angleterre; mais que les amis de Mr. NEWTON la faisoient passer pour une petite faute de calcul.* Qualem vero intelligat errorem quem detexerim, [detexi enim plures] non facile conjiciam, nisi sit ille de quo Agnatus meus eum præmonuit, cum nuper in *Anglia* versaretur, antequam schediasma meum fuisset impressum, & cujus erroris correcturam postea, singulari scheda, suo libro nondum edito inseruit NEWTONUS. Habet autem error iste, qui respicit determinationem resistentiæ medii, pro data cûrva describenda a projectili, originem suam ex eo ipso quod paralogizat NEWTONUS (ut ego ostendi) in differentiandis potestatibus ad ulteriores gradus, seu in capiendis fluxionum fluxionibus omnium ordinum, ope potestatis indefinitæ in Seriem expansæ.

Utrum facile patiatuR VARIIGNONIUS, ut aliquid in *Gallicia* fiat de quo queri possis, in hac præsertim lite ab *Anlis* Tibi intentata, & quid ei hanc in rem perscripserim intelliges ex sequentibus, quæ responsi loco nuperrime mihi reposuit. *Je suis*, inquit, *comme vous, fort mécontent de la mauvaise querelle que Monsieur KEILL vient de susciter à Monsieur LEIBNITZ.* Il me paroît comme à vous que le *Commercium Epistolicum* prouve seulement que Monsieur NEWTON, au temps des *Lettres* qui

1713.
Sep.

y sont rapportées, avoit connoissance des infiniment petits, mais il n'y paroît pas qu'il en eût le calcul tel que Monsieur DE LEIBNITZ l'a publié en 1684, & que Monsieur NEWTON l'a donné 3 ans après dans les Pages 251, 252, 253, de ses Princip. Mathem. où il reconnoît que le Calcul lui avoit été communiqué 10 ans auparavant par Monsieur LEYBNITZ auquel tems il dit qu'il l'avoit aussi, ainsi que la phrase renversée le prouve, sans dire à quel point il l'avoit. Avant vous, Monsieur DE LEYBNITZ, & feu Monsieur votre Frere, je ne sai point qu'on eût passé les premières différences, employées dans les pages précédentes de Monsieur NEWTON, qui n'en a fait mention que long tems depuis dans son Traitté De Quadraturis. Je sui, dis-je, très fâché de voir Monsieur LEYBNITZ forcé de se distraire de ses occupations si utiles au public, pour se défendre d'un mauvais Procès dont le Public n'a que faire.

Ex quo Cl. HERMANNUS hinc decessit, nihil amplius de eo inaudivimus; nisi quod *Francofurtum ad Mœnium* transierit. Speramus autem prope-diem litteras ab eo *Francofurti ad Oederam* datas: Hæc vero, ut Te, feliciter emenso itinere, reducem inveniant *Hanoveræ* saluum & incolumem, est quod ex animo voveo & precor. Hisce itaque Vale & Fave.

Basilea. a. d. 9. Sept. 1713.

Amplitudini Tuæ Devotissimo

J. BERNOULLI.

P. S. Fratris Opus posthumum de *Arte conjectandi* (1), evasit tandem prelum; curabitur ut ad Te quoque exemplar ejus mittatur prima occasione.

(1) Jac. BERNOULLII &c. *Ars. Conjectandi*, Opus posthumum &c. Bas. 1713. 4°.

E P I S T O L A C C X I.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De sua cum Newtonianis lite, deque Doctrina Serierum promovenda.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime !

Gaudeo res Tuas eo loco esse ut mutationem non quæras. Quia 1713.
 Dno Agnato Tuo firma spes est successus, merito prioribus in- Octob.
 hæremus, nec Dnus. Abbas FARDELLA deerit pro suo in nos af-
 fectu. Miror Dnum. HERMANNUM ne verbo quidem rerum sua-
 rum statum significare mihi, ex quo *Italia* excessit.

Dnum. NEWTONUM pœnitebit favisse adulatoribus, & nuga-
 ces eorum conjecturas de meis repertis comprobasse, quas non fun-
 datas esse haud poterat ignorare. Certe quæ KEILIIUS ad me
 miserat, & quæ publice repetiisse intelligo, erant plena ineptiis,
 mihi que refutatione indigna videbantur.

Vellem doctrinam Serierum, in qua potissimum versatus fuit
 NEWTONUS, promovisset longius, inprimis circa modum ag-
 noscendi utrum advergant, qui transcendentibus æque ac ordinariis
 quadret. Ita enim multa in transcendentibus agnosci possent, quæ
 alias non facile paterent. Ideo Dominum Agnatum tuum hortatus
 sum, ut huic argumento diligentius incumbat, repetiique moni-
 tum in adjecta Epistola, vel ideo quod ille de mente mea ex prio-
 re præcipitantius judicavit; cum explicationem verborum meorum
 convenientiorem, credo, mereret.

Universalissima [id est ordinariis æque ac transcendentibus qui-
 buscunque communis] hæc regula est, ut omnis valor per Seriem
 sit advergens, cum partes Seriei in infinitum decrescentes sunt al-
 ternis affirmativæ & negativæ. Et videtur methodus excogitari pos-

1713.
Octob.

te, quamvis Seriem advergentem transformandi in talem. Quamquam & alias vias video, sed quæ amplius excoli mererentur.

Nihilne ad te MOIVREUS scribit de moliminibus *Newtonianorum*, vel BURNETUS, qui hoc anno fuit nonnihil implicatus negotio molesto, quod libellum Aulæ ingratum protrussisse diceretur. Nam Pater ejus Episcopus *Salisberienfi*, qui nuper obiit, erat in partibus Aulæ adversis.

Gratias ago, quod Dni. VARIGNONII sententiam sane æquitati consentaneam mecum communicasti. Is qui litem ab *Anglis* mihi motam in *Diario Parisino* attigit merito irrisit iudices in propria causa.

Non est cur Dnus VARIGNONIUS vereatur ne hæc lis me magnopere turbet, aut tempus mihi perdat; excitabit potius ut aliquid molier, aut quod molitus sum perficiam, a quo fortasse alias abstinuissem. *Ἀγαθὴ δὲ ἡ ἐκ τούτου.*

Non parvi momenti est quod notas errorem *Newtonianum* circa determinationem medii, cujus resistentia data curva describatur, etiam ex non bene intellecta ratione subdifferentiarum profectum esse.

HUGENIUS etiam ad marginem Exemplaris sui quosdam in NEWTONO errores notaverat, (1) ut mihi narravit, qui in *Batavis* Exemplar vidit, cum Bibliotheca Viri distraheretur. Quod superest vale & fave.

Dabam *Vienna* 25 Octobris 1713.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Gratissimus erit libellus Domini Fratris tui p. m. de arte conjectandi.

(1) *Vid. Epist. XXXVII.*

E P I S-

EPISTOLA CCXII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Professione Patavina. De HERMANNO. De Serierum Doctrina. De
NEWTONO.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Ho-
noratissime,

Nescio an Agnato aliqua spes successus superfit; ex quo enim ^{1713.}
a MICHAELOTTO Litteras accepit, in quibus multa promit- ^{Demcebe.}
tebat, nihil amplius ab eo in hunc usque diem intellexit; pariter
responsi nihil accepit ab Abbate FARDELLA; ita ut de felici
eventu jam-jam desperare incipiamus. Fortasse Tibi quid certius
ea de re constat. Quod ad meas res attinet, fateor eo loco illas
esse, ut mutationem non facile permittant.....
Dni HERMANNI Pater mihi dixit se à Filio suo intellexisse quod
Francofurti ad Oleram feliciter appulserit, & paucis post diebus
squam docendi provinciam auspicatus fuerit, ab oratione quadam
inaugurali: Ante abitum ex hoc loco, ad Te litteras misit, nisi ve-
hementer fallor; quas vero intercidisse oportet, si non acceperis.

Tecum sentio fore, ut aliquando pœniteat Dnum. NEWTONUM,
quod tam faciles aures præbuerit adulatoribus. Consultum
interim esset, ut quam responsionem moliris contra *Commercium*
Epistolicum mature absolvas, & in publicum edas; ne ob re-
tardationem gloriandi causam habeant..... Sed vereor, ne
non vacare possis huic negotio, antequam ad lares Tuos redieris.

Bene mones de Doctrina Serierum, multa per eas agnosci pos-
se in transcendentibus quæ alias non facile paterent. Agnatus meus
qui, ob negotia quædam extra urbem agit, super hoc argumento
ad

1713. ad Te scribet. Interim; nescio an demonstrare possis quod asseris;
Decemb. omnem valorem per Seriem esse advergentem, per consequens finitum, cum partes Seriei continuo decrecentes sint alternatim affirmativæ & negativæ.

A longo jam tempore nihil litterarum accepi a M O I V R E O & a B U R N E T O, quanquam uterque responsonem mihi debeat: sed aliunde audivi novam Editionem *Princip. Phil. Natur. NEWTONI* jam a quatuor aut quinque mensibus publice proflare; eam vero nondum vidi, etsi aliquis *Anglus* ejus exemplar ex *Gallia* mittendum quamprimum acceperit, mihi promiserit. Quem notavi errorem NEWTONI, circa determinationem medii cujus resistentia data curva describatur, correxit in nova Editione antequam publicaretur, per interpolationem alicujus schedæ; idque ex monitu Agnati mei; reliquos errores suos potuit etiam corrigere ex scripto meo, quod publicavi in *Actis Lipsiensibus*, (1) sub initium hujus anni, & quod ille vidit, aut sane videre potuit, antequam lucem aspexisset nova ipsius editio: sed sicuti priorem correctionem inferuit, quasi ex semet ipso haberet, nulla facta mentione mei, vel ejus a quo fuerit monitus; ita haud dubie quod ad cæteras, eadem sinceritate agit.

Errores illi, quos dicis HUGENIUM ad marginem Exemplaris sui in NEWTONO notasse, sunt forte non alii, quam qui jamdudum publice extant ad calcem *Historiæ Cycloidis* a quodam GRONINGIO *Wisnarrensi* editæ: forte etiam ab ipso GRONINGIO Tibi hoc narratum fuit; nam & mihi narravit, cum ex *Batavis* veniens *Gro.inga* transiret, & in transitu gradum Doctoratus Juris capesceret: sed nihil eorum omnium, quæ ego notavi in NEWTONO, ab HUGENIO notatum fuit; Et certe haud valde magni momenti sunt notæ *Hugeniana*, possetque NEWTONUS gloriari, si cætera omnia in Opere suo recte se haberent.

Curabimus ut in Nundinas *Lipsiense*, vel *Francofurtenses* mittantur, ibique Bibliopolæ *Hanoverano* tradantur, si quæ ad eum

Tibi

(1) 1713. Febr. p.77. & Mart. p.155. Vid. etiam Opp. Tom. I. N°. XC. p. 514. & seq.

Tibi destinata, juxta Libellum Fratrum de *Arte conjectandi*: Quod superest Vale & Fave.

Basilee a. d. 6. Decembris 1713.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

E P I S T O L A C C X I I I .

L E I B N I T I I A D B E R N O U L L I U M

Responsio ad præcedentem.

De seriebus convergentibus. De sua cum Newtonianis lite. Varia.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

.....

SCRIPSI ad FARDELLAM, etsi restitisses, mihi tamen spem ^{1714.} subnatam, si honorificæ satis conditiones offerrentur, posse ^{Januar.} Te *Patavinis* vindicari, quo nihil in hoc genere a Republica fieri posset gloriosius.

Dno. HERMANNO tandem litteras *Francofurto - Olerano* accepi; sed ex quibus non intelligo, utrum mihi antea scripserit, ex quo *Italia* discessit.

Ipse, ubi animum attenderis, facile animadvertes omnem valorem per seriem esse advergentem, per consequens finitum, cum partes seriei continuo decrescentes sunt alternationis affirmativæ & negativæ. Et ecce demonstrationem.

Tom. I.

T t

Sit

1714.
Januar.

$$\text{Sit Series } a \underbrace{-b+c-d+e-f}_{M} +g -b+i -k + \&c.$$

L

cujus termini decrescant in infinitum, ita ut quivis sit minor proxime antecedente.

Dico 1°. quantitatem ejus esse finitam, & 2°. Seriei portionem ab initio sumtam terminatam per +, verbi gratia *L*, esse majorem Serie ipsa. At 3°. portionem ab ipso sumtam terminatam per —, veluti *M* esse minorem Serie. Sed 4°. errorem semper esse minorem quam terminum ultimum aut ultimo proximum signo — affectum. Et 5°. Seriem finitam continuatam esse advergenterem ad infinitam.

Series vocetur *S*. Primum *L* est major quam *S*, quia ex *L* fit *S*, plus subtrahendo, (nempe *f*, *b*, *k*, &c.) quam addendo (nempe *g*, *b*, *i*, &c.) quæ fuit Assertio secunda. At *M* est minor quam *S*, nam ex *M* fit *S* plus addendo, (nempe *g*, *i*, &c.) quam subtrahendo (nempe *b*, *k*, &c.) quæ fuit Assertio tertia. Quare *S* cadit inter *L* & *M*, adeoque est quantitas finita, quæ fuit Assertio prima. Sed error seu differentia ipsius *S* ab extremis *L* & *M* est minor quam differentia extremorum (nempe *f*) secundum Assertionem quartam. Continuandoque quantum lubet, *f* est minor data ex hypothesi; itaque habetur & Assertio quinta.

Judicio Tuo pro me usus sum, sed nomine Tuo suppresso; atque ita ut indicio non sit Te esse Authorem ejus; dico ita judicasse Mathematicum insignem, & qui partialitatis accusari non possit. Sed ut Apologiam justam edam, opus est ut Commentarium ipsum Epistolicum videam, & cum meis schedis conferam. Fortasse recudi curabo auctius.

Nescio an in eo *Commercio*, quod nuper *Londini* edidere, repetantur eæ litteræ quas WALLISIUS, me consentiente, edidit, & quæ satis manifeste *Newtonianam* prætensionem destruant.

KEILIIUS vix meretur ut nominetur, homo enim vanus
glorio-

gloriolam me impugnando quæsisse videtur. Velim nosse an CHEY-
NEUS se negotio immiscuerit.

1714.
Januar.

NEWTONUS multis modis effecit, ut jam de candore ejus, adde etiam de Propositionibus dubitare cogamur. Debat agnoscere per quem profecisset. Ajunt Doctrinam de explicando motu Planetarum per simplicem trajectionem combinatam gravitati, ab HOOKIO jam propositam fuisse. Paralogismi quos in scriptis ejus notasti, faciunt ut dubitare cogamur, utrum recte numerum Curvarum tertii gradus determinaverit. Digna foret disquisitio illa cura Dni. Agnati Tui, quem consilio Tuo ad profunda ejusmodi eruenda juvare posses. Gratissimum etiam mihi rem & in publicum utilissimam faciet, si in Seriebus porro elaborabit, quarum doctrinam multum adhuc abest a perfectione. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Vienne* 10. Januarii 1714.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Scripsit ad me Dnus. HERMANNUS, *Hanoveræ* jam agere Nobilem *Venetum* VENIER, amicum Procuratoris LORREDANI Academiæ Curatoris, & per eum juvari consilia nostra posse. Statim scripsi *Hanoveram* ad amicum, ut si illic esset VERNERIUS, significaretur illi, quanta sit laus, quanta merita Gentis *Bernoullia* in rem mathematicam, quamque res ad gloriam suæ Reipublicæ pertineat. Peto ut inclusas ad Dominum SCHEUCHZERUM

EPISTOLA CCXIV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Professione Patavina. De Seriebus convergentibus. De NEWTONO,
 & ejus Enumeratione linearum tertii ordinis. De Theoria Manu-
 riæ nauticæ. De SCHEUCHZERÖ.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor
 Honoratissime!

1714.
 Febr.

ACCEPIMUS nuper, agnatus meus & ego, litteras ab *Ab-
 bate FARDELLA*, in quibus quod ipsi de me scripse-
 ras significat; sciscitaturus, num, si conditiones honestæ & lautæ
 fatis mihi offerrentur, eas acceptare velle; urgetque ut ipse-
 met ego illas perscribam, promittens se omnem lapidem motu-
 rum, ut Proceres *Veneti* in eas consentiant; ita tamen ut hoc
 non noceat Agnato meo, si forte ego recusavero; quare spem
 de novo concepimus felicioris successus; Respondimus nos ambo
 DNO. FARDELLÆ, sine mora, hunc circiter in modum; nos
 scilicet gratias agere pro summa qua est erga nos benevolentia,
 ipsumque proin rogatos nos velle, ut in hoc affectu perseveret,
 atque incæptum opus absolvat; me quidem magnas habere dif-
 ficultates superandas, cum sim uxoratus, atque pater Liberorum
 parens, impeditus numerosa familia, atque ædes proprias inhabi-
 tans; me vergere ad quinquagesimum annum, qua ætate vigor
 & vires languescere incipiunt; nondum triennium esse elapsum,
 quo Vocationem *Leydensem* repudiaverim, cum oblato salario
 bis mille florentorum *Hollandicorum* annuorum, & emolumentis
 extraordinariis (qualia in Academia *Patavina* non habentur,)
 tantumdem minimum efficientibus, non computatis, nullaque
 habita

habita ratione ejus quod *Leydæ* invenissem meæ Religionis ho-
 mines, cum quibus & tutius, & liberius, quam in *Italia* dege-
 re potuissem; hæc omnia proinde tantum apud me ponderis &
 rationis esse, ut, sine evidentissima & notabili fortunæ meliora-
 tione, a me impetrare non queam tam magnam, tamque mole-
 tam subire mutationem, atque de novo lares aliorum transfer-
 re; cum vero temeritatis, ne dicam imprudentiæ, quædam nota
 in me esset, si peterem stipendium insolitæ adeo magnitudinis,
 me convenientius judicare ut ab ea re animum abducam, atque
 mentem meam candidè aperiam, quam ut vana spe diu lactem
 eos, qui forte existimant me pretio ordinario obtineri posse; quod
 vero spectat ad Agnatum meum, adhuc cœlibem, neque tanta
 obstacula habentem, eum utique non rejecturum invitationem, si
 præfertim stipata foret salario annuo non minori quam quo frue-
 batur Prædecessor Cl. HERMANNUS. Hæc cum ita se habeant,
 addidi porro, me Dnum FARDELLAM rogare, ut quod sibi
 sit autoritatis apud Procures *Venetos*, illud impendat in gratiam
 Agnati mei; me plane non dubitare, quin Agnatus meus Provinciam
 sibi demandatam omni ex parte sit adimpleturus, ac, quam de
 isto conceperunt, spem minime delusurus. Hæc sunt, quod ad
 substantiam, quæ Dno FARDELLÆ pro responso dedi; quæ-
 que & Tibi perscribere volui, ut in litteris, quas forte dabis ad
 ipsum, ejus quod e re esse censuerimus mentionem facere possis.

Bona est demonstratio quam dedisti de advergentia valoris se-
 riei, cujus termini alternatim affirmativi & negativi continuo de-
 crescunt; ita nempe, ut quivis sit minor proxime antecedente;
 sed putabam Te posse demonstrare valorem quoque finitum esse,
 cum Seriei termini ita sunt comparati, ut quivis affirmativus pro-
 xime antecedente affirmativo, & quivis negativus proxime ante-
 cedente negativo sit minor, & si forte non minor, sed major
 esset quam immediate præcedens: quod utique impossibile est de-
 monstratu; dantur enim exempla in contrarium, ut $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$
 $+ \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} - \frac{1}{12}$ &c, cujus termini in infinitum
 decrescunt, & alternatim sunt affirmativi & negativi; habet ta-
 men Series valorem infinitum; nam termini affirmativi constituunt

1714.
Febr.

Seriem harmonicam, quæ, ut constat summam habet infinitam; negativi vero faciunt Seriem geometricè proportionalium, cujus valor est finitus. Cæterum in suppositione tua, qua terminus proxime præcedente minor supponitur, finitus valor Seriei facillime aliter ita demonstratur, $a - b + c - d + e - f + \&c.$
 $\triangleleft a - b + b - d + d - f + f - \&c. = a.$ Ergo $a - b + c - d + e - f, \&c.$ minor quam a : ergo ejus Seriei valor finitus. Reliquæ observationes a Te demonstratæ etiam hinc facile demonstrantur.

Optime facies, si quæ suppeditavi ea a me profecta dissimules, in Apologia quam paras contra *Commercium Epistolicum* ab *Anglis* editum; in quo quidem repetuntur quædam ex litteris quas WALLISIUS edidit. Nescio autem, annon quædam, quæ in Tui defensionem facerent sint omissa; neque hæcenus vacavit omnia inter se conferre. Ante annum & ultra promisit Dnus MOYREUS, nomine NEWTONI, hunc mihi missurum hoc *Commercium*, una cum Exemplari novæ Editionis suorum *Princip. Philos.* Jam vero dudum Exemplaria distribuenda misit in *Galliciam*; ad me vero nihil amplius, nec libri, nec litterarum hæcenus pervenit. Unde animum subiit suspicio, an forte NEWTONUS mihi succenseat, quod animadversiones quasdam meas superioris *Anni* Mensibus Februario (1) & Martio (2), in *Actis Lipsiensibus* publicaverim, in veterem Editionem *Princip. Phil.* KEILIIUS NEWTONI simia videtur; quidquid ab eo vidi ex NEWTONO compilatum est. CHEYNEUS valedixit, ut audio, rebus Mathematicis.

An NEWTONUS non erraverit in *Enumerationem Linearum tertii ordinis*, omittendo forte quasdam, is quasdam alias bis sumendo, pro diversis quæ eadem sunt habendo, ut accidit CRAIGIO & aliis, qui Problema de transformatione Curvarum solvere volentes, eandem cum data exhibuerunt ad diversum tantum axem; an inquam NEWTONO non simile quid contigerit, asseverare non ausim: ejus enim Tractatum hac de materia ut examinarem nondum a me impetrare potuit. : Frater meus aliquando

(1) Pag. 77.

(2) Pag. 155.

do hoc vadam tentavit; quo vero successu non memini, fortasse
 in Scriptis ejus aliquid invenire est. 1714.
Murt.

Sub prelo habeo aliquem Tractatum Gallicum de Manuaria nautica, cui titulus *Essai de la Manœuvre des Vaisseaux* (1), quem ante Pascha prelum evadere spero, ita ut ad Nundinas *Francofurtenses* pro Te exemplar mittendi tempus supersit. Huic scriptioni ansam dedit RENA LDU S. Gallus Eques & Ingeniarius Navalis, qui circa medium anni superioris ad me misit Libellum (2), in quo litem exoletam, quam antea habuit cum HUGENIO refricavit, atque contra Objectiones *Hugenianas* aliter quam olim, sed non magis feliciter, Theoriam suam vindicare voluit. Respondi RENA LDO, sed damnando ipsius opinionem, aliumque errorem maximi in hac re momenti ostendendo, quem ipse HUGENIUS non animadverterat: Quam itaque jam antea excogitaveram novam Theoriam, novasque pro ea Regulas, quales HUGENIUS construendas in se suscipere non ausus est, in singularem Dissertationem redegi, Tibi, ut spero, non displicituram.

Dnus SCHEUCHZERUS Senior, Professor Mathesis *Figurinus*, cui litteras Tuas illis quas ad me scripsisti inclusas, transmisisti, postquam per 20 annos Professionem sine salario administrasset, nunc cum in demortui alicujus locum succedere, ejusque salario, vi Decreti, gaudere debuisset, spe sua excidit; quare animo dejectus anhelat stationem extraneam. Sicubi aliquam ipsi procurare posses, operam Tuam non male collocares: est enim Vir multi laboris, & scribendo, & observando; sed cui, ob fortunæ tenuitatem & facultatum angustiam, multa desunt ad studiorum promotionem; Eum itaque curæ Tuæ commendo, Vale & Fave-

Basilea 28. Februar. 1714.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

(1) *Editum* Basil. 1714. 8°. *Et Opp.* Tom. II. N°. XCI. p. 1.

(2) *Memoire, ou est démontré un Principe de la Méchanique des Liqueurs &c. qui a été contesté par Mr. HUGHENS.* Par Mr. RENA U &c Paris 1712. 12. *Vid.* Joh. BERNOULLII *Opp.* Tom. II. N°. XCII. pag. 97.

E P I S T O L A C C X V .

LEIBNITII AD BERNOUILLIUM.

Responsio ad præcedentem.

Varia.

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1714.
Mart.

HOC momento litteras Tuas accipio, ac statim respondeo, quia Dnus. Cognatus Tuus ait, mittendum esse *Francofurtum* Libellum Dni Fratris Tui p. m. si indicem quis ibi recipere debeat. Et cum tempus instet, significo posse ibi dari Bibliopolaë *Hannoverano* FORSTERO, vel alicui alteri *Brunsvicensi* aut *Hannoverano* Mercatori. Quod si ergo missus est jam *Francofurtum* liber, de quo non dubito, per litteras significari fortasse adhuc poterit cui tradi debeat, nisi forte id jam factum est. Posset fortasse etiam in *Lipsienses* Nundinas pari ratione mitti. Gaudebo simul videre præclarum Tuum, haud dubie, libellum *De Navibus regendis*. Cætera ad Te & Dnum. Cognatum Tuum scribenda, ob brevitatem temporis, dum cursor publicus instat, in sequentes differo.

Est *Hannoveræ* quidam Dnus VENIER, Nobilis *Venetus*, cujus Frater, ut intellexi, aliquam in rebus *Patavinis* auctoritatem habet: huic etiam causam Dni. Cognati Tui commendavi. Putem Doctrinam Serierum absolutam majoris momenti fore, quam prima fronte videtur. Quod superest, Vale & Fave & Dnum. Cognatum interim à me saluta.

Dabam *Viennæ* 31. Martii 1714.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIS.

E P I S T O L A CCXVI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Commercio Epistolico & LEIBNITII ad id Responsione. De Serie
Leibnitiana vel Gregoriana pro quadratura Circuli; &c.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Hono-
ratissime.

MITTO ecce FORSTERI Chirographum de accepto fasci- 1714.
culo in quo continentur *Ars Conjectandi*, Opusculum Mai.
Fratris mei posthumum, & *Manuaria Nautica*, a me nuper
edita: Tuum nunc est fasciculum repetere à Dno FORSTERO.
Cl. WOLFIIUS mihi misit non ita pridem Tomum primum sui
Cursus mathematici, & cum eo plura Exemplaria schediasmatis
continentis responsionem Tuam (nam Tuam esse dixit WOL-
FIUS & publice extat in Diario illo germanico Büchstaal quod
Lipsia imprimitur) meque rogavit, ut ea inter Mathematicos mihi
notos distribuerem; quod equidem jam feci; præsertim in *Galliam* non
pauca misi, sed in *Angliam* mittere nulla volui, ne me *Angli* pro Auc-
tore suspicerentur hujus Responsionis, aut sætem illius Epistolæ, quam
inferuisti. Si Tibi ad manus fuissent scripta & litteræ, inter Te,
Anglosque olim reciprocata, invenisses fortasse plura & fortiora
argumenta in usum Tuum facientia Pag. 25. *Commer-*
cii Epistolici habetur Epistola Jacobi GREGORII ad COLLIN-
SIUM 15^o Februarii 1670. data, ubi hæc leguntur; *Quod atti-*
net NEWTONI Methodum Universalem, aliqua ex parte, ut
opinor, mihi innotuit, tam quoad geometricas quam Mechanicas
curvas. Nihilominus minus ob Series ad me missas gratias habeo,
quas ut remunerem mitto quæ sequuntur. Sis Radius = r, Ar-

Tom. II.

V V

cus

1714.
Mai.

cus = a, Tangens = t, Secans = s; & erit $a = t - \frac{t^3}{3r^2}$
 $+ \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6} + \frac{t^9}{9r^8}$ &c. eritque $t = a + \frac{a^3}{3r^2} + \frac{2a^5}{15r^4} + \frac{17a^7}{315r^6}$
 $+ \frac{62a^9}{2835r^8}$ &c. & $s = r + \frac{a^2}{2r} + \frac{5a^4}{24r^3} + \frac{61a^6}{720r^5} + \frac{277a^8}{8064r^7}$ &c.
 sit nunc tangens artificialis, &c.

Jam quod spectat ad primam seriem $a = t - \frac{t^3}{3r^2} + \frac{t^5}{5r^4} - \frac{t^7}{7r^6}$
 &c. ex qua inferunt tuam quadratu-
 ram arithmetica[m] Circuli = $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} +$ &c. jam an-
 te a Jacobo GREGORIO communicatam, adeoque inventi glo-
 riam non Tibi, sed GREGORIO deferendam: nescio quomo-
 do hanc conciliabunt cum loco quodam in quem nuperrime in-
 cidi, ex Davidis GREGORII *Exercitatione Geometrica de di-*
ensione figurarum, impressa Edimburgi anno 1684, ubi hæc
 diferta habentur verba. *Fortassis notatu dignum erit hinc conse-*
qui Præstantissimi Geometræ Gothofredi Gilberti (Guillelmi)
LEIBNITZII Circuli quadraturam. Transact. Phil. Mensis Aprilis
 1682 editam, si nempe ponatur DA = $\frac{1}{2}$ arcus AF 45 grad.
 erit AC etiam $\frac{1}{2}$; unde erit sector DAF = $\frac{1}{2}$ DA × AF arc.
 = $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{7} \times \frac{1}{2} +$ &c, ejus-
 que octuplum nimirum Circulus, cujus quadratum circumscriptum
 est, erit $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} -$ &c. in infinitum.

Ergo David GREGORIUS asserit Tibi primæ inventionis
 gloriam. Quis autem tam vecors esset, ut putaret Davidem hoc
 fecisse in præjudicium Jacobi Patru[m] sui, cujus inventum, si
 Inventor fuisset, ipse ignorare non potuisset; deprædicans alio-
 quin singulis fere paginis ejus Methodos & Series, fatensque ab
 initio suæ *Exercitationis*, se nactum fuisse post mortem Patru[m]
 sui, ejusdem adversaria, in quibus utique reperturus fuisset Seriem
 Tibi ab Anglis controversam; si vel maxime Jacobus vivens eam
 celare voluisset Davidem; quod tamen minime verisimile est,
 nam ne umbram quidem verisimilitudinis haberet, si quis dice-

ret

et *Jacobum* GREGORIUM studio abscondidisse *Davidi* sanguine sibi proximo, quod cum COLLINSIO, homine ad se nihil pertinente, tam liberaliter communicaverit? Quæ cum ita sint, nescio quid sentiam de eo quod habetur in Epistola quadam OLDENBURGI ad Te scripta 15° Aprilis 1675, & *Commercio Epistolico* inserta pag. 39, in qua nempe hæc verba reperiō, *Et*

$$\text{conversim ex tangente invenire arcum ejus } a = t - \frac{t^3}{3rr} + \frac{t^5}{5r^3} - \frac{t^7}{7r^5} + \frac{t^9}{9r^7} - \text{\&c.}$$

Ex *Gallia* intelligo FONTENELLIUM Academiae Secretarium scribere librum de infinite parvis & magnis, quem brevi absoluturus sit (1). Cæterum ab Agnato meo quam-officiosissime salutaris. Vale, Vir Amplissime & Fave.

Basilea 23. Maii. 1714.

Amplitudini Tuæ Devotissimum.

J. BERNOULLI.

(1) Prodiit demum A. 1727. Sub hoc Titulo, *Elements de la Geometrie de l'Infini.* 4°.

E P I S T O L A C C X V I I .

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Theoria Nautica. De lite sua cum Newtonianis. De Professione Patavina. De SCHEUCHZERO.

Vir Celeberrime , Fautor Honoratissime !

1714.
Dec.

PULCHERRIMA tua *de Phoronomia navium* dissertatio tandem ad me pervenit, postquam conversio rerum *Britannicarum* reditum *Hannoveram* meum acceleravit. Præclara edis specimen Artis Analyticæ in re maxime utili humano generi. Et spero futuros, qui Tabulas condant, quales proponis, quibus calculus sublevetur (1). Equidem distractissimus negotiis & laboribus diversi longe generis, non aliter legere potui Librum tuum, quam ut solemus Historias vel Romaniscos, nec figuras cum verbis conferre, aut ratiocinationum plicas evolvere licuit; tantum tamen in his rebus tribuo ingenio iudicioque tuo, ut non dubitem summam rei Tuo studio recte esse explicatam. Placuit etiam quod magni utique viri *Christiani* HUGENII & iudicium vindicasti & defectus supplevistis. Eleganter etiam notasti objectionem *Renaldinan* similem esse illi, qua VANNIUS olim Jesuita *Italus* regulam plani inclinati impugnabat. Cum *Britanni* nuper præmium ingens longitudinum Inventori constituerint, fortasse dabunt operam, ut cætera ad rem nauticam pertinentia accuratius elaborentur, Tuæque profundæ meditationes in consilium adhibeantur.

Multi illic Viri præclari adulatorum NEWTONI temeritatem parum probant. Cl. CAMBERLANUS (celebris *Statu Magnæ Britannia* novissime edito) cum litteras quasdam ad se meas in con-

(1) *Id egregie factum est à Cl. Dno. PITOT in Theorie de la Manœuvre des Vaisseaux reduite en pratique. Paris 1731. 4°.*

conventu Societatis Regiæ ostendisset, quibus male mecum actum esse querebar, misit ad me excerptum ex Protocollo Societatis ^{1714.} Decemb. ea die habito, quibus negant litem a se decisam, neque viam esse præclusam aiunt ei qui aliquid relationi Commissariorum (male proinde pro sententia Societatis editæ) opponere velit.

At KEILIIUS interea *Gallicum* quemdam libellum (1) edidit. Quibus inter alia errorem, quem in NEWTONO deprehenderas remove conatur frustra.

Mihi consilium est, edere aliquod Commercium litterarium meum, unde apparebit quam in aliis quoque NEWTONUS olim tenuis fuerit. Et quia scio, ex *Collinsianis* homines partium studio deditos ea suppressisse quæ NEWTONO minus placere debere judicabant, sollicitabo ut ea ipsa quoque producant. Dabo etiam operam ut quædam edam in quibus NEWTONO aquam hæere scio.

Fieri potest, ut GREGORIUS etiam invenerit Seriem, quæ arcus circuli exprimitur per tangentem, quanquam meas schedas (quarum pars vel periit vel latet) nondum excutere licuerit. Sed arbitror mihi non fuisse communicatam hanc GREGORII Seriem, nisi tunc cum meam jam in *Angliam* misissem. Itaque cum varias series *Gregorianas & Newtonianas* acciperem, credo me judicasse hanc inter cæteras post meum iudicium relata. Certe NEWTONUS ipse in suis litteris ejus inventionem tunc mihi tribuit. Itaque de GREGORIO inventionis particeps nulla ad me suspicio pervenit.

Cum a multo tempore nihil a Dno. HERMANNO, vel ab Amicis *Venetis* viderim; nescio quo nunc sit loco negotium Professionis Mathematicæ *Patavine*. HERMANNUS verebatur ne *Polenus* favore quorundam Nobilium *Venetorum* subnixus Brabium auferret. Si res adhuc integra est, nulla re magis capi possunt *Veneti*, quam fama scientiæ motus aquarum, quæ in ea Republica merito maximi momenti habetur, itaque optaveram doctissimum Dominum Nepotem tuum huc incumbere, & quæ

V v 3

in

(1) Comparet ille in *Diario litterario*. 1714. Juil. & Aoust. Art. 4. pag. 319.

in hanc rem dedere MICHELINUS & GUILIBELMINUS accuratius examinare, eos enim tractasse rem puto superficiei tenus, & *ἀεὶ ἢ πλεονέχων*: a Te adjutus longius ibit quam quisquam.

Dominus SCHEUCHZBERUS iter *Rufficum* excusavit, retentus a sua Republica, auctusque beneficiis. Vellem, in aliquot annos Virum Magno Principi commodare statuissem. Ita rem juvissem publicam, nec suis commodis obstitissem.

Annus quem mox inibimus aliorumque multorum seriem Tibi felicem obvenire, Tuisque ex animo precor, ut quamdiutissime de republica bene mereare. Vale.

Dabam *Hanoveræ* 30. Decembris 1714.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPISTOLA CCXVIII

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

*De sua Theoria nautica. De Commercio Epistolico & KEILII Libello.
De Problemate Newtonianis proponendo.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

1715.
Febr. **P**OSTQUAM longo tempore nihil abs Te responsi accepissem, cujus equidem silentii causam ignorabam: tandem, magno meo gaudio, litteræ Tuæ, ultimo anni superioris die datæ, ad me sunt perlatæ; ex quibus prosperam Tuam valetudinem, (quam Deus per hunc pluresque alios secuturos annos fartam tectamque conservet, bono universæ Reipublicæ Litterariæ, quam hactenus tam insigniter inventis scriptisque Tuis exornasti) valde lætus collegi.

collegi. Gratum fuit intelligere traditum Tibi fuisse, neque displicuisse Libellum meum Gallicum *De praxi Nauticâ*. Optassem vero, ut eum aliqua cum attentione legere Tibi licuisset, quo sententiam ferre potuisses de lite, quæ hac in re etiamnum intercedit mihi cum Dno. RENALDO, quem omnibus meis rationibus, partim in Libro meo, partim in variis litteris quas ad objectiones ab eo mihi motas diluendum ad ipsum perscripsi, ab erronea opinione sua nondum avellere potui.

1715.
Februar.

Facile credam, quod postquam Serenissimus Tuus Princeps Magnæ *Britanniæ* thronum conscendit, Societas *Anglicana* nolit jam haberi pro sua sententia, quod tamen ejus auctoritate & nomine prodiit in *Commercio Epistolico*, tanquam Judicis sententia decisoria pro NEWTONO. Fortassis etiam KEILIIUS suum Libellum Gallicum (quem ante Reginæ obitum publicavit) non fuisset publicaturus, si præsensisset optatam illam, quæ paulo post contigit, conversionem rerum *Britannicarum*. Consultissimum erit quod formasti consilium edere aliquod *Commercium Litterarium* alteri illi *Anglico* opponendum. Cum enim *Angli* omnia per litteras & rerum gestarum historias evincere contendant. . . . æquum est, ut & Tua producas ad *Commercium* illud pertinentia, ab adulatoribus *Newtonianis* omissa. Optarim libenter videre libellum illum Gallicum KEILII; (1) nihil ex eo vidi, quam quod nuper noster HERMANNUS perscripsit, excerptum ex *Diario Hagensi*, mensis Julii & Augusti 1714. maximam partem ad me spectans; nisi quod dicat KEILIIUM Te parum honorifice tractare, pariter ac Auctorem vel Auctores illius Epistolæ, quæ Apologiæ loco pro Te in lucem prodiit. Tuum Schediasma quoque circa motus Planetarum, *Actis Lipsiensibus*, mensis Februarii 1689 insertum, sub examen revocari, in quo KEILIIUS duos paralogismos notare molitur. Ad me vero quod attinet, agnoscit quidem errorem, quem detexi in NEWTONO circa determinationem resistentiæ commissum. (Vide Schediasma meum

(1) *Journal Litteraire* 1714. Juill. & Aoust. Art. 4. pag. 819. & suiv.

1715.

meum in *Actis Lipsiensibus* mensium *Februarii & Martii*, 1713;) Februar. Sed multis persuadere conatur KEILIIUS, me multo gravius lapsam esse, quod erroris *Newtoniani* originem rejicere voluerim in Series ipsius, cujus terminos a NEWTONO pro fluxionibus vel differentialibus superioribus adhibitos esse, KEILIIUS contra me negat, licet NEWTONUS alicubi disertis verbis hoc dicat; quem locum, si opus fuerit, ostendere possum, quidquid nunc dicat KEILIIUS, vel NEWTONUS ipse, aliive Cultores ejus, ad dissimulandum quod veram differentiandi continuationem ignoraverit. Sed de ipso, quem indicavi, errore NEWTONI mollissime loquitur KEILIIUS, dicendo eum *ex acci. n. e* irrepsisse, producta aliqua tangente ad partem oppositam ejus ad quam produci oportuisset, & ideo facile fuisse errorem ejus indolis committere. Interim non addit, quod hic error, quantumvis facilis, mansisset incorrectus in nova Editione *Principiorum Phil.* si NEWTONUS de eo non fuisset opportune monitus ab Agnato meo in *Anglia* tum degente, cum liber jam esset prelo evasurus. De reliquis quibusdam erroribus, quos pariter notavi, nihil dicit KEILIIUS... Tandem me hortatur, ut justitiam faciam NEWTONO, circa Series, & ut publice agnoscam me in erroris *Newtoniani* origine indicanda errasse, quanquam NEWTONUS ipse tantam æquitatem non habuerit, ut in nova Libri sui editione fateretur, a quo erroris sui commonefactus fuerit; eum nempe ita corrigens, quasi a nemine monitus sponte lapsum suum animadvertisset. Recte facies, si quædam edas, in quibus NEWTONO æquam hære scis. Suppetunt haud dubie multa eorum, quæ olim inter nos agitata fuere, & quæ per communem differentialium methodum non facile obvia sunt; qualia sunt quæ de transitu ex curva in curvam habuimus, quæ peraguntur singulari quadam differentiatione adhibita: Proposui olim, si meministi, publice quædam Problemata hujus generis, sed quæ pro curvis dissimilibus a nemine hactenus fuerunt soluta; ea ipsi de novo possent proponi. Exempli gratia, (*Fig.* 127.) inter infinitas Ellipses super communi axe AC descriptas, quaeritur illa ABC, quæ secans rectam positione datam, vel quamcunque etiam curvam datam LBN, relinquat arcum AB inter omnes

TA. XXIII.

omnes AR, AS, &c. minimum Longitudine. Aliud Problema foret, sed difficilius: Iisdem positis, determinare Ellipsin ABC, ^{1715.} _{Februar.} cujus arcus AB a gravi ex A descendente brevissimo tempore percurratur. Hujusmodi multa alia sunt, quæ *Anglis* forte plus negotii facessent, quam sibi statim imaginabuntur. Ex eorum numero, quæ singularem differentiandi & integrandi methodum requirunt, etiam hoc esset, ubi petitur modus complanandi superficies conoideas obliquas, vel quasvis alias datas superficies curvas, etfi non conoideas. Intelligo per superficiem curvam datam, cujus singula puncta determinantur (sic ut lineæ curvæ data puncta) per ordinatas tres x, y, z , quarum relatio data æquatione exprimeretur: sunt autem tres illæ coordinatæ, nihil aliud quam tres rectæ ex quolibet superficiæ curvæ puncto perpendiculariter ductæ in tria plana positione data, & se mutuo ad angulos rectos fecantia. Sit æquatio inter coordinatas, exempli gratia, hæc $x y z = a^3$; quæritur hujus superficiæ dimensio, vel saltem reductio ad figuram aliquam planam. Quod attinet ad Solidum ipsum inter superficiem datam & plana positione data comprehensum, ejus quidem dimensio facilius habetur quam superficiæ, non tamen omni difficultate caret. Vale

Basilea 6. Februar. 1715.

Amplitudini, Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CCXIX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM

Responsio ad præcedentem.

*De re nautica perficienda. Hortatur ut hydraulicam tractet. De Metaphysica
NEWTONI. De Problemate Anglis proponendo. De equationi-
bus ad superficies.*

Vir Celeberrime, Fautor Honoratissime!

1715.
April.

PRÆCLARAM, quantum intelligo, in re nautica ex Mathe-
si illustranda navatl operam. Rectius talibus inventis medio-
cria præmia statuerentur, quam immensa pro inveniando, quod
nonnisi multorum collatis inventis perfici potest, atque ita mea
sententia, ei soli non deberetur, qui aliorum inventis tantum
ultimum manum imponeret; quale est Longitudinum marinarum
Problema. Scriptum est mihi ex *Anglia* Commissarios rei discuti-
endæ causa nominatos hæcenus ne confedisse quidem; cujus ra-
tio est quod Parlamentum Inventori quidem futuro, sed non
Commissariis providit.

Et gratis penitet esse probum.

Optem, quando Tibi tam pulchre ejusmodi Meditationes suc-
cedunt, ut negotium aquarum currentium in manus sumas. Ea
de re scripsit GUILLELMINUS, cui contradixit PAPINUS.
Libellus GUILLELMINI latinus (1) mihi jejunos videbatur, sed
Italicus (2) qui praxin attingebat, non spernendus. Hunc exa-
minari a Te, vel, Te direttore, a Domino Agnato tuo operæ
pretium esset, vel *Venetorum* causa, ut intelligant quantum sibi
defuerint. Et cum GUILLELMINO, præclaro quidem cætera
Viro,

(1) *Aquarum fluentium mensura nova methodo inquisita. Pars. I. & II.
Bonon. 1690, 1691. 4°.*

(2) *Della natura de' Fiumi, & Trattato Fisico-matematico. Bolog. 1697.
4°. Comparet uterque in GUILLELMINI Operum edit. Genev. 1719. 4°.*

Viro, sed in profundiore Mathesi minus provecto, non satis in hoc argumento fidam, sufficeret, gustus præbendi causa, initio ^{1715:} April. notari in quo GUILLELMINUS rem acu non tetigerit.

Cum accepissem NEWTONUM mira quædam de Deo dicere in *Optices* suæ editione Latina, quam hætenus nondum videram; inspexi & risi spatium esse sensorium Dei; quasi Deus, a quo cuncta procedunt, sensorio opus habeat: præterea spatium nihil aliud est quam ordo coexistendi, ut tempus ordo mutationum generalis seu ordo existendi incompatibilium; unde spatium abstractum a rebus non magis est res vel substantia, quam tempus. Atque ita Metaphysica huic Viro parum succedunt. Notavi etiam quædam, unde apparet Dynamicen, seu Virium leges non esse ipsi penitus exploratas. Vacui demonstratio, quam cum affectis molitur, paralogistica est.

Perplacent quæ *Anglis* proponi posse judicas. Velut de tangentibus curvæ per magnitudines arcuum dissimilium curvarum determinatæ. Ni fallor jam alicubi in *Actis* vel *Diariis* tale quid publice proposuisti. Quæ etiam cum *Fratre* egisti, & minima a puncto ad punctum superficiæ ducenda, aliaque hujusmodi multa, ex Methodis quas jam didicere non facile derivabunt. Doctrinam de æquationibus localibus trium coordinatarum; seu de locis vere solidis, olim aggredi cœpi, eorumque interfectiones seu curvas etiam non planas; sed prosequi non vacavit. Operæ pretium faceret qui studium impenderet. Viderisque in eo argumento nonnihil laborasse; quæ velim ne supprimas.

Paralogismus, quem mihi KEILIVS imputat, nihil est, & redit ad *modum loquendi*. Cum scribat incivilliter & indecenter, a me responsum non habebit. De re ipsa agam, hominem non curabo. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 9. Aprilis 1715.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

X x 2

P. S.

P. S. *Italus*, quidam ingeniosus, ut apparet, & in Calculo nostro versatus, misit mihi schedam adjunctam de provehenda methodo tangentium inverfa: hanc peto ut examines, & mihi cum judicio Tuo remittas. Est hæc pars Mathefeos, velut illa *DIOPHANTI*, ut varias artes in nonnullis casibus utiliter adhibere liceat.

E P I S T O L A CCXX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responſio ad præcedentem.

De re nautica promovenda. De PARENTII annotatis in suam Manuariam Nauticam. De hydraulica Mathematicè tractanda. De Problemate Anglis proponendo. De RICCATI scripto quodam Analytico

Vir Amplissime atque Celeberrime Fautor
Honoratissime!

1715.
Mai.

SI tibi arident, quæ de re nautica scripsi, habeo de quo mihi gratuler; eum enim finem affecutus sum, quem intenderam, scilicet ut nihil de ea materia scripturus essem, quod a viris Doctis & Judiciosiſ approbari non posset. Tecum sentio, quod non male actum foret, si talibus inventis mediocria præmia statuerentur, ut saltem excitarentur ingenia ad moliendum aliquid pro bono publico; quis enim libenter operam suam commodabit, si præsertim ex ea nec gloria, nec lucrum, sed dispendium potius temporis & pecuniæ (ut mihi sane accidit) ipsi enascatur. Dnus. *RENAUDUS* quem ad agnitionem erroris sui, nondum adigere potui, invitis omnibus meis rationibus, tam in libro, quam in litteris meis pluribus postea cum ipso commutatis, ad sollicitationem *Melitenſium*, missus est a Rege *Gallias* cum aliquot navibus bellicis in *Melitenſium* auxilium contra *Tur-*

cas.

cas. Ita mea cum ipso disputatio aliquandiu sopita jacebit. Sed interim PARENTIUS libellum meum suggillandum suscepit, primo peculiari quodam scripto quod in lucem protrudit, postea etiam in *Diario Trevultensi*, (1) Mense Aprili. sed nihil nisi ineptias mira obscuritate involutas opposuit: multa mihi imputat quæ non dixi; multa prævertit, & verba mea detorquet in alienum sensum; sed, quod pessimum est, quædam mea sua facit, dum me refutare videtur: scilicet hoc artificio utitur,, ut dissimulet Plagium suum; quod quidem ob tantam, quam affectat, obscuritatem facile ipsi succedit: Et si interim ratione civilitatis, qua me tractat, conqueri non possim de ejus modo scribendi; quia est litigiosus, in hoc unico gloriam quærens, ut lites in infinitum protrahat, novasque ex litibus ferat, idque inprimis, ut audio, ambit, ut adversarios acquirat alicujus nominis & famæ, ex quibus victis sibi famam comparare nititur. Tamen quædam ad Dnuni. VARIGNONIUM ex annotatis meis misi, ut si e re esse autumaverit non sub meo, sed sub alieno nomine edat; ut æquus lector videat quid de ingenio PARENTII sit tenendum. Dubito autem an sit editurus ea VARIGNONIUS, ut pote qui quam-maxime dissuadet altercationem, sive tecto, sive aperto nomine cum PARENTIO inchoandam; nisi & honorem & tranquillitatem meam periclitari velim.

Pulchre quidem mones, ut negotium aquarum currentium in manus sumam: sed, ob supra memoratas rationes, non video quid me eo permovere possit, vel debeat, obrutum in dies longe diversis negotiis, partim Academicis, partim domesticis, aliisque: præsertim si id fieri non possit, nisi magno temporis & laboris dispendio, sed parva vel nulla prorsus spe emolumenti, & modico admodum famæ augmento: GUILLELMINI libellos hac de re scriptos nunquam ego vidi, & de PAPINI contradictione nihil pariter, nisi quod in *Actis Lipsiensibus* extat. Ea itaque omnia examinandi copia non datur

X x 3

(1) 1715. April. p. 597. *Journal des Sçavans. Ed. Hol. Mai. 1716. p. 524.*

1715.
Maii.

Verum est ; olim partim in *Actis Lipsie sibus*, partim in *Diariis Gallicis*, proposui Problemata de tangentibus curvæ per magnitudines arcuum curvarum determinatæ, & de aliis huc spectantibus : quædam eorum soluta fuere per *Fratrem* meum, & *HOSPITALIUM* ; sed tantum pro curvis similibus, quæ quidem cum meis conspirarunt eatenus, sed nemo rem præstitit pro curvis dissimilibus. *Angli* ne digiti quidem apice ea attingere voverunt, qui alias prompti satis fuerunt in respondendo, si quid ad captum suum deprehenderunt

Remitto ecce Scriptum, quod mecum communicasti, *Itali* illius, mihi quidem ignoti ; nisi per conjecturam asserere ausim quod ille sit vel *VERZALIA*, hospes quondam & discipulus meus vel *Comes RICCATUS* ; prior omnia mea manuscripta vidit & exscripsit, cum in ædibus meis commoraretur ; alter vero eadem communicata habuit a Dno. *HERMANNO*, eorundem scriptorum meorum possessore. *RICCATUS* autem, forte nescius unde *HERMANNUS* habuerit nuper in *Diario Veneto*, ubi *HERMANNI* partes contra me (licet nulla lite inter nos duos existente) agere voluit, ingenue fassus est, se talia a Dno. *HERMANNO* didicisse : sed, si verum fas est, dicere, nisi alia haberemus multo generaliora, quam quæ in hoc schædiasmate continentur, & quæ a nostris tantum, vel mutuando, vel mutando, originem habent, parum sane provecta esset methodus tangentium inversa. Substitutio illa, & transmutatio indeterminatarum, quæ fundamentum scriptoris hujus est, nobis dudum familiarissima. Regulæ, quas dat, ad exempla sunt accommodatæ, adeoque haud magni pretii : nam quodlibet exemplum peculiarem Regulam posceret. Adpersi hinc inde notulas, idem fere, aliudque nonnihil indicantes : Cæterum Vale & Fave.

Basilea a. d. 22. Maii. 1715.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

EPIS.

EPISTOLA CCXXI.
BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Commendatio Joh. ARNOLDI Angli. De KEILIO.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor
Honoratissime!

HAs litteras jam ad Te exaro, in eum præcipue finem, ut commendare possim hunc cui eas ad Te perferendas tradidi, Virum (1) Is quidem natione *Anglus*, sed minime KEILII, aliorumque invidorum amicus, per aliquot annos meus in Mathematicis Discipulus, peculiare monstravit probavitque mihi suum ingenium, non in vulgaribus tantum, sed etiam in penitioribus nostris Analyticis. Certe in Calculo differentialium & integralium non parum profecit; habebis in eo, ubi Patriam redierit, Tuum defensorem contra invidos & malevolos, ut-pote, cui totius controversiæ, quæ Te inter & KEILIMUM viget, statum exposui, & ostendi ipsum KEILIMUM, aliosque ex *Anglis*, non semper..... qua deceret sinceritate nobiscum agere; ac sæpe verborum sensum malevole detorquere, & studio res ipsas confundere, ut eo melius Lectori imponere queant: quod inprimis factum video in KEILII responsione, vel potius in Libello illo famoso, Tibi maxime injurioso, in *Diario Litterario Hagiensi*, mensibus Junio & Julio anni superioris edito, cujus excerpta quædam mihi transmisit Cl. HERMANNUS noster: Meo quidem judicio optime feceris, si injurias istas promptissime retudas nuda rei expositione, conquiritis, hunc in finem, ex scrinis Tuis, litteris omnibusque Schedis & Actis; quo quid inter Vios actum sit, & quantum unicuique sit tribuendum & quousque quilibet, ut par est, de Inventorum gloria participet, toti Mundo constet, & ita oblatranti KEILIO os obturetur. De cætero

(1) Joh. ARNOLDUM.

352 *COMMERCIIUM EPISTOLICUM.*
cætero ad præcedentes meas litteras me refero. Vale, Vir Illuf-
triffime, & Fave.

Bafilee a. d. 13. Julii 1715.

Amplitudini Tuæ Devotiffimo,

J. BERNOULLI

EPISTOLA CCXXII
LEIBNITII AD BERNOULLIUM.
Responsio ad penultimam.

*De PARENTIO. De Com. RICCATI Scripto Analytico. De Longitu-
dinibus ex Theoria Lunari inveniendis. De HARTZOEKERO.*

Vir Nobiliffime & Celeberrime, Fautor Honora-
tiffime!

.....

1715.
August.

AQUARUM currentium argumentum eo maxime confilio
fuafi, ut *Veneti* melius intelligant quantum amittant. Sed
putabam Domino Cognato Tuo id esse committendum, Te tamen
dirigente.

Rectiffime facis, quod Dnum. PARENTIUM suo sensu abun-
dare pateris; videtur enim lites quærere, & me etiam aliquo-
ties mordere voluit. Inter alia objecit mihi quod negem *Con-
servationem esse continuatam creationem* (quod sano sensu ferri
potest) & quod concursui Divino sim contrarius; quæ non in
meis scriptis invenit, sed per pravas consequentias illis intulit.
Respon-

Respondi re ipsa potiusquam verbis, dum in *Theodicea* naturam concursus conservationisque satis explicui. Genium viri statim agnovi ex præfatione *Elementorum Mechanicorum* (quod ni fallor primum ejus Opus fuit) ubi dicit se via quadam ea demonstrasse, quam deseruerit, ubi ab aliis (VARIGNONIO imprimis) jam usurpata intellexisset; & novam excogitasse. Sed illa, quam pro nova venditat, *Hugeniana* est, sumpta ex Analogia navis, quam ipse PARENTIUS involvit, ut alia videatur. Objecit etiam quædam contra Harmoniam præstabilitam, sed in quibus nihil responsione dignum notavi.

Recte judicasti: scriptum quod tibi misi, profectum fuit a Dno. RICCATO, ut postea didici ex Epistola quadam Dni. ZENDRINI, quam nunc Tibi mitto. In responsione petii a Dno. ZENDRINO ut *Comitem* RICCATUM moderationis admoneat, quod ille Tibi tanquam communi & suo & Dni HERMANNI præceptori plurimum deferat: nolim etiam in malam partem interpretetur, quod *Italis* speciatim Problema quoddam solvendum proposuisti; quid enim habent in hoc genere *Itali*, quod Tibi non debeant?

Cum aliquando *Vienna* legerem Dni. HERMANNI collationes cum Dno. VERSAGLIA, (quibus hæc inpositum puto) videbantur mihi quædam monenda occurrere, sed nunc *Diaria Veneta* non sunt ad manus.

Videntur adhuc quædam excutienda superesse in materia conatum paracentricorum; quid nimirum fiat, si centrum ipsum est mobile.

Dnus HERMANNUS edet librum *de motu fluidorum* (1), in quo non dubito quin multa pulchra sit allaturus; sed dubito an excussurus sit materiam fluminum.

Ex adjunctis Dni ZENDRINI litteris, quas remitti peto, videbis hunc animum non-nihil adjecisse ad hoc de fluminibus argumentum: quo successu ego non definiverim.

Tam. II.

Y y

Mirror

(1) *Is pars est Phoronomia, in qua de viribus Corporum solidorum & fluidorum agit, qua Amst. 1716. 4.º. prodit.*

1715.
August.

Miror tanto proposito Longitudinibus præmio, *Anglos* non id eo laborare ut perficiant Theoriam Lunæ: nam si ea satis haberetur, res sic satis confecta foret, ut jam olim *Jobannes Baptistæ MORINUS* in *Gallia* ostendit, qui Commissarios a *Cardinali RICHELIEU* impetraverat. Et sane facti sunt illi ex Lunæ motu sufficienter cognito Problema solvi, sed recte negarunt rem eo usque productam; quemadmodum memini mihi *BULLIARDUM* olim *Parisiis* dicere. Si secundum *NEWTONI* sententiam tota res pendet a gravitate Planetarum in se invicem & in Solem, deberet esse in potestate. Sed verendum est ne aliæ adhuc causæ interveniant, & hoc ipsum vellem accuratius examinari, & quid ex sola illa gravitate consequatur, in Tabulas redigi, ut comparatione cum observationibus appareat, utrum & quantum inde natura discedat: sic enim fortasse propius ad hoc naturæ mysterium accedere licebit. Et vero ex omnibus Observationibus Astronomicis (post satellites Jovis in ordinem redactos) nullæ mihi videntur utiliores, quam quæ circa Lunam instituuntur, diametros ejus apparentes, & appulsus ad Fixas accurate notando.

Legistine aliquando Dni *HARTSOEKERI* *Conjecturas Physicas* (1)? Sunt eæ quidem sic satis ingeniosæ, sed plerumque, ni fallor, audaciores. Cum ante annos aliquot huc transfret, monstraverat mihi sua Experimenta magnetica, & omnium rationem a se redditam putabat; sed mihi longissime adhuc abesse videtur a veræ rationis explicatione. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 5. Augusti 1715.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Conjectures Physiques par Nicol. HARTSOEKER*. Amst. 1706. 4°.

EPIS-

EPISTOLA CCXXIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responſio ad præcedentem.

De Filio ſuo Nicolao. De PARENTIO. De RICCATI cum Agnato ſuo controverſia. De HERMANNI Phoronomia. De HARTZOEKERO.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoriſſime!

.....

NUNC quidem Agnatus meus de novo in ſcenam protrahitur, ſed de feliciori ſucceſſu dubito. Solent, ut videtur, nos habere ut pilas, quas aliquandiu hinc inde jaſtatas tandem explodunt. 1715. Sept.

Jam-jam ſentire incipio ætatis ingreſcentis incommoda.

. Lampada nunc tradam Filio meo natu maximo (1), Juveni XXI annorum, ingenio mathematico aliſſque dotibus ſatis inſtructo. Abſolvit nuper ſtudium ſuum juridicum, & in eo nunc eſt, ut hac hebdomada, pro Licentia gradus Doctoratus diſputet; quo peracto, permittam ei ad exteros peregrinari, quantum quidem licebit per tenuitatem facultatum mearum. Spero fore ut, ille, Tuo auxilio & commendatione ſuffultus, ſtationem quamdam convenientem invenire aliquando poſſit. Hoc ſi fieret, me adhuc vivente, vix quicquam jucundius mihi per totam vitam contigiſſe arbitrarer. Pro ea, qua polles auctoritate, & qua es erga me benevolentia, difficile Tibi non erit voti mei compotem me redde-

Y y 2 re,

(1) Nicolao.

1715.
Sept.

re, & qui jam sum totus Tuus, me Tibi porro artissime obstringere.

De PARENTIO sentis quod ego dudum observavi; ille scilicet data opera lites querit; gloriam videtur affectare ex eo, ut non-nisi illustres habeat adversarios; quos dum refutare conatur, sibi eorundem inventa tribuit, & sub alio habitu,
. pro suis venditat; hoc quippe artificio plagium celari posse putat. Vidi ex ejus disquisitionibus (*Recherches*) quod Te quoque mordere voluerit, sugillando Systema Tuum de ordine præstabilito. Quomodo autem ipsi responderis in *Theodicaa* Tua videre mihi nondum contigit; quia hic Liber ad manus meas nondum pervenit. Caterum etsi PARENTIUM indignum censeam cui respondeam; non tamen abstinere possum, quin data occasione eum istu ferulæ perstringam; id quod nuper feci in aliquo specimine meo, de *Centro Turbinationis*, *Actis Lipsiensibus* mense Junio (1) novissimo inserto, ubi notavi absurditatem, & falsitatem censurae *Parentianæ*, qua quondam Theoremata *Hugeniana* de oscillationibus Pendulorum exagitabat.

Remitto, ut jubes, Epistolam Dni. ZENDRINI. Ex ea video Auctorem, ut & RICCATUM nostra tantum imitari. In Novissimo Tomo XXI^o. *Diarii Veneti* edidit RICCATUS illam, quam in litteris suis comminatus est ZENDRINUS, responsionem ad defensionem quam Agnatus meus pro me ediderat in Tomo præcedenti XX^o. ejusdem *Diarii*. Responsio ista est ejus naturæ, ut nesciam an Agnatus meus sit replicaturus. Problematis ab Agnato *Italici* propositi nullam RICCATUS exhibet solutionem; cujus quidem hanc dedit rationem, vel potius prætextum, se scilicet non satis ambiciosum esse ad captandam gloriam ex solutione Problematum. Interim solutio ejusdem Problematis, quam Tibi prescribit in Epistola sua ZENDRINUS, bona est & legitima; sed sine dubio eam ab HERMANNO accepit; siquidem verum sit, quod MICHELOTTI nobis significavit, HERMANNUM nempe solutionem nostri Problematis ad amicos suos in *Italianam*

(1) Pag. 242. Vid. *Opp. Tom. II. N^o. XCVII. pag. 187.*

ham misisse: Ipse vero HERMANNUS forte nunquam soluturus 1715. esset, nisi fundamentum ejus a me ipso didicisset, eo tempore Septem quo ex *Italia* redux iter parabat *Francofurtum*. Sciendum enim est, quod postquam ipsi hoc Problema, sed generaliter conceptum, proposuissent, aliquot post diebus mihi dedit aliquam solutionem, sed erroneam & paralogisticam; cujus paralogismum a me sibi monstratum ingenue agnovit, atque ultro fassus se nullam perspicere viam ad veram solutionem perveniendi, eam a me expectare aperte testabatur: quam etiam dedi pro Parabolis, ostendendo quod curvæ virium existente ex Parabolæ genere, etiam curva temporum sit aliqua ex Parabolis (1); quod plusquam satis erat HERMANNO ad casum illum particularem *Italici* propositum, solvendum.

Recte statuis adhuc quædam excutienda superesse in materia conatum paracentricorum, ubi præsertim centrum virium supponitur mobile. Sunt mihi de ea re varia Theoremata, quæ juncta cum Methodo, qua usus sum in *Actis Lipsiensibus* 1713, Mensibus Februario & Martio, subsidia præbebunt ad maximas difficultates superandas. Certe NEWTONUS ipse, alique *Angli*, Methodi ejus præstantiam agnoverunt & laudarunt.

HERMANNI Librum (2) vidi hic manuscriptum, sed multa ab eo tempore se adjecisse mihi scribit. Oportet jam prelum evasisse Librum hunc, prout ex novissimis ejus litteris intelligo.

Non videtur magni momenti quod ZENDRIUS habet de curvitate ripæ fluminis alicujus. Nititur enim hypothesebus, ut apparet, mere precariis.

Imo perlustravi HARTSOEKERI Conjecturas Physicas, ut & ejus Dilucidationes (*Eclaircissements*) in quibus vidi contemptim satis loquentem de Phosphoro meo Mercuriali, & indignantem FONTENELLIO, quod nimis honorifice de eo conscripserit; sed ignosco homini, qui, ceu alter Thraso, omnes provocat, & de NEWTONO aliisque eruditis acerbe & ignominiose

(1) Agebatur, opinor, de Problemate quod solvitur, *Opp.* Tom. IV. N^o. CLXXV. pag. 243.

(2) *Phoronomiam*.

niose jocatur ; adeo ut tanto minus miratus fuerim , quod nec mihi pepercit . Interim & mihi licebit eum comparare cum PARENTIO , cum quo egregiam Thraſonum bigam conſtituit .

Metuendum eſt ne, cum morte Regis *Galliarum* , etiam literæ & Scientiæ aliquod detrimentum patiantur quod tempus docebit . Tu vero Vale quam - diutiſſime , & Favere perge .

Baſilee x. d. II, Septembris 1715.

Amplitudini Tuæ

Devotiſſimo.

J. BERNOLLI.

E P I S T O L A C C X X I V .

LEIBNITII AD BERNOLLIUM .

Reſponſio ad ante penultimam & præcedentem .

De Problemate Angliſ proponendo . De ipſius Filio Nicolao . De SCHWEMBURGIO . Varia .

Vir Nobiliſſime & Celeberrime , Fautor Honoriſſime .

1715.
Nov.

TRANSIIT hac nuper Dominus *Johannes ARNOLDUS Anglus* , Vir , ut apparet , doctus & bonus , & a Te mihi literas gratiſſimas attulit . Dedi ipſi aliquot exempla Schedæ impreſſæ , cui judicium Tuum eſt inſertum , quod adverſarios non parum urit . *KEILUS* quidem reſponſione indignus eſt , ſed rem ipſam brevi narratione complecti e re erit , & adjicere Problema-

ta quædam, unde intelligamus quid ipsi possint. Cum illam no-
 vam differentiandi rationem considerasses (1), cujus ope Proble-
 mata solvuntur, quale illud de minimo arcu Elliptico intercepto, 1715.
 excogitaveras inde applicationem quamdam sic satis generalem, Nov.
 qua, si bene memini, Problemata quædam, quæ ad differentio-
 differentiales descendere solent, intra differentiales primi gradus
 coercentur. Ego nunc non bene memini, nec in litteris antiquis
 quærere vacat. Te autem melius meminisse puto, itaque rogo
 ut si commodum est, iterum communices. Inserviet enim fortas-
 se ad aliquod Problema proponendum, cujus non statim appa-
 rebunt fontes.

Gaudeo etiam Dominum Filium tuum (2) *Bernoullizare*, &
 hereditarium familiæ decus tueri. Mallem Physicæ & Medicinæ,
 quam Jurisprudentiæ operam dedisset. Abundamus etiam bonis
 Jure-Consultis, sed pene caremus bonis Medicis; sed in his op-
 timum est cujusque inclinationem sequi si qua se det occasio,
 commendabo lubens merito.

Dominus *Generalis SCHULENBURGIUS* mihi a multis
 annis amicus, in eo est ut conditionem *Venetorum* accipiat,
 qui ei Præfecturam rei militaris terrestris offerunt. Ipse mihi nu-
 per scribit *Vienna CÆSAREM & Principem EUGENIUM* hor-
 tari, ut conditionem accipiat. Ubi *Venetias* proficiscetur, quod
 credo mox fiet, penes te erit jubere, si quid a me per ipsum
 in rem fieri posse putes. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 4. Novembris, 1715.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) *Vid. Ep. LIX, LX, LXI.*

(2) *Nicolaum.*

1715.
Nov.

P. S. Domini HERMANNI Librum (1) accepi. Multa sunt bona, sed quædam moneri possunt. Videtur nimium *Anglis* deferre. Problema Trajectoriæ, si Centrum locum mutet, tentavit; meo judicio, non absolvit. FLAMSTÆDIUS mihi per amicum significavit, in *Newtoniana* Lunæ Theoria esse quædam falsa, quædam incerta. Si RICCATUS, ut audio, officiose & ut par est respondit, optimum fortasse erit litem cessare. Ego scripsi ZENDRINO, merita Tua in scientiam ipsosque *Itales* ejus cultores tanta esse, ut æquum videatur judicio Tuo, quantum fieri potest, deferri. PARENTIO non respondi in *Theodicea*. Curabo ut hujus Libelli exemplum, occasione data, ad Te perferatur. Spero Regentem Regni *Galliarum*, Scientiarum amantem, non passurum ut morte Regis Respublica Scientiarum aliquid detrimenti capiat.

(1) *Phoronomia, sive de Viribus Corporum Solidorum & fluidorum.*
Lib. II. Amst. 1716. 4°.

E P I S T O L A CCXXV.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responſio ad præcedentem.

Mittit Problema Anglis proponendum. De HERMANNI
Phoronomia, &c.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor
Honoratiſſime!

UT petito Tuo ſatiſfacerem, incunſtanter perluftravi Adverſaria mea, & tandem inveni Apographum Epistolæ cujuſdam meæ, olim ad Te datæ; unde hoc, quod Tibi mitto, excerptum (1) fieri curavi, continens duas Methodos ex nova illa differentiandi ſecundum parametrorum variabilitatem ratione erutas; quarum ope ſolvuntur Problemata circa curvas ordinatim poſitione datas, licet non ſimiles; ex quibus, exempli gratia, quæritur ea quæ vel maximum vel minimum præſtet, aut quæ ſint trajiciendæ per novam aliquam curvam, ſive in dato angulo, ſive in angulis data lege variabilibus. Si quid invenias quod in uſum tuum faciet contra KEILIIUM alioſve adverſarios, gratiſſimum mihi erit. Latent certe quædam in iſta materia, quibus exerceri poſſunt Thraſones Anglici pro KEILIO militantes. Hi forte invenient ex quo ſe non facile extricabunt, licet omni fluxionum Methodo adjnti.

Etiam mihi videtur HERMANNUS in Libro ſuo nimium Anglis deferre; adeo quidem ut NEWTONI morem demonſtrandi affectet, per totius fere Libri decurſum: unde fit ut demonſtrationes, quas vocat lineares, ſæpiſſime magno legentium fatidio & fatigatione plures occupent paginas, cum ſi Analyſi uti

Tom. II.

Z z

voluiffet

(1) Illud erat P. S. Epist. LXI.

1715.
Nov.

voluisset eas quandoque 3 aut 4 lineis absolvere potuisset. Videtur voluisse Libri molem extendere præter necessitatem, nisi forte majorem inde sibi gloriam, nascituram putaverit. Quæ sunt alicujus momenti, præcipue vero in prima Libri parte, ea certe pleraque jam complexus sum, partim in Schediasmate meo *Actis Lipsiensibus* 1713. Mensibus Februario & Martio inserto, partim in posterioribus Capitibus Libelli mei Gallici *de praxi nautica*. Quosdam etiam notavi paralogismos. Modum considerandi vectem in omnibus suis punctis impulsus a potentiis variantibus, quem ego adhibui in meo Libello pro invenienda media directione potentiarum velum, superficiem navis, vel alius corporis superficiem impellentium, HERMANNUS sibi quoque arrogat in sua Præfatione; sed quo jure nescio. Dicit quidem me vidisse manuscriptum suum, quod non nego; an autem Theoremata huc facientia inibi reperta fuerint, ut innuit, certe asseverare non possum. Male itaque agit, quando ad memoriam meam appellat. Quomodo enim quamlibet minutiam attendere potuissem, intra biduum vel triduum, quo manuscriptum ejus perulstrare mihi datum fuit? Profecto non aliter consideravi quam minutiam, id quod jam illum ut magni quid æstimare video, cujus se mecum inventorem audire gestit. Nihil utique naturalius est, nihil magis obvium quam referre potentias agentes in superficiem aliquam ad vectem imaginarium, prolongando nempe eorum directiones. Dedi hoc in Libello meo sine ulla pompa; nihil quippe hic suspicabar jactantia dignum. Habeo vero, ut & hoc addam, quod querar de HERMANNI, sive non satis felici memoria, sive non sufficienti candore. Etenim quando in Appendice pag. 393. in fine audacter dicit *neminem alium, quod sciat, demonstrasse aquam, aliumve liquorem, ea velocitate ex vase erumpere quam aque guttule orificio proxima acquirere potest, casu accelerato ex altitudine liquoris supra orificium*; Lectori persuadere conatur se primum fuisse hujus rei demonstratorem. Sed imponit Lectori; habuit enim demonstrationem a me, eo tempore, quo ex *Italia* redierat; & tantum abest, ut aliquam antea habuerit demonstrationem, ut cum interrogassem,

num

num hoc Theorema hydraulicum demonstrare posset, vel apud quemquam Auctorem demonstratum vidisset, ingenue fassus fuerit, se illud, licet multoties tentasset, nunquam demonstrare potuisse, neque ab aliis demonstratum fuisse. Dedi itaque meam demonstrationem (1), quam tum approbat & laudabat; nunc vero sub mutato habitu intricatiorem redditam pro sua venditat. Nunc judices, quo jure, quave conscientia, dicere possit neminem alium, quod sciat, illud demonstrasse. Cæterum Problema Trajectoriæ, si Centrum locum mutet, nequidem tentavit nendum absolvit. Habet fateor quædam de Trajectoria mobili, ut circa Centrum immobile moveatur, quod jam NEWTONUS uberrime pertractavit.

Gratias ago quod data occasione Filium meum Tibi commendatum fore promittas. Prætulit studium Juridicum Medico, suam inclinationem secutus: in Physicis tamen non prorsus est hospes.

RICCATUS non valde officiose respondit, dum varios in me meumque Agnatum aculeos sparsit, quos antem hic in nupera sua Replicatione, ut par est, retorfit. Gratissimum erit, ubi me compotem feceris Theodiceæ tuæ. Vale & Fave.

Basilea a. d. 23. Novemb. 1715.

Amplitudini Tuæ Devotissimus

J. BERNOULLI.

(1) *Que habetur Act. Erud. 1716. Aug. p. 375. & Opp. Tom. II. N. XCIX. pag. 208.*

EPISTOLA CCXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

*De Commercii Epistolici recensione in Transf. Philos. De NEWTONI
Philosophia. De Problemate Anglis proposito. De HERMANNO.
De Horologio turbinatorio.*

Vir Nobilissime & Celeberrime, Fautor
Honoratissime!

1715.
Decem.

SCRIPSI litteras ad Illustrissimum SCHULENBURGIUM, easque Clarissimo MICHELOTTO misi, ut ipse reddat, & cum eò consilia conferat, neque enim dubito Virum insignem libenter nobis fauturum, cum mihi sit amicus singularis. Hoc volui ut scires, ita enim ipse Domino MICHELOTTO poteris significare quæ videbuntur.

Dominus *Abbas* DE CONTI scripsit ad amicum *Parisinum*, qui mihi significavit *Anglos* longa recensione *Commercii Epistolici* in *Transactionum* aliqua (1) suas contra me argutationes iterasse, atque inter alia etiam Philosophiam meam impugnasse. De *Analyſi* nostra dicunt, *NEWTONUM* originarium esse, nos tantum nomina adjecisse, eaque apta ad controversias in *Mathesin* introducendas. Philosophiam *NEWTONI* esse mere experimentalem, meam conjecturalem: sed ni fallor harmonia præstabilita seu, quale nos statuimus, *Commercium Animæ & Corporis* res demonstrata est; demonstratum etiam, ni fallor, firmitatis seu nexus in corporibus originem non posse desumi nisi a motibus conspirantibus, atomosque esse rem absurdam. At *NEWTONUS* minime

per

(1) N°. 342. habetur Gallice in *Diario litterato*. Tom. VII. Art. 5. pag. 113. & seq. & Art. 15. p. 344.

per sua experimenta demonstrat materiam ubique esse gravem, 1715. seu quamvis partem a quavis attrahi, aut vacuum dari, ut ipse Decemb. quidem jactat. De Deo etiam miras fovet sententias; extensum esse, sensorium habere, & vereor ne revera inclinet in sententiam AVERRHOIS & aliorum, etiam ARISTOTELI tributam de Anima seu Intellectu agente generali in corpore quovis pro ratione organorum operante. Illud etiam mihi plane absurdum videtur, quod putat machinæ mundanæ motum ex se defiturum, nisi a Deo subinde rursus animaretur. Itaque miraculis opus habet, nec sine perpetuis miraculis suam attractionem explicare poterit.

Dominus *Abbas CONTIUS Parisiis* discedens Epistolam ad me reliquit, quæ mihi nunc reddita est. Ipsi jam respondeo, & ut pulsum *Anglorum* Analystarum nonni hil tentemus, rogo ut, quasi suo proprio motu aut amici rogatu, Problema hoc illis proponat. *Invenire lineam BCD, quæ ad angulos rectos secet omnes curvas determinati ordinis ejusdem generis; exempli causa, omnes hyperbolas ejusdem verticis & ejusdem centri AB, AC, AD &c. idque via generali.* Ita videbimus quousque suis fluxionibus profecerint.

An excerptum ex antiqua Epistola Domini Filii Tui manuscriptum est?

Significavi Dno. HERMANNO, mihi non videri bene demonstratam, imo nec veram ipsius Propositionem pag. 7. Quod causa gravitatis agat in omnes corporis partes; nam si misceantur æquabiliter in corpore partes graves & non graves, eadem gravitas manebit variato scilicet situ. Et si per partes corporis intelligit quicquid ejus volumine comprehenditur, patet materiam gravificam permeantem comprehendendi, quæ ipsa gravis non est.

Dominus HERMANNUS erga me protestatur, se plane inficio esse natam illam cum RICCATO litem, & adeo non a se foveri ut desisti sit suafurus, in quo recte faciet. Cæterum & ego quædam notavi acta ab ipso paulo obliquius erga me, inter alia loquitur de meo Theoremate compositionis tendentiarum,

1715. Decemb. quasi ipse demonstraverit; sed ego in *Diario Gallico* (1) veteri demonstrationem addideram eandem, ni fallor, cum ea quam affert. Suo erga NEWTONUM Anglosque affectato studio nihil lucrabitur; audio enim KEILIIUM jam in ipsum stricturas quasdam dedisse. Quod superest Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* Decemb. 1715.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

P. S. Vidi quæ in *Actis* hujus anni de *Turbinatione* dediti pulcherrima (2). Velim nosse an Tibi nota sit constructio Horologii turbinatorii, quale, ni fallor CAMPANUS *Rome*, alii que confecere; quæ Horologia id habent, ut sonum pene nullum edant, eoque iis conveniant qui difficulter obdormiscunt. Vellem hanc constructionem discere.

(1) *Journ. des Sc.* 1693. 95. *Journ. du 7. Sept.*

(2) 1715. *Jun. pag. 242.* *Œ Opp. Tom. II. N. XCVII. pag. 187.*

EPISTOLA CCXXVII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De Commerci Epistolici recensione. Mittit Filius sui solutionem Problematis specialis Anglis propositi. Alia proponit difficiliora. De HERMANNO. De Horologio turbinatorio.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime!

ETIAM MÖMMORTIUS in suis ad Agnatum meum litteris 1716. meminit ejus, quod amicum *Parisinum* Tibi significasse di-
Januar.
cis, *Anglis* scilicet, longa recensione *Commerci Epistolici* in
Transactionum aliqua, suas contra Te argutationes iterasse. Qua-
re necesse puto, ut nonnihil matures alterum illud, quod pa-
ras, *Commercium Epistolicum* priori ab *Anglis* edito oppo-
nendum.

Excerptum illud ex antiqua Epistola, quod Tibi petenti mi-
seram, non Filii mei (qui in negotiis pro me obeundis absens
erat ab urbe) sed alicujus ex Discipulis meis manuscriptum
est. Interim ut scriptionem Filii mei & quid in Mathematicis
præstare possit, videas; ecce mitto ad Te solutionem ab ipso in-
ventam Problematis de invenienda curva omnes Hypérbolas ejus-
dem axis transversæ ad angulos rectos secante, quod per Domi-
num *Abbatem CONTIUM Anglis* Analystis proposuisti, in exem-
plum Problematis illius generalis, quo quæritur Trajectoria om-
nes curvas determinatas ordinis ejusdem generis ad angulos rectos
traj-

1716. *Januar.* trajiciens. Fateor hoc Problema generaliter sumptum ab Analystis illis non facile solutum iri, nisi cogitent de modo nostro differentiandi parametros, vel alias lineas quæ parametrorum loco sunt, seu de transitu differentiatiōnis a curva in curvam. Sed velim animadvertas non omnia hujus Exempla particularia æque difficilia esse: sunt enim quæ peculiari hac differentiandi ratione non indigent, ut sunt ea curvarum ad quarum tangentes determinandas parametri variabiles in considerationem non veniunt; ex horum numero est exemplum, quod proposuisti, de Hyperbolis; ut pote quæ, sicut & omnes Sectiones conicæ commune centrum & verticem habentes, habent eandem subtangentem pro communi abscissa, quasunque habeant parametros: Est enim pro omnibus (*Fig. 128.*) $OF : OA = OA : OE$ sic itaque timendum est, ne Analystæ *Angli* hoc Exemplum solvant per communes Methodos; & postea ubi vident rem tam facile sibi successisse inde evadant inflatiores, & in opinione suæ superioritatis magis confirmentur. Quod si tale quid futurum ex *Abbate* *CONTIO* mature intelligeres, quando scilicet publicationem hujus Exempli a se solvendi mirarentur *Angli*; meo judicio non inconsultum erit, si illi statim præveniantur, Typis mandando in *Actis Lipsiensibus* (1) (vel in alio, quod Tibi placuerit, Diario) hanc Filii mei solutionem; ut videant eos, qui nostras methodos possident, ubi vix tyrocinium evaserint, jam in potestate habere talia, ad quæ *Thraſones* non nisi ægre, vel plane non pertingunt; si præsertim alia Exempla nonnihil difficiliora ejusdem Problematis proposuisses, vel adhuc proponeres. Quale foret, si pro Hyperbolis ejusdem verticis & axis transversi sed parametrorum variabilium, supponerentur Hyperbolæ ejusdem verticis & ejusdem parametri, sed axium transversorum variabilium: invenietur enim quidem satis facile (si dextre procedatur) pro natura curvæ trajectoryæ quæsitæ (ponendo nunc AE, x ; EC, y) hæc æquatio differentialis $2xy dx = (-2yy + cx) dy$: hæc vero æquatio, in qua c significat parametrum constantem & inva-

(1) Et prodit quidem Mense *Majo* 1716. p. 226. Habetur etiam in *Joh. BERNOULLII Opp. Tom. II. N° CIV. p. 270.*

nvariabilem Hyperbolarum, nullam adhuc admittit constructio-^{1716.}
nem, concessis licet quadraturis, ob implicationem indetermina-^{Januar.}
tarum cum suis differentialibus $x, y, dx, & dy$; quæ necessa-
rio prius sunt separandæ, ut constructio obtineatur. Dubito au-
tem an *Angli* (quos nihil hactenus de hoc separationis negotio
scripsisse vidi) in hunc gurgitem se demittere audeant. Non
minus curiosum esset hoc Exemplum, ubi proponerentur omnes
omnium graduum Parabolæ, ejusdem parametri, verticis, & su-
per eodem axe descriptæ a Trajectoria normaliter secandæ, ita
ut solus index vel exponens Parabolæ esset variabilis. Æqua-
tio enim pro natura curvæ quæsitæ satis quidem simplex, sed
non per viam tritam eruitur hæc $x l x dx = -y l y dy$; ubi
 x & y , designant coordinatas originem a vertice communi Pa-
rabolarum sumentes: integrando terminos, hæc altera obtinetur
 $2 x x l x - x x = -2 y y l y + y y \pm a a$, quæ porro ad
exponentialem reducitur $x^{2xx} y^{2yy} = n^{xx + yy} \pm a a$.

Mihi videtur si HERMANNO placuisset dissuadere RICCA-
TO diutius litigare, litem jam diu sopiri potuisse: quod idem
non obscure insinuavi nuper ipsi. Dno HERMANNO, eumque
simul monui, ut citissime scribat ad scriptorem alicujus *Diarii*
Belgici sub nomine *Reipublicæ Eruditorum* (Republyk der Ge-
leerden) ut repararet injuriam, quam in recensione Operis *Her-*
mamiani mihi intulit; quando excerpens verba ex Præfatione,
ubi HERMANNUS mentionem facit proprietatis alicujus circa
Centrum gravitatis, quam proprietatem inventam sibi & mihi
attribuit HERMANNUS; scriptor *Diarii* verba HERMANNI
truncata affert, eaque ita interpretatur quasi HERMANNUS me
plagii insimulare voluisset. An scriptor studio & ex malitia id
fecerit, ut commendabilem & vendibilem redderet librum HER-
MANNI, quippe qui typis eorumdem Bibliopolarum quorum
Diarium, nempe WESTENIORUM, excusus est, aut an fece-
rit quia sensum HERMANNI, obscure satis ibi loquentis, non
perceperit, definire jam non cupio.

1716.
Januar.

Si Tibi placuerint quæ dedi in *Actis Lipsiensibus* superioris anni de turbinationibus, habeo de quo mihi gratuler. HUGENII horologium turbinatorium hisce meis meditationibus ansam utique dedit; sed de constructione hujus horologii nihil aliud mihi notum est, quam quod habetur in ipso Opere HUGENII, cui titulus, *Horologium oscillatorium*, pag. 155: ex quo autem facile intelligo ejusmodi horologium ratione constructionis & dispositionis internæ rotarum, non multum differre a communibus horologiis, & nihil hic aliud requiri, quam ut pro Pendulo oscillante, cujus vibrationes reciprocantes motum horologii in isochronismo conservant, adaptetur Pendulum turbinans, cujus turbinationes continuæ sint isochronæ; id quod fieri potest, si filum Penduli circumplicatum sit laminæ incurvatæ secundum evolutam Parabolæ. Sic enim sive intendatur, sive remittatur vis turbinans, adeoque sive ampliores sive angustiores superficies Conicas describat filum Penduli; erunt tamen omnes ejusdem altitudinis, & proinde turbinationes isochronæ. Quod superest, annus hic novus cum plurimis aliis sequentibus Tibi sit felicissimus, Vale & Fave.

Basilea a. d. 15. Januar. 1716.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

EPIS-

EPISTOLA CCXXVIII.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

*De Problemate Angliſ proponendo. De horologio turbinatorio.
De Profeſſione Patavina. De ſuo Opere hiſtorico.*

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor
Honoratiſſime!

NON ſine multo applauſu legi ſpecimen Domini Filii tui, 1716. Januar.
Juvenis, ut video, magna nobis promittentis. Solutio elegans ingenioſſis Scholii obſervationibus ornatur, dum eam etiam ad Ellipſes transfert. Cæterum a me in litteris ad Dnum. *Abbatem* CONTIUM Hyperbolarum communis verticis centricæ mentio facta eſt, non quaſi Problema in iis conſiſteret, ſed ut intelligeretur. Addidi enim diſerte; quæri methodum generalem. Quod ſi mihi ſuppeditare Exemplum voles, quod non particulari aliqua facilitate adjuvari putes, ſed ad generalem adigere, rem gratam facies. Id enim pro ſpecimine ſolutionis veræ Domino *Abbati* nominare potero; vellem autem tale eſſe, ut factis evolutionibus tandem ad quadraturas reducatur, ne dicant ne a nobis quidem ſufficientem ſolutionem dari poſſe. Quanquam revera ſine noſtra methodo a Te provecta, [quemadmodum olim, ni fallor, animadverti] recurrendum ſit ad differentias ſecundi gradus; noſtra autem methodo inter primas conſiſtatur. Gratum erit etiam, ſi opera Domini Filii Tui (modo vacet) analyſin cum vertex & parameter manent; & cum Parabolæ mutant exponentem, adjeceris.

Conſtructionem Horologii turbinatorii ab oſcillatorio putem non-nihil debere differre in applicatione rotæ proximæ ad Pen-

1716.
Januar.

dulum, nam in oscillatione pendulum tendit huc illuc, seu itque reditque, sed in turbinatorio semper tendit in easdem partes. Inde etiam turbinacione quidam usi sunt ad Horologium conficiendum, quod careret ictibus illis, qui molesti sunt ægre dormiscentibus.

Dominus MICHELOTTUS mihi scripsit se litteras meas ad Dnum *Generalem* SCHULENBURGIUM attulisse, & cum eo de negotio fuisse locutum, neque illum defore occasione data. Putat ille Dnus MICHELOTTUS.
. facile deinde effici posse, ut Dnus Agnatus Tuus succedat
Non dubito quin ipse Tibi amplius de toto negotio scripserit.

Domini *Comitis* SCHULENBURGII Frater, cum nuper hic esset, mihi dixit ex Fraternalis litteris ipsum mox iter facturum in *Dalmatiam*, ut præsidia *Veneta* visat & omnia ad expeditionem instantem paret; Itaque haud scio an satis occasionem habiturus sit negotium nostrum adjuvandi, ob distractiones & absentiam. Spero tamen Dominum MICHELOTTUM invigilaturum ubi aderit, ut optima ejus voluntate utatur.

Ego nunc totus sum in absolvendo magno Opere Historico meo, cujus apparatus a multis annis collegi, quod antiquitates *Brunswicensis*, simulque Annales Imperii Occidentis ab initio regni CAROLI MAGNI usque ad finem Imperii HENRICI *Secundi* complectitur. In hoc enim intervallo origines fere ignotæ a me erutæ continentur. Si Deus mihi iis quæ adhuc supersunt viribus amplius uti concedit, hoc anno Colophonem imponam. Atque inde liberior, si quid temporis superest, aliis nonnullis meditationibus non proletariis absolvendis tribuam. Cæterum hic labor præfens me fere totum sibi vindicat. Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 31. Januarii 1716.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIS-

EPISTOLA CCXXIX.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

*Mittit Problema Trajectoriarum, quale requirebat, Anglis proponendum.
De horologio turbinatorio.*

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Ho-
noratissime.

HABEO de quo mihi gratuler, quod usque adeo Tibi pla- 1716.
cuerit Filii mei specimen, continens solutionem Problema- Mart.
tis a Te propositi, de secandis normaliter per curvam aliquam
Hyperbolis axis transversæ & verticis communis, quam & Ellipsi-
bus normaliter secandis convenire monstravit. Ecce nunc, quia
petis, Analysin a Filio meo conceptam pro determinandis Tra-
jectoriis Parabolæ, in quibus, vertice & parametro manenti-
bus, exponentes sunt variables. Communicabo (quamvis sine
Analyfi) solutionem Exempli, quod omnia quæ desideras habet
requisita; nulla quippe particulari facilitate resolvitur, sed potius
particulari quadam dexteritate opus est, quæ non cuivis obvia
erit; deinde recurrendum quoque est ad differentias secundas,
quæ autem per Methodum nostram ad primam reducuntur; pos-
tremo tale est, ut, factis evolutionibus, arte quadam singulari
ad quadraturas reducatur, cum alioquin, nisi rite tractetur, æqua-
tio prodeat, in qua indeterminatæ cum suis differentialibus in-
tricatæ adeo invicem permixtæ reperiantur, ut inseparabiles vi-
deantur. Problema autem, quod duabus partibus constat, in
hunc modum propono.

PROBLEMA I°. *Super recta (Fig. 129.) AG, tanquam TA. xxiii.
axe, ex puncto A construere infinitas curvas, qualis est ABD,*

1716.
Mart.

ejus naturæ, ut radii osculi, ex singulis singularum curvarum punctis B educti, secantur ab axe AG in C in data ratione, ut nempe sit $BO : BC = 1 : n$. 2°. Construendæ sunt trajectoriæ, qualis est ENF priores curvas ABD ad angulos rectos secantes.

SOLUTIO. 1°. Esto AL perpendicularis ad AG: vocetur AI, x : IB, y ; & quædam constans ad arbitrium assumpta, a : fiat y , seu $IB = \int (x^n dx : \sqrt{(a^{2n} - x^{2n})})$ erit punctum B in quadam curva ABD, quæ desideratam habet conditionem $BO : BC = 1 : n$. Quod si jam mutetur a , eaque major minorve sumatur, prodibit alia ABD a priori diversa eandem conditionem habens: Et sic infinitæ constructentur curvæ optatæ. *Quod erat faciendum pro primo.*

2°. Fiat nova Curva AH habens (nominatis abscissis AM, Z:) applicatis $MH = a^n : z^n \sqrt{(a^{2n} - z^{2n})}$ ubi a denotat eandem arbitrariam, quæ assumpta est pro curva ABD. In hac nova curva AH, fiat area AHM æqualis magnitudini arbitrariæ constanti C: secabit HM producta curvam ABD in puncto N quod erit in aliqua ex trajectoriis quæsitis ENF: mutata jam C, alia orientur trajectoriæ. *Quod erat faciendum pro altero.*

Notetur si $n = +1 : (2p + 1)$ aut $= -1 : 2p$, erunt curvæ omnes ABD, ut & omnes ENF algebraicæ (intelligo per p quemvis numerum integrum & positivum). Si verò $n = +1 : 2p$, utrarumque constructiones dependent a quadratura Circuli. Et tandem si $n = -1 : (2p + 1)$ dependent a quadratura Hyperbolæ.

Constructio interna horologii turbinatorii in nihilo alio differre potest a communi, quam in applicatione solius rotæ proximæ quæ axem penduli turbinantis sine reciprocatione movere debet gyratione continua. HUGENIUS asserit hujus generis horologia plura, nec sine successu, constructa fuisse. Habent, ut probe animadvertis, hoc commodi, quod careant ictibus illis repetitis, qui ægre obdormiscentibus molesti sunt. Motus enim turbinat-

tionis.

LEIBNITII ET BERNOULLII, EPIST. CCXXIX. 375
tionis, ut facile conjicio sine strepitu peragitur.
.
. Vale, Vir Illustrissime,
& favere perge.

Basilea II. Mart. 1716.

Amplitudinī Tuæ Devotissimo

J. BERNOULLI.

EPISTOLA CCXXX.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responſio ad præcedentem.

De ſua cum NEWTONO lite, &c.

Vir Nobiliſſime & Celeberrime, Fautor
Honoratiſſime!

OPPORTUNE litteras Tuas accipio, renovata jam lite *An-1716.*
glicana. NEWTONUS ipſe, cum videret mihi KEILIIUM April.
indignum reſponſione haberi, in arenam deſcendit, litteris ad
Dnum *Abbatem* CONTIUM ſcriptis, qui ad me miſit. Ego
reſponſi, & verſionem *Anglicæ* NEWTONI Epistolæ, cum
reſponſione mea, ad Dnum REMONDUM miſi *Parifios*, *Abba-*
ti CONTIO tranſmittendam, & amicis *Parifinis* oſtendendam.
Ex *Gallia* Tibi omnia communicabuntur, miraberis tam levibus
argumentis actum. Potiſſimum eſt me aliquoties ipſi inventum
conceſſiſſe, ergo nunc ſalvo candore negare non poſſe. Reſpon-
deo me tantam de ipſius candore tunc opinionem, habuiſſe, ut
quidvis affirmanti facile crediderim, nunc dum accuſationi contra
me

1716.
April.

me connivet, imo accedit, quam falsam novit, dubitare de ejus sinceritate coactum. Epistolam quam Tuam esse scit, ait a Mathematico vel Mathematicum affectante scriptam, (*par un Mathématicien ou prétendu Mathématicien*) quasi merita Tua ignoret. Totam chartam cui Epistola Tua inserta est, vocat diffamatoriam, quasi magis famam lædat quam addita *Commercio Epistolico*.

Dominus ARNOLDUS mihi scripsit, KEILIIUM in novo quodam *Transactionum* loco contendere Te quoque ignorare Calculum differentialem; sed homo indignus est cui respondeatur.

Cæterum CONTIUS, qui ad partes novorum amicorum non-nihil accedere videtur, scribit *Anglos* facile solvisse Problema duarum Serierum curvarum invicem perpendicularium; MOIVREUM enim, præter alios, scilicet ut figeret ideas, rem reduxisse ad subtangentem, verba CONTII sunt, *il faut supposer la même soutangen.e pour la même abscisse*, quæ non satis intellige. Quidquid vero sit, hoc non est solvere Problema, sed ejus casum. Problema ipsum jam in *Actis Lipsiensibus* proposuimus, Maio anni 1697, pag. 211, & cum FATIUS insurrexisset, Maii 1700. pag. 204. Commodum autem evenit, ut exemplum a Te acceperim, quod non ita facile solutum iri iudicas; nihil potuit fieri accommodatius. Id nunc CONTIO mittam, ut habeant in quo ideas figant, tantisper dum solutionem generalem inveniant. Interim Domini Filii Tui solutionem elegantem casus Hyperbolici vel Elliptici ad Dnum WOLFIIUM misi, ut *Actis Eruditorum Lipsiensibus* inferi (1) curet.

Operæ pretium erit inquiri apud amicos *Parisiis* vel in *Italia*, an ibi extent horologia turbinatoria: mereretur enim eorum constructio exacte cognosci.

Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 13. Aprilis 1716.

Deditissimus.

(1) 1716. Maj. pag. 226.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIST.

EPISTOLA CCXXXI.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

De speciali Problematis Trajectoriarum solutione, alteroque vicissim a TAYLORO proposito. De NEWTONO & KEILIO.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime!

BENE se habet, quod NEWTONUS ipse tandem in arenam 1716. descenderit. pugnaturus sub proprio suo nomine, & sepo-Maii sita larva

Quidquid sit, spero nunc veritatem historicam melius detectum iri; siquidem NEWTONUS, pro suo, quem habere suppono & confido, candore, res gestas fideliter enarrabit, eorumque quæ a Te producentur, veritatem publice agnoscet.

Ex Gallia nihil aliud intellexi, nisi quod a Domino MONTMORTIO [Fratre ni fallor REMONDI qui Tecum in Commercio est] Agnatus meus litteras accepit, in quibus aliquid de ea re commemorat confirmatque idem quod de CONTIO habes, qui nimirum perscripsit Anglos Exemplum Hyperbolarum ad angulos rectos secundarum solvisse; quod equidem non miror, quia exemplum facillimum & a Filio quoque meo solutum. Addit vero Anglos jactare generalem solutionem Problematis, sed dubito solutionem fore talem qualem desideramus. Nam si per solve intelligant exhibere utcunque aliquam æquationem differentialem ex indeterminatis invicem permixtis complicatam, eorum solutio non erit perfecta; quia nulla constructio inde deduci potest, concessis licet figurarum quadraturis. Ideoque, cum forte,

1716.
Maii.

pro solutione Exempli postremo a me transmissi, dederint aliquam æquationem in qua indeterminatas cum suis differentialibus sibi mutuo intricatas observaveris; nullo modo acquiescendum erit, sed insistendum & urgendum, ut quod superest absolvant, separentque a se invicem indeterminatas, sine quo gloriari non queunt se solvisse Exemplum hoc: est enim ex eorum numero, ubi separatio ita succedit, si rite tractentur, sed hic singulari quadam arte opus est. TAYLORUM, subjungit MONTMORTIUS, etiam solvisse prius exemplum Hyperbolarum, tum etiam jactasse, se quoque habere Exempla quædam, quæ Tibi vicissim propositurus sit, refertque unum a TAYLORO perscriptum, quod hoc est: *Determinare Trajectorias normaliter secantes curvas quibus respondet hæc æquatio $z z d d x = 2 x d z^2$, in qua supponitur $d z$ constans; & definire naturam hærum curvarum, quibus ista æquatio respondet.* Post brevem applicationem solvi hoc Problema, & postea etiam solvit Agnatus meus, amboque invenimus quod triplex curvarum species satisfaciatur æquationi isti $z z d d x = 2 x d z^2$, nempe Parabolas, Hyperbolas, & Curvas quasdam quæ sunt trium dimensionum. Quod si nunc Parabolæ illæ normaliter sunt secandæ, erit Trajectoria aliqua Ellipsis: si vero Hyperbolæ illæ, habebimus pro Trajectoriis, alias Hyperbolas prioribus similes & concentricas; si Curvæ illæ trium dimensionum sint secandæ, erit etiam Trajectoria altioris ordinis: sic itaque pars posterior Problematis triplicem solutionem admittit: prior vero etiam triplicem, nisi per conditionem aliquam, qualem TAYLORUS addit [quam vero non satis intelligo] restringatur ad unam aliquam simplicem.

Miror quomodo NEWTONUS scire potuerit me auctorem esse Epistolæ illius, quam inferi curasti chartæ illi contra NEWTONUM publicatæ (1); cum tamen nemo mortalium sciverit me illam scripsisse, nisi Tu ad quem scripta est, & ego a quo scripta est. Fortassis autem expressio ista, *par un Mathématicien ou prétendu Mathématicien*, alium habet sensum quam putas: potest enim etiam ita sumi, quasi NEWTONUS crediderit, Epistolam istam esse supposititiam & tanquam a Mathematico quodam conficta,

(1) Scribit ex ipso LEIBNITIO ad BOTHMARUM scribente.

ficto, exaratum, revera tamen ab ipso Auctore chartæ inventam & 1716.
 intrusam; quod si rem ita sumas, videbis *par un prétendu Ma-* Mai.
thématicien intelligendum esse Mathematicum confictum & nun-
 quam, existentem. Vellem ARNOLDUS locum indicasset in *Tran-*
sactionibus, ubi KEILIVS dicit me quoque ignorare Calculum
 differentialem: interim parum me moveret quod KEILIVS ex ira
 furiosus contra me deblaterat; etsi crederem verum esse quod AR-
 NOLDUS retulit, sed cum nec ex *Gallia*, nec aliunde simile
 quid audiverim, ARNOLDUS forte deceptus est, eo quod intel-
 lexerit KEILIVM alicubi dicere me usum Serierum convergen-
 tium NEWTONI non satis intelligere. Alias enim KEILIVS,
 si me dicere vellet Calculi differentialis ignarum, sibi met ipsi tur-
 piter contradiceret, quippe qui in *Diario Gallico Hagienfi*, ubi
 contra Chartam illam, de qua supra, disputans ad me provocat
 tanquam ad Judicem idoneum & Calculi differentialis callentissi-
 mum, quique adeo quam-optime decidere possim annon Proble-
 ma illud; *Data area curvæ invenire ejus applicatam* [quod
 NEWTONUS jam dudum solverit], idem sit quam hoc, *Data*
quantitatis invenire differentialem. Præterea alia in me cumulat
 Elogia; quæ omnia ejus sunt naturæ, ut me necessario Calculi
 differentialis peritissimum crediderit; adeo ut vel calumniator,
 vel mente captus censendus esset, si nunc contrarium diceret.
 Vale & Fave.

Basilea a. d. 20. Maii. 1716.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

P. S. Scripsi ad Filium *Venetias*, ut de Horologiis turbinatoriis
 inquirat.

EPISTOLA CCXXXII.

LEIBNITII ADBERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De *Problemate Trajectoriarum*. De TAYLORI *Methodo incrementorum*.
De sua cum CLARKIO *controversia*. De *Horologio turbinatorio*.

Vir Nobilissime & Celeberrime, Fautor
Honoratissime!

1716. SOLUTIONEM Trajectoriarum perpendiculariarum ad Hyperbo-
Jun. las Domini Filii Tui reperies in *Actis Lipsiensibus* (1). Adjec-
tum est, inservire ad intellectum Problematis generalis, quod ad
explicandos progressus in Calculo infinitesimali inservire possit. E-
quidem dictum non est, per se tamen intelligitur, in generali illo
saltem efficiendum esse, ut res reducatur ad æquationem differen-
tialem primi gradus, & in specialibus reducendam rem ad quadra-
turas, quoties per notas hæctenus artes licet.

Misi CONTIO Problema Tuum speciale, & videbimus quid
TAYLORUS, vel alii, in eo sint præstituri.

Accepi TAYLORI *Methodum*, quam vocat, *incrementorum* (2).
Est applicatio Calculi differentialis & integralis ad números, vel po-
tius ad magnitudines generales. Ita *Angli* equos, ut in Proverbio
est, adjungunt post currum. Ego incepti Calculum differentialem a
numerorum Seriebus, eoque utiliter usus sum ad summas Serierum
numericarum, & postea animadvertens in Geometria differentias, &
summas dare quadraturas, & multa ob incomparabilitatem evanes-
cere in lineis, via naturali perveni a Calculo generali ad specialem
geometricum seu infinitesimalem. Isti contra procedunt; nempe
quod veram inveniendi methodum non habuerunt. In toto suo Li-
bello

(1) 1716. Maj. pag. 226.

(2) *Methodus incrementorum directa & inversa*, Auctore Brook TAY-
LOR &c. Lond. 1715. 4°.

bello neminem citat nisi NEWTONUM. Scriptus est satis obscure, 1716. & cum ad usum venit, suarumque artium specimen exhibere vult, Jun. vix habet nisi jam dicta.

Serram etiam Philosophicam nunc cum NEWTONO, vel quod eodem redit, cum ejus Hyperaspita CLARKIO Regis Eleemofynario me reciprocare fortasse jam intellexeris (1). Scis KEILIIUM & Præfatore (2) novæ Editionis *Principiorum* NEWTONI etiam Philosophiam meam pungere voluisse. Itaque scripseram ego forte Serenissimæ Principi Regiæ *Walliæ*, pro excellenti ingenio suo harum rerum non incuriosæ, degenerare nonnihil apud *Anglos* Philosophiam, vel potius Theologiam Naturalem. LOCKIIUM & similes dubitare de immaterialitate animæ, NEWTONUM Deo tribuere sensorium, quasi spatio tanquam organo sensationis opus habeat; inde alicui in mentem venire posse, quasi non sit nisi anima mundi secundum veteres Stoïcos. Eundem Auctorem Dei Sapientiæ & perfectionibus derogare, dum velit Mundum esse Machinam non minus imperfectam quam horologia nostrorum artificum, quæ sæpe retendi debent, aut alias corrigi; ita Machinam Mundi, secundum NEWTONUM & affeclas, correctione quadam extraordinaria subinde indigere, quod parum sit dignum Deo Auctore. Mea sententia Deum omnia tam sapienter ab initio constituisse, ut correctione non sit opus, quæ imprudentiam arguat. Serenissima Princeps *Walliæ* excerpta hujus Epistolæ CLARKIO communicavit. Is scriptum contra Anglico sermone ipsi dedit, quod illa ad me misit; respondi, replicavit; duplicavi, triplicavit; ego novissime quadruplicavi, seu ad tertium ejus scriptum respondi. Inter alia improbat formulam a me in *Theodicea* usurpatam, quod Deus sit *Intelligentia supramundana*, tanquam a me a mundi gubernatione excludatur. Ego quæsi an ergo velit Deum nihil aliud esse quam *Intelligentiam mundanam*, seu ani-

Bbb 3 mam

(1) Videatur *Recueil de diverses pièces sur la Philosophie, la Religion naturelle, l'Histoire, les Mathématiques, &c. par Mrs. LEIBNITZ, CLARKE, NEWTON &c. Amst. 1720. 12°.*

(2) Rogerum COTESIUM *Profess. Cantabrig.*

1716.
Jun.]

mam mundi? Male excusat doctrinam *Newtonianam* de spontanea virium activarum diminutione & tandem cessatione in mundo, nisi a Deo reparentur. Ex quo intelligitur NEWTONUM ejusque affectas veram scientiam rei dynamicæ nondum habere. Ex nostris enim principiis semper servatur eadem quantitas virium. Male etiam excusat phrasin *Newtonianam* de spatio sensorio Dei. Et quia spatium hodie est Idololum *Anglorum*; ego ipsi ostendo spatium non esse aliquid reale absolutum, non magis quam tempus, sed ordinem quemdam generalem coexistendi, uti tempus est ordo existendi successive. Itaque esse aliquid ideale, quod si creaturæ tollerentur, non futurum esset, nisi in ideis Dei. Ostendi etiam secundum NEWTONUM crebris miraculis ad sustentandum naturæ censum opus esse, & ex CLARKII excusationibus deprehendo ipsum non habere bonam notionem miraculi. Ipsi enim miracula tantum secundum nos a naturalibus differre videntur, tanquam minus usitata: sed secundum Theologos & veritatem, miracula [saltem ea quæ sunt superioris ordinis, velut creare, annihilare] transcendent omnes naturæ creatæ vires. Itaque quidquid ex naturis rerum inexplicabile est, quemadmodum attractio generalis materiæ *Newtoniana*, aliaque ejusmodi, vel miraculosum est, vel absurdum. Fortasse non-nihil adhuc continuabitur nostra collatio, in qua absunt quæ offendere possint, & videbo quo res sit evasura. Hujusmodi enim collationes mihi ludus jocusque sunt, quia in Philosophia.

Omnia precepi atque animo mecum ante peregi.

Gratum erit aliquando intelligere, tibi innotuisse structuram Horologiorum turbinatoriorum jam usitatorum: ni fallor olim *Rome CAMPANUS*, [Frater ejus qui vitris terendis excellebat] talia parabat. Quod superest Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 7. Junii 1716.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

EPIS-

EPISTOLA CCXXXIII.

BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responſio ad præcedentem.

De TAYLORO. De ipſius cum CLARKIO diſceptatione. De Agnati ſui ad Patavinam Profeſſionem vocatione.

Vir Ampliſſime atque Celeberrime, Fautor Honoratiſſime.

NONDUM vidi *Acta Lipſienſia*, in quibus dicis extare ſolutionem Filii mei Trajectoriarum perpendicularium ad Hyperbolas: etenim, non-niſi ſemel tantum ſingulis annis, quod de iſtis *Actis* prodiit, accipio; nimirum Mercator ex noſtratibus, qui frequentant Nundinas *Lipſienſes* Maïales, *Actorum* fasciculum pro me mercibus ſuis huc advehendis adjungit. Poſtremum vero, quod miror, nondum accepi, ita ut quid inde ab anno in *Actis* proditum ſit, nesciam. 1716.
Jul.

TAYLORI Librum (1) pariter nondum vidi: MONTMORTIUS ab aliquo jam tempore promiſit, ſe duo ejus exemplaria nobis tranſmiſſurum, ſed forſan occaſionem mittendi nondum habuit. Facile credo TAYLORUM neminem citare, niſi NEWTONUM; hoc enim multis *Anglis* in more eſt, ut omnia invideant cæteris, vel omnia ad ſe, vel ad ſuos derivent. Sic TAYLORUS Theoriam meam de Centro oſcillationis pene totam, ut ſcribit Cl. HERMANNUS, ex *Actis Lipſienſibus* deſumſit; eamque, ne plagium eſſet nimis manifeſtum, obſcuritatis quodam peplo ita involvit, ut ſere inintelligibilis ſit; quam tamen clariffime expoſui.

Ais quod ſuarum-artium ſpecimen exhibere volens, vix habeat niſi jam dicta, quodque totus Liber ſcriptus ſit ſatis obſcure; hoc ego non miror. ſed hoc maxime quod dum *Angli* illi ſunt plagarii, eo temeritatis

(1) *Methodum incrementorum directam & inverſam.*

1716.
Jul.

tatis procedant, ut aliis hoc vitium exprobrare audeant; *Quis tu-
lerit Gracchos*, &c.

De Disceptatione Philosophica, quæ tibi est cum CLARKIO,
nihil ante intellexeram. Ex iis quæ refers video nihil tam absur-
dum proferri posse a NEWTONO, quod inter *Anglos* non inve-
niat Patronos ac Defensores suos.

Hinc dubito, utrum hoc tantum ab ipsis sis consecuturus, ut agnos-
cant NEWTONUM errare posse, aut omnino aliqua in re errasse.
Mihi quoque dudum absona visa est ejus doctrina de spontanea vi-
rium diminutione & tandem cessatione in mundo: siquidem per se
clarissimum mihi apparet nullam vim destrui, quæ non simul effec-
tum edat sibi æquivalentem; quia nihil tendit ad sui annihilatio-
nem: effectus autem nihil est aliud quam vis ipsa efficienti substitu-
ta, ita ut eandem virium quantitatem fervari necesse sit. Dicit
NEWTONUS alicubi in *Principiis Philosophiæ Naturalis* (1), Vortices
cælestes CARTESII ideo admitti non posse, quia, ob partium
suarum attritionem & frictionem, tandem a motu cessarent: sed
jam sibi ipsi contradicit. Si enim, secundum ipsum, jactura virium
in Mundo reparari a Deo, & tóta Machina mundana subinde qua-
si retendi debet; annon & idem CARTESIUS in Vorticum suorum
defensionem reponere posset; quod nempe, si vel maxime per at-
tritionem partium in motu retardarentur, Deus tamen decremen-
tum motus refarcire possit, eos quandoque per novam impulsione[m]
in pristinam celeritatem incitando.

Significavit nuper Dominus MICHELOTTUS, Moderatores
Archilycæi *Patavini* tandem decrevisse, ut Agnatus meus ad do-
cendam Mathesin invitetur, & nihil aliud superesse quam ut Decre-
tum suum Senatui proponant, ad ejus confirmationem & ratificatio-
nem habendam: Monet ut se ad iter præparet & instruat, quo sub
initium proximi Novembris, Lectiones suas publicas *Patavii* in-
choare queat. Interim, quod miror, solemnes litteræ Vocationis
nondum transmissæ huc sunt, etsi jam ante sesquimensem fere

MICHE-

(1) *Imo potius in Optica Quæst. 31.*

LEIBNITII ET BERNOULLII, EPIST. CCXXXIII. 385
MICHELOTTUS perscripserit Moderatorum Decretum. Quod
superest, Vale & Fave.

Basilea a. d. 14. Julii 1716.

Amplitudini Tuæ Devotissimo.

J. BERNOULLI.

P. S. Hisce jam scriptis accipio fasciculum *Actorum Lipsien-
sium*, in quibus video Filii mei solutionem Problematis Trajec-
toriarum Hyperbolarum. Adjecit Dominus MENKENIUS Lexicon
Mathematicum Cl. WOLFFII, & *Nova* sua *litteraria* Germani-
ca, quæ omnia legam per otium.

E P I S T O L A C C X X X I V .

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responso ad præcedentem.

*Gratulatur ipsius Agnato. De HERMANNI Solutione Problematis Tra-
jectoriarum. De Russorum Aionarcha, & SCHEUCHZERO.*

Vir Nobilissime & Celeberrime!

GRATULOR Domino Nepoti Tuo rem apud *Venetos* confec- 1716.
tam, quemadmodum ex amici nostri *Veneti* litteris intellexi. Jul.
Quibus conditionibus, & in quot annos pactum sit, discere gra-
tum erit. Deum precor ut res pulchre succedat ipsius commodo
& publico.

Dnus HERMANNUS scripsit ad Dnum WOLFFIUM, Pro-
blema illud de ductu perpendicularium ad Seriem curvarum non
videri tam difficile. Ecce Methodum qua solvi posse scribit, quam

Tom. II.

Ccc

ex

1716.
Jul.

ex litteris ejus a Dno WOLFIO transcriptam Tibi mitto, pe-
toque ut eam examinare velis.

„ Lineam rectam, quæ in una eademque linea curva constans
„ est, sed variabilis variata curva, vocabo *Modulum*. Differentie-
„ tur curvæ datæ æquatio, sumto etiam Modulo pro quantitate
„ variabili, & eadem æquatio adhuc semel differentietur, sed ita
„ tamen ut x velut constans tractetur, & pro Elemento ipsius y
„ ponatur $\delta y = (dx dx + dy dy) : dy$. Ope duarum ejus-
„ modi æquationum eliminari potest Modulus, ejusque Elementum,
„ adeo ut habeatur æquatio ad curvam omnes datas ad angulos
„ rectos trajicientem. Hæc solutio generalissima est, sed exemplo
„ BERNOULLII junioris illam illustrare placet.

„ Esto æquatio Hyperbolarum $y = b \sqrt{(xx - aa)}$: a in
„ qua x sunt abscissæ a centro, y applicatæ, a semilatus transver-
„ sum, & b femiaxis conjugatus, quem pro modulo accipere oportet.
„ Ergo æquationem logarithmice exprimendo, erit $ly = lb$
„ $+ l \sqrt{(xx - aa)} - la$, & sumta x pro constante. & diffe-
„ rentiando fiet $\delta y : y = db : b$, sed per regulam est $\delta y = (dx dx$
„ $+ dy dy) : dy$. Ergo etiam $db : b (= \delta y : y) = (dx dx$
„ $+ dy dy) : y y$; qui valor substitutus in præcedenti $dy : y$
„ $= db : b + x dx : (xx - aa)$ dat $dy dy : y dy = (dx dx$
„ $+ dy y) : y dy + x dx : (xx - aa)$, vel $- dx : y dy$
„ $= x : (xx - aa)$, seu $aa dx - xx dx = x y dy$. id est
„ $aa dx : x - x dx - y dy$, quæ est æquatio quam BER-
„ NOULLIUS invenit in *Actis*.

Hæc Dnus HERMANNUS, quæ si recte se habent, non erunt
spernenda; eximent enim nos a necessitate adhibendi differentia-
tionem meam extraordinariam, quæ tamen alibi usus suos retinebit.
Eam suspicor nec Dno HERMANNO nec *Italo* illi vitiligatori a
Te fuisse communicatam.

Ego pene integro octiduo in acidulis *Pirmonianis* magni
Russorum Monarchæ asseciam egi; & quanto magis hujus Princi-
pis indolem perspicio, tanto eam magis admiror.

Male factum est, quod *Tigurina* Respublica ei SCHEUCHZE-
ROS non saltem in aliquot annos indulgit. Id Reipublicæ *Tiguri-*

LEIBNITII ET BERNOULLII, EPIST. CCXXXIV. 387
na honorificum, SCHEUCHZERIS autem & Reipublicæ litterariæ
utile futurum fuisset. A Dnis SCHEUCHZERIS ab eo inde tem-
pore nihil amplius intellexi aut accepi.

Cum acidulas bibere Monarcha decrevisset, sanguinem misit :
misere & alii ex Comitatu, quibus idem bibendi consilium, &
inter alios sacerdos *Ruffus*, quem unum secum habet. Hujus san-
guis erat omnium pessimus, subalbidus crassusque. Transacto bi-
bendi tempore, Princeps, ut est ingeniosus, experimentum pro-
fectus ex aquis sumere decrevit; sacerdotique iterum venam per-
tundi iussit. Allatus est sanguis emendatissimus, floridus utique &
qualem a sanissimo homine expectares; affui ipse cum afferretur.
Applausit Princeps non immerito; nam vix est ut soli diætæ tam
brevis temporis tam insignis mutatio adscribatur. Quod superest,
Vale & Fave.

Dabam *Hanoveræ* 26. Julii 1716.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

E P I S T O L A C C X X X V .

B E R N O U L L I I A D L E I B N I T I U M .

Responso ad præcedentem.

*De Professione Patavina. De HERMANNI solutione Problematis Traiecto-
riarum. De VERZALIA. De TAYLORI Methodo incrementorum.*

Vir Amplissimi ac Celeberrime, Fautor Honoratissime.

DE conditionibus futuræ Vocationis *Patavinae* nihil adhuc nobis 1716.
constat; nec in quot annos se adstringere debeat Agnatus, hac August.
tenus est pactum. Interim Cl. MICHELOTTUS de negotio isto
scribit, tanquam confecto, jubetque nos securos esse de vocatione

1716.
August.

certo & infallibiliter forteque brevi subsecutura: nihil enim aliud superesse quam ratificationem Moderatorum Decreti in Senatu peragendam: Decretum autem ipsum nondum fuisse propositum, propter *Turcicum* bellum, in quod Senatus jam omnes suas cogitationes vertat: Expectandum itaque esse momentum, quo Senatus de rebus aliis tranquillius deliberare possit. Speramus fore ut, accepto nuntio de *Turcarum* gravissima clade in *Hungaria, Veneti*.
 animum resumant.

Facile crediderim HERMANNŌ difficile non videri [saltem in ea qua sumpsit extensione] Problema de ductu perpendicularium ad Seriem curvarum. Miror namque, quod non perceperis methodum, qua solvi posse scripsit, esse Tuam ipsissimam, quam, ante complures annos, in litteris Tuis (1), postquam Tibi meam aperuissem, mecum vicissim communicasti; ego vero publicavi, excerptum ex Epistola Tua ad *Acta Lipsiensia* mittens. Vid. *Acta Lipsiensia* Anno 1698, pag. 471 (2). HERMANNUS, qui.
 habet felicissimam memoriam revocandi ea quæ diu ante in Libris legit, rem istam suam facere volens, habitu non nihil mutato, aliis obrudit. Si locum citatum conferas, videbis facillime potissimam diversitatem in eo consistere, ut HERMANNUS vocet *modulum*, quod Tu vocabas *constantem sed variabilem b*; ego vero *Lineam locum parametri, variabilis* habentem. Fallitur autem HERMANNUS, quando putat methodum hanc, sive Tuam, sive suam tam facile ad omnia exempla applicari posse. Si pro curvis transcendentibus tentare voluisset solutionem, observare potuisset mirum quantum adhuc deesse, quominus ista methodus succedat. Aliquid profecto in casu transcendentium apprehendo, quod & mihi etiamnum remoram injicit, facitque, ut nondum plenariam solutionem, talem qualem optarem, invenisse majactare possim, saltem in quibusdam transcendentium generibus; nam in permultis aliis res mihi perpulchre succedit. Non bene memini, num aperuerim HERMANNŌ differentiationem extraordinariam; videtur tamen probabile, ob frequentem, quam habuimus,

de

(1) Epist. VI.

(2) *Opp. Bernoulli*. Tom. I. N°. LII. pag. 267. 268.

de his rebus fermocinandi occasionem. Ut enim minime sum myf-^{1716.}
 teriofus, ita liberaliffimus femper fui, præfertim erga H E R M A N N U M ^{Auguft.}
 in communicando, quamvis ille subinde ita fe gerat, ut meæ faci-
 litatis me pœnitere poffit. Quod ad V E R Z A L I A M attinet, meum
 quondam hofpitem & difcipulum, fateor illum hinc
 difceffiffe onuftum fpoliis noftris fecretiffimis. De eo nu-
 per fcripfit M I C H E L O T T U S , quod Libellum contra H E R M A N -
 N U M ediderit injuriis plenum; in quo Te quoque, non minus ac
 alios Mathematicos, quos ultramontanos vocat, fugillet, & qui-
 dem hifce verbis. *Si Italia non producciffet fuos G A L I L E O S , fuos*
B O R E L L O S , fuos C A V A L L E R I O S ; Ultramontani nullos vidiff-
ferent W A L L I S I O S , N E W T O N O S , L E I B N I T Z I O S . Sed non
 meretur, ut ipfi refpondeatur.

Accepi tandem T A Y L O R I Libellum. Quid, bone Deus! Sibi
 vult fcriptor, fua affectata ifta caligine, qua involvit res quoque fua
 natura clariffimas? Haud dubie, ut tegat fui furandi ftudium: quan-
 tum enim capio, quantum fapio, nihil nifi res noftras nobis furrep-
 tas ibi obfervo, per denfiffimam obfcuritatis nebulam. Quæ de Ifo-
 perimetris habet, *Fratri* meo debentur; quæ de Catenariis, Vela-
 riis, Linteis liquore plenis &c. tradit, a me habet. Et, quod noviff-
 fimum eft plagium, fub finem Libelli proponit methodum deter-
 minandi Centrum ofcillationis in Pendulis compositis, quæ tota de-
 fumta eft ex nova mea Theoria *Actis Lipfienfi us 1714* (1) infer-
 ta. Atque hæc omnia ita profert fcriptor, quali ex propria penu
 depromiffet. Nemo interim ex *Anglis*, iufti verique vindicibus,
 reperitur, qui contra hunc plagiarium clamitet; nemo qui nobis
 quod noftrum eft tribuat: filet K E I L I U S , ubi videt a fuis pec-
 cari, præfertim cum nec ipfe ab hoc peccato fit immunis.

Argentorato nuper accepi, fortaffe Tuo dono, exemplum *Theodi-*
ceæ: pro eo itaque gratias ago. Legam quam - primum vacaverit:
 fpero me multa egregia & utilia in hoc Libro inventurum. Interim
 Vale & Favere perge.

Bafilee a. d. 22. Augufti 1716.

Amplitudini Tuæ Devotiffimo.

J. B E R N O U L L I .

C c c 3

E P I S -

(1) *Menf. Jun. p. 257. Vel Opp. Tom. II. N°. XCVI. p. 168.*

EPISTOLA CCXXXVI.

LEIBNITII AD BERNOULLIUM.

Responsio ad præcedentem.

De NEWTONI solutione Problematis Trajectoriarum. De sua cum CLARKIO disceptatione. De Mathematicis Italis. De TAYLORI Methodo incrementorum. *Varia.*

Vir Nobilissime & Celeberrime, Fautor Honoratissime,

1716.
Octob.

EXPECTAVI quid parituri essent *Angli*: nunc ergo Dnus WOLFIVS mihi, quæ in Scheda adjecta vides, scripsit misitque. An Methodus solvendi in *Transactionibus* (1) illorum sit sufficiens, nemo Te melius judicaverit. Itaque judicium de ea Tuum expecto: mihi enim in tantis distractionibus nunc vix possibile est talia discutere, ut par est. Interim suspectum est quod non adjecere solutionem Problematis specialis a Te propositi, & a me transmissi, & forte a Te quoque per MONMORTIUM: cum Tu speciale ipsorum solvisses (2), illis communicati. Sed quidquid sit, imperfecta videtur *Anglorum* solutio, cum recurrat ad differentias secundi gradus in r præstabili per primas.

Etiam mihi *Venetis* scribitur negotium Domini Cognati tui Nicolai BERNOULLII esse confectum, de quo gaudeo.

Gratum mihi valde erit, habere judicium tuum de variis in *Theodicaea* mea contentis.

CLARKIUM videor mihi reduxisse ad absurdum. Coactus enim est mihi in effectu negare hanc Propositionem, *Nihil existere, evenire, locum habere, cujus non detur sufficiens ratio cur sit potius vel non sit, aut cur sic potius quam aliter sit.*

Nam

(1) N°. 347. *Vid. & Opp. BERNOULLII* Tom. II. N°. CV. p. 273.

(2) *Vid. Epist. CCXXX.*

Nam coactus est recurrere ad meram, ut vocat, Dei voluntatem ^{1716.} nulla ratione, nullo motivo nixam, quod mihi absurdum, & Di- ^{Octob.} vine Sapientiæ, pariter ac rerum naturæ contrarium videtur. Nam cum scias *Anglos* ex spatio facere aliquod absolutum ac reale, vacuum etiam admittere, ostendo, admissa absoluta realitate spatii, cum id ubique sit uniforme, impossibile esse dari rationem cur res Deus in hac potius quam alia parte spatii, aut hoc potius quam inverfo situ locet. Mihi vero spatium nihil aliud est quam ordo coexistendi, adeoque sublatis rebus nullum est, & eodem manente rerum omnium situ, idem. Videtur & in aliis vadimonium deseruisse CLARKIUS. Expecto adhuc responsionem ad novissimam meam scripturam, quæ videbo an replicacionem a me mereatur. Omnia finito certamine edentur. Sed cum per manus eant Serenissimæ Principis *Wallie*, ejus id venia fiet.

Rectissime faciet Dominus HERMANNUS, si VERZALIAM omittat: generatim enim illis non respondendum censeo, qui a Legibus honestæ disputationis recedunt.

GALILÆUM merito extollit VERZALIA, qui certe ad Phoronomica aliis viam aperuit. Sed CAVALLERIO multum adeo tribui posse non arbitror. Et notatum jam est a GULDINO, aliisque KEPLERUM in libro *de Dolo Austriaco* ipsi CAVALLERIO ad hanc Geometriam, quam indivisibilium vocat, viam aperuisse. In BORELLO multum diligentia agnosco, ingenio mediocri fuisse videtur.

Facile judicabam TAYLOR vel SARTORII *Angli* Librum Tibi parum fuisse satisfactorum. Hujusmodi scriptor mihi haud satis aptus videtur ad obeundum officium Secretarii Societatis Regiæ; quod postularet hominem minus fortasse mathematicum, sed magis clarum, factumque ad Commercia litteraria.

Dominus MONMORTIUS significavit mihi se litteras prolixas ad hunc SARTORIUM parare, contra hodierna *Anglorum*

1716.
Octob.

rum Philosophemata (1). Et jure meritoque fictitias illorum attractiones aliaque ejusmodi *aperta* impugnabit.

Diu nihil a Dno *Albate* VARIGNONIO intellexi, ut ve-
rear ne adversa valetudine utatur: quemadmodum superiori tem-
pore factum ad me scripsit.

PARENTIUS quædam in *Trevultianis*, si bene memini,
contra Tua nautica edidit (2).

Dominus *Bernardus* TREVISANUS Nobilis *Venetus* parat
opus de Lacunis *Venetis* & remediis quibus caventur, ne oba-
renescant. Argumentum est nobile, & Reipublicæ cura dignum.
Quod superest, Vale & Fave.

Dabam *Hanovera* 23. Octobris 1716.

Deditissimus.

G. G. LEIBNITIUS.

(1) Habetur illa in *Europe Savante* 1718. Octob. pag. 209.

(2) Vid. Epist. CCXIX.

EPISTOLA CCXXXVII.

NICOL. BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad præcedentem.

*Nuncios suum discessum Patavium, & gratias agit. Problematis a TAYLORO
propositi solutio. De solutione Problematis Trajectoriarum.
De TAYLORI methodo incrementorum.*

Vir Perillustri ac Celeberrime, Fautor Honoratissime.

Diu nimis distuli, quam nunc demum persolvo, debitam gratiarum actionem pro eo quod, Tua præfertim cura ac indefinente exhortatione, negotium *Patavinum* ex voto tandem confectum sit. Excel. Dominus *Comes SCHULLEMBURGIUS* negotium hoc, a Te sibi commendatum, si non consiliis suis, quod forte ob gravioris momenti curas non potuit, intrepida saltem & forti insulæ Corcyræ defensione haud parum promovit; siquidem Insulæ hujus liberationem mox secuta est, quam antea sperare vix licebat, electionis meæ ad Cathedram mathematicam a Dominis Reformatoribus ante aliquot menses factæ confirmatio; de qua missò Senatus-Consulti hac de re facti Apographo, nuper me certiore fecit MICHELOTTUS noster. Proficiscar igitur, bono cum Deo, intra paucos dies, ut Provinciam demandatam, durante adhuc mense Novembri, vel initio Decembris auspiciari queam. Det Deus ut Professione ista in sui honorem & rei litterariæ, præcipue mathematicæ, commodum defungar, & ut spem & promissâ de me Tua ita non fallam, ut de Patrocinio & favore Tuo, quem hactenus mihi summopere gratulatus sum, nec posthac dubitandi locum habeam. Vale & fave

1716
Octob.

Perillustri N. T.

Cultori Indefesso
*Nicolao BERNOULLII.**Basilæ a. d. 24. Octob. 1716.**Tam. II.*

D d d

P. S.

1716
Octob.

P. S. Dominum TAYLORUM *Anglum*, occasione problematis Tui de ducendis trajectoriis, Te ad certamen provocasse Problemate, cujus solutionem mox invenimus, ex Patruī mei litteris intellexisti. Forte non ingratum erit, si hic apponam propria ipsius TAYLORI verba ad Dnum. MONTMORTIUM scripta. *If Mr. LEIBNITZ delights in Problems, I would propose the following one to him, wick I can solve. 'Tis a particular case of his own general Problem, but it tends more to the discovery, of a Man's skill in the method of fluxions, then the Problem does, as he has proposed is.* Problema autem sequens Domino de MONTMORT proposuit: *Invenire curvam qua per datum punctum transeat, & ad angulos rectos secet Curvas omnes, per aliud punctum transeuntes, & expressas per æquationem $z z d d x = 2 x d z^2$: nempe z fluente uniformiter.* Inveni æquationem integram huic differentio-differentiali $z x d d x = 2 x d z^2$ respondentem, esse istam $z^3 = a x z + a b c$: & proinde curvam isti æquationi satisfaciendam esse Parabolam, si terminus $a b c$ deficiat, & Hyperbolam si $a = \infty$, & $b c$ sit quantitas negativa. Trajectoriæ autem pro istiusmodi curvis facile inveniuntur, per Methodum a Te in *Actis Lipsiensibus* olim propositam, cum qua sane coincidit Methodus Dni. HERMANNI, ut & illa qua ego utor, quamque pridem cum Dno. DE MONTMORT communicavi, incius vel saltem oblitus Te simile quid in *Actis* dedisse. Si x & y sint coordinatæ trajectoriæ quæsitæ, p linea illa variabilis quæ determinat speciem vel positionem curvarum, ad quas alia ad angulos rectos duci debet. Quæro valorem ipsius p in x , & constantibus, quo differentiato, & mutatis dx in dy & dy in dx ; positisque membris per dx multiplicatis æqualibus illis quæ per dy multiplicantur, habebitur æquatio differentialis satisfaciens Trajectoriæ quæsitæ.

Pervenit ad nos nuper demum TAYLORI Liber *De Methodo incrementorum*, in quo nulla fere nova, sed pleraque jam diu nota, obscure tamen & nimis in abstracto proposita inveni, ita ut paucis ea intelligi credam. Propositionem ejus tertiam ego jam olim in hunc modum solvi. Sit æquatio differentialis in quam ingredientur variables duæ x & z ; cum suis differentialibus dx & dz , quorum

LEIBNITII ET BERNOULLII, EPIST. CCXXXVII. 295
 rum dz supponitur esse constans; oporteat invenire quid pro ddx ,
 d^3x , &c. substitui debeat, ut dz fiat variabilis & dx constans.
 Fingo $ddx = Adz^2$, ubi A significat quantitatem compositam
 ex x , z , & constantibus: hinc integrando habetur $dx = \int Adz \times$
 dz , five $dx : dz = \int Adz$; quæ æquatio iterum differentiata,
 ponendo dz variabilem & dx constantem dat $- dx d dz : dz^2 =$
 Adz , vel $- dx d dz : dz = Adz^2 = ddx$. Q. E. Inv. Sic
 pro differentialibus tertiis, suppono $d^3x = Adz^3$: hinc integran-
 do $ddx = dz^2 \cdot \int Adz$, vel [ponendo pro ddx , valorem ejus
 modo inventum & dividendo per dz^2] $- dx d dz : dz^3 =$
 $\int Adz$; quæ iterum differentiatur, sumta dx constante, & habe-
 bitur $(- dx dz d^3x + 3 dx d dz^2) : dz^4 = Adz$, five $- dx dz d^3x +$
 $3 dx d dz^2 = Adz^3 = d^3x$; quemadmodum TAYLORUS quoque
 invenit; eodemque modo procederem in reliquis differentialium
 gradibus.

1716.
 Octob.

EPISTOLA CCXXXVIII.

JOH. BERNOULLII AD LEIBNITIUM.

Responsio ad penultimam.

De solutione Newtoniana & Hermanniana Problematis Trajectoriarum. De
 ipsius Theodicæa. De ipsius cum CLARKIO controversia. De VARIG-
 NONIO & PARENTIO.

Vir Amplissime atque Celeberrime, Fautor Honoratissime.

Diffessit hinc Agnatus meus, ante quindecim circiter dies: En
 ejus litteras, quas Tibi mittendas mihi reliquerat; volui hæc
 pauca adjicere, in responsonem ad ea quæ nuperrime a te accepi.
 Nihil intelligo ex scripto anglicano illo a Cl. WOLFIO ad Te trans-
 missio, mecumque porro communicato, neque capio quid generalis
 illa ab Anonymo jactata solutio contribuat ad casum aliquem specialem
 solvendum. Vellem tentasset exemplum, quod a me suggestum *Anglis*
 proposueras, sed id ipsum quod *Anglus* anonymus, [quem TAYLORUM
 * esse credo] ne apice quidem digiti attigit, fatis arguit quod aqua

1716
 Nov.

D d d 2

ipsi

* Imo NEWTONUS ipse fuit.

1716.
Nov.

ipſi hæſerit; quis enim ſibi imaginabitur *Anglum* illum ad provocationem Tuam non ſtatim exploraffe vires ſuas in ſolvendo iſto Exemplo particulari? Quis item putabit illum, ſi feliciter ſolviffet, non protinus in lucem lætanter protrufurum fuiſſe ſolutionem ſuam? Scribit Cl. WOLFIUS *Anglas* de hoc noſtro Problemate, ceu videatur, abjecte ſentire; ſed nihil novi eſt in quibusdam, ut contemnunt quod attingere nequeunt; vulpeculam nimirum in Fabula imitantes. Putem igitur urgendos eſſe *Anglos*, atque inprimis inſiſtendum propoſito exemplo particulari. Optarim etiam ut idem tentet Dominus HERMANNUS per ſuam Methodum univerſalem, antequam ea publicetur. Videbit latere aliquem modum intricatiſſimum, qui inſ quamplurimis curvis tranſcendentibus methodum generalem facit inapplicabilem. Hoc haud dubie jam ſenſerunt *Angli*: alias jam dediffent quæſiti ſolutionem.

Theodiceam tuam, Opus ſane elegantiffimum, nondum vacavit perlegere totam. Legi magna cum voluptate Diſſertationem *De Conformitate fidei cum ratione*: deprehendo ſolidiſſime ſcriptam, mihi- que in plerisque, nec ſatis memini an non in omnibus, mirifice aridentem; inprimis vero placere quæ contra BAYLIUM Rationis inimicum diſputas. CLARKIUM, ut videtur, ad incitas redegiſti, quando coactus eſt dicere Dei voluntatem nulla ratione eſſe nixam: hoc enim pacto ex Deo fieret Ens brutum, & irrationale, quod ageret tantum cæco quodam impetu, niſi omnino cum DEMOCRITO & EPICURO recurrendum eſſet ad fortuitum atomorum concurſum.

Dominus VARIGNONIUS ante aliquot menſes, ut quotannis facere ſolet, in Patriam excurrit; ſed jam jam tempus eſt ut *Lute- tiam* repetat. PARENTIUS qui nautica mea ſuggillavit, aliaque, neque Tibi, neque aliis Viris magnis parcit: mihi habetur in eorum numero qui reſponſione non ſunt digni. Spero Agnatum meum hac hebdomada ad *Venetias*, appuſſurum. Cæterum vale & ſave.

Amplitudini Tuæ

Devotiſſimo
J. BERNOULLI.*Baſilee* a. d. II. Novembris 1716.

T A

FINIS

I N D E X

R E R U M N O T A B I L I O R U M

In hoc O P E R E contentarum.

*Nota Primi TOMI (I) respondet omnibus paginis sequentibus
usque ad Secundi TOMI notam (II), & vice versa.*

A

A cademia Scientiarum <i>Parisiensis</i> , ejusque focii & instituta aliquot,	Tom. I. pag. 446. 454
— ejus <i>Historia</i> ab HAMELIO conscripta,	405. 437
— <i>Hallensis</i> , à quo fundata,	Tom. II. 18
— <i>Equestris Berolinensis</i> fundata	129
Acidularum <i>Pyromontanarum</i> effectus mirabilis,	387
Actio motrix <i>absoluta</i> , & ejus quantitas,	I. 125
— semper eadem servatur in Mundo,	157
— æquabiles in qua ratione sint,	143
— <i>Directiva</i> ,	125
Actiones liberæ & violentiam facientes, in quo differant,	471. 474. II. I
— æstimatio quomodo faciendâ,	I. 471. 474. II. I
Activitas Substantiarum,	I. 450. 463. 471. 483. II. 3. 5. 7
— In eam objectio,	I. 483
Æquationes <i>differentiales</i> , quomodo construi possint,	7
— earum <i>mechanica</i> constructio,	50
— ad eas finitas reducendæ Series infinitæ,	49
— primi gradus, quæ,	10
— <i>Percurrentes</i> , quæ,	8
— vel <i>exponentialiter transcendentes</i> , earum ordines,	14
— <i>Transcendentes</i> , quæ,	8
— quæ simplicissimæ,	11
— Earum radices utiles ad <i>Curvam Segmentariam</i> inveniendam,	257.
	261. 269
— Radicum <i>impossibilium</i> numerus investigatus,	II. 219
Æstimatio <i>Actionum</i> ,	I. 471. 474. II. I
— <i>Virium</i> demonstrata à <i>posteriori</i> ,	I. 63
— In eam Demonstrationem objectio,	63
<i>Commerc. Epist.</i> Tom. II.	E e e
	— — Ad

—————	Ad hanc Objectionem responsio,	68
—————	Objectiones variae,	79. 91. 102. 335. 339. 377
—————	Responsiones,	84. 95. 105. 335. 339. 343. 345. 379
—————	acquiescit illis BERNOLLIUS,	102. 109. 345. 379
—————	Demonstrata per motuum compositionem,	113. 121. II. 8
—————	per vires centrifugas,	I. 115. 123
—————	Demonstrata à priori,	122
—————	Hujus Demonstrationis confectaria,	125
—————	confirmatio,	170
—————	In eam Objectio,	132. 151
—————	Ad hanc Objectionem responsio,	140. 157
—————	Alio pacto,	143. 157. 164
—————	Huic æstimationi, sub distinctione quadam accedit HUGENIUS,	203
—————	Condensationis Aëris,	475. 479
—————	Compressionis, seu coactionis ejusdem,	479. 482
—————	Æstimandi ars in quo consistat,	84
—————	Aër, utrum sit homogeneous comprimibile,	458. 475. 479. 482
—————	Quantum resistat gravibus cadentibus,	II. 266
—————	Quis utilis ad respirationem,	266
—————	Compressus quam se dilatandi vim acquirat,	I. 455
—————	Rarefactus à Calore quam se dilatandi vim accipiat,	458. 476
—————	Instrumentum, quo hujus rei periculum fieri potest,	459
—————	hoc experimentum facilius fieri potest, & quomodo,	477
—————	ejus <i>condensatio</i> quomodo æstimetur,	475. 479
—————	est <i>ponderi</i> proportionalis,	455. 675
—————	ejus <i>compressio</i> , seu <i>coactio</i> quomodo æstimetur,	479. 482
—————	externi pressio utrum ita à Calore mutetur, ut Barometra ordinaria hinc minus perfecta fiant,	478
—————	ejus <i>vis elastica</i> quam habeat rationem ad spatium,	455
—————	Pondus utrum <i>condensationi</i> proportionale,	458. 475
—————	Ærometria WOLFII, & monita LEIBNITII atque BERNOLLI	II. 226
—————	LII,	
—————	ALBERICI Monachi <i>Trium Fontium</i> Chronicon,	I. 37
—————	Alexæ ludi mathematicè tractantur ab HUGENIO & FRENICIO,	244
—————	& à MONTMORTIO,	II. 211. 216. 222. 265
—————	Atque à Jacobo BERNOLLIO,	211. 222
—————	& à MOYVREO,	265
—————	ALEMIIUS, Gallice D'ALEME,	160
—————	Algebra vulgaris quantitates finitas solas considerat,	I. 4
—————	signa nova,	386
—————	Analysis <i>localis</i> generalissima unde eruenda,	259
	Analys-	

Antalyseos <i>transcendentis</i> maxima perfectio,	II. 82
Anguli multifectio,	73
ANGICOURTIUS,	235
Anima, morte Animalis, ubi transferatur,	L. 415. 420
———— hęc sententia explicata,	424. 430. 435
———— ejus cum corpore commercium,	69. 427. 430. 434. 439
———— difficultas hinceducta,	483
———— hęc sententia utrum nova,	434. 439
Animalia nostris majora & minora in infinitum utrũm existant,	410. 415.
———— eorum contractio utrũm sit <i>Mors</i> ,	420. 424
Annimagnitudo incommensurabilis,	415. 420
Anthlia <i>Pneumatica</i> à quo excogitata,	II. 10
ANTONIUS ULRICUS Dux <i>Brunswicensis</i> ,	314
Antitypia Corporum,	L. 2. II. 233
APOLLONIUS <i>Pergæus</i> axiomata EUCLIDIS demonstrat,	279
———— ejus liber de <i>Sectione Rationis</i> ,	L. 196
———— Editus ab HALLEIO,	II. 138
———— ejusdem <i>Conica</i> pariter edita ab HALLEIO,	154. 159
Aqua <i>marina</i> nonnunquam lucida,	291
———— hoc phœnomenum explicatum,	25
Aquarum Scientia, à quibus tractata, & de his LEIBNITII judicium,	28. 32
	345
Arcu <i>Circuli</i> & Radio datis invenire Sinum rectum,	L. 16
Arcus <i>Parabole</i> in data ratione abscindi possunt secundum TSCHIRN-	
HAUSIUM,	L. 166. 352. 357
———— Non autem secundum BERNOULLIUM nisi per quadraturam	
<i>Hyperbole</i> ,	166. 203. 355
———— Modus id efficiendi à Bernoullio traditus oppugnatur à TSCHIRN-	
HAUSIO,	359
———— defensus à BERNOULLIO,	362
———— alter a TSCHIRNHAUSIO traditus,	386
———— utrum rectus,	401
———— & aliarum <i>Curvarum</i> dimensum per Arcum <i>Circuli</i> ,	II. 174
———— <i>Circuli</i> æqualis datæ rectæ,	176
———— & aliarum <i>Curvarum</i> comparati,	L. 366
ARCHIMÉDES, ejus Quadratura <i>Parabole</i> impugnata & defensa,	173.
	180. 453. 455. 457
Arce ejusdem <i>Curvæ</i> inter se collatæ,	358
Argentum <i>vivum</i> à BERNOULLIO redditum lucidum, quomodo &	
qua occasione,	II. 19
———— LEIBNITIO approbante,	24
	lucet

———— lucet pro ratione superficies, 24. 27. 31	
———— communicatum Regiis Societati <i>Berolinensi</i> , & <i>Academix Parisiensi</i> , 21. 27. 31. 48. 50. 53	
———— & <i>Aulæ Berolinensi</i> , 64 67. 73	
———— hujus Phænomeni ratio, 20. 22. 33	
———— quid accidat, ubi curru vehitur, 62	
———— pro eo præmium datum, 86. 87. 89. 91	
———— de ea re dubia, 140	
ARITOTELES, ejus sententia de <i>Anima Mundi</i> , II. 365	
Arithmetica <i>binaria</i> excogitata à LEIBNITIO, 36	
———— Ejus proprietates, 36. 38. 44. 47. 140	
———— <i>Tetractica</i> , 38. 48	
———— Decadica quomodo possit exprimi, 44	
ARNOLDUS (<i>Johannes</i>) Anglus LEIBNITIO commendatus, 351	
———— Quem invisit, 358	
Ars <i>conjectandi</i> , quam meditabatur <i>Jacobus BERNOULLIUS</i> , quæ complecti deberet, I. 244	
———— Hæc Ars ad quæ extendi possit, 251. II. 225	
———— Ejus editio expetitur a LEIBNITIO, 211. 220. 225	
———— De ea judicium <i>Johannis BERNOULLII</i> , 222	
———— Edita, 324	
———— Ejus usus in jure, 225	
———— De ea re <i>Dissertatio Nicolai BERNOULLII</i> , 217. 219	
———— æstimandi in quo consistat, I. 84	
Arthritidis remedium, II. 266. 277	
Artificia ut describantur instituitur Collegium, I. 369	
Ascensus Corporum sunt <i>Quadratis Celeritatum</i> proportionales secundum <i>BERNOULLIUM</i> , 63	
———— continui & interrupti æquales utrum ab eadem Potentia gignantur, 92. 95. 102. 106. II. 3. 6. 7	
Astronomi <i>Galli Alexandriam</i> missi ut suas cum <i>PTOLEMÆI</i> observationibus compararent, I. 369	
Atomi non dantur secundum <i>LEIBNITII</i> sententiam, 301. 429	
———— Pro ea argumenta allata, 307	
———— Quot generum sint, 316. 329	
———— De iis opinio <i>BERNOULLII</i> , 301. 329. 433	
———— Explicata, 312	
Atomistarum opinio destructa, 63	
Attractio <i>Newtoniana</i> , utrum demonstrata secundum <i>LEIBNITIIUM</i> , II. 364	
———— Est aut miraculosa aut absurda, 382	
———— Ejus — 382	

————	Ejus Lex à NEWTONO constituta naturæ & continuitatis legi repugnat, judice BERNOULLIO,	I. 411
————	———— Secus autem secundum LEIBNITIUM,	415
————	———— Explicata & demonstrata,	415
————	———— In hanc explicationem difficultas à BERNOULLIO proposita,	420
————	———— De ea re ultimum LEIBNITII judicium,	424
A	VERROIS sententia de Anima Mundi,	II. 365
A	xiomata demonstranda esse censet LEIBNITIUS,	II. 185. 196
————	———— Contrarium sentit BERNOULLIUS,	190
————	———— Hujus objectio,	205
————	———— Responsio,	207
————	LEIBNITII opinio explicata,	196
————	Euclidea demonstraverunt APPOLLONIUS Pergæus & PROCLUS,	196
A	ZOUTUS, ejus elogium,	144

B

B	AGLIVUS, ejus sententia de motu Muscularum,	II. 242
	Barometrum redditum <i>lucidum</i> , a quo, quomodo, & qua occasione,	II. 19
	Plura vide in voce <i>Argentum vivum</i> ,	
————	———— Portatile, quomodo fieri possit secundum LEIBNITIUM,	I. 368. 385
————	———— explicatum,	II. 70
————	———— ex qua re possit construi,	71. 78
————	Novum, <i>variationes</i> ad libitum augens inventum à BERNOULLIO,	60
————	———— Aliud simile ab HUGENIO quondam excogitatum, & hujus incommoda,	60. 61
————	———— <i>Hugenianum</i> utrum unquam ad praxim traductum,	65
————	———— Alia ab aliis excogitata,	65
————	———— Istorum incommoda,	67
————	———— <i>Bernoullianum</i> expositum,	67
————	LEIBNITIO probatum,	70
	Barometris VULGARIBUS utrum Calor obsit, neq; ne,	I. 478
	BASNAGIUS (<i>Belvallius</i>) vide BELVALLIUS,	
	BAYLIUS cum LEIBNITIO de quibusdam Philosophicis disputat,	405. 435. II. 77
————	———— Responsiones LEIBNITII,	I. 405. 439

- BELVALLIUS (*Bastignus*) & ejus epistola quædam, 255. 267
 ----- ad eam responsio, 272
 ----- Auctor est Diarii, cui titulus *Histoire des Ouvrages des Savans*, 271
 ----- Ejusdem error, 271
 ----- Correctus, 272. 287
 ----- Ejus Diarii loca quædam ad LEIBNITII Philosophiam spectantia, 430. 439
 ----- Habet quemdam HUGENII Logogryphum, 378
 BERNARDUS edit Diarium, cui Titulus *Nouvelles de la Republique des Lettres*, II. 141
 ----- Succedit VOLDERO in *Leydensi* Naturalis Philosophiæ professione, 141. 286
 ----- Articulus quidam ex ejus Diario excerptus pertinens ad Calculum infinitesimalem, 150
 ----- Alter, 151. 154. 155
 BERNERIUS dubia sua de Philosophia GASSENDI & CARTESII divulgat, I. 431
 ----- Ejus liber illa complectens, 431. 455
 ----- Hæc dubia tollere cogitat LEIBNITIUS, 431
 ----- Ejusdem *Compendium Philosophiæ GASSENDI*, 455
 BERNOULLIUS (*Jacobus*) laudatus, 3. 4. 6. 7. 33. 35. 71. 91. 99. 145. 168. 173. 179. 188. 198. 208. 247. II. 130. 133
 ----- Cum LEIBNITIO disputat de natura Oculi, 33. 43. 51. 62. 68. 78. 83. 91
 ----- Putat unam dari Curvam *transcendentem*, ejus puncta quotvis per communem *Geometricam* possint inveniri, 59
 ----- solvit Problema de *Curva æquilibrii*, 60
 ----- de ejus scriptis judicium HUGENII, 155
 ----- solvit Problema *Beatiartium* extensum, 183
 ----- summat *Series* quasdam, 186. 218
 ----- Quædam notat in TSCHIRNHAUSII scriptis, 193. 203
 ----- solvendam proponit æquationem quandam *differentialem*, 188. 197
 ----- ea solvitur, 198. 221
 ----- ejus sententia, de Curvis *rectificabilibus*, 201
 ----- qua occasione verum Calculi *differentialis* usam intelligit, 205
 ----- agit de *Conoidum* superficiebus, 212
 ----- docet modum construendi Problemata *solida & super-solida* per *Geometricam* approximationem, 222. 228
 ----- Molitur librum de *Arte conjectandi*, 243. 251
 ----- cujus editio flagitatur a LEIBNITIO, II. 211. 220. 225
 ----- de eo judicium *Johannæ* BERNOULLII, 222
 editur,

———— editur,	324. 326. 329. 336. 337
———— solvit Problema de Curva <i>celerrimi descensus</i> ,	L 251. 253. 260
———— & de Curva <i>segmentorum</i> ,	278
———— Proponit observationem quandam opticam,	278
———— quæ explicatur à LEIBNITIO,	279
———— & ab aliis,	282. 288
———— Proponit Problemata quædam,	280
———— quæ solvuntur a <i>Johanne</i> BERNOULLIO,	283.
	289. 296. 305
———— controversia nata occasione hujus solutionis,	292. 293.
	299. 306. 310. 351. 354. 394. 395. 437. 440. II. 4. 6
———— solvit Problema de <i>minima linea</i> inter duo puncta ejusdem superficies,	I. 387. 401.
———— & alia a <i>Fratre</i> proposita,	387. 401. II. 350
———— quædam scribit de <i>Loxodromica</i> ,	I. 444
———— constituitur <i>Regor</i> Academiæ <i>Basileensis</i> ,	II. 15
———— Edit analysim Problematis <i>Isoperimetrici</i> ,	46. 49
———— de ea judicium LEIBNITII & HOSPITALII,	48
———— solvit Problema de Curva <i>æquilibrationis</i> ,	I. 44. 60
———— Quadrat <i>Zonas Cycloïdales</i> ,	II. 62
———— mittit LEIBNITIO quædam analyses propositionum a se in <i>Actis Erud.</i> editarum,	I. 186
———— ejus sententia de <i>Dynamicis</i> quibusdam,	II. 101
———— moritur,	139
———— in ejus honorem <i>Disichon</i> LEIBNITII,	141
———— Elogia funebria vel Parentalia,	145
———— laudatur a BERNARDO in suis <i>Novella Republica Litteraria</i> ,	151. 154. 155
———— de eo PARENTII judicium,	212
———— Scriptorum ab illo relictorum editionem flagitat LEIBNITIO,	211. 273
———— tentat <i>Curvarum enumerationem</i> ,	334. 335
BERNOULLIUS (<i>Johannes</i>) sese per LEIBNITIUM commendat <i>Duci Brunswicensi</i> ,	I 1
———— à <i>Basileensibus</i> retinetur,	3
———— laudatus,	4. 5. 12.
———— habet diversas regulas, quibus plura solvit exempla peculiaris <i>methodi Tangentium inverse</i> ,	7. 15
———— considerat <i>Curvas percurrentes</i> vel <i>exponentialiter transcendentis</i> ,	7. 11. 13. 15. 19. 25. 32
———— habet plures vias reducendi <i>Quadraturas</i> ad <i>Rectificationes</i> ,	9. 367
———— scribit de <i>Curvarum Rectificatione</i> ,	461

BERNOULLIUS	construit plures Curvas ex <i>Tangentium</i> conditione ;	14. 17
—	— agit de Curvis , quæ revocari possunt ad <i>Circuli</i> & <i>Hyperbole</i>	
—	— <i>Quadraturam</i> ,	L. 14
—	— tradit <i>Seriem</i> universalissimam omnes <i>quadraturas</i> & <i>rectificationes</i>	
—	— <i>experimentem</i> , ac <i>Methodo</i> <i>Tangentium</i> <i>inverse</i> aptissimam ,	15. 28.
—	—	35. 40. 46. 75. 76
—	— quomodo inventa sua fervet ,	16
—	— ea quomodo facere solitus sit ,	81
—	— Problema proponit de <i>Trajectoriis</i> <i>orthogonalibus</i> ,	17. 23. II. 373
—	— & de <i>Trajectoriis</i> sub dato angulo ,	I. 18. 23
—	— hoc argumentum tractat ,	178. 190. 194. 204. 209. 306
—	—	311. 314. 327
—	— hoc Problema solvit generalissime ,	I. 332. 337
—	— aliud de eodem argumento ,	II. 378
—	— de his aliqua scribit <i>Jacobus</i> BERNOULLIUS ,	I. 401
—	— & de Curva <i>aqualis</i> <i>tensionis</i> vel <i>pressionis</i> ,	30. 33. 134
—	— atque de Curva <i>celerrimi</i> <i>descensus</i> ,	167
—	— quod solvit LEIBNITIUS ,	172. 183. 188. 195
—	— & ipse BERNOULLIUS ,	177
—	— & quidem duplici modo ,	I. 178
—	— inde eruit solutionem Problematis optici de	
	<i>Curvatura radii in medio variante</i> ,	178
—	— & FATIUS DUILLERIUS ,	456
—	— in hujus solutionem animadversio ,	464
—	— & HOSPITALIUS ,	249
—	— & <i>Jacobus</i> BERNOULLIUS ,	253. 260
—	— atque NEWTONUS ,	266
—	— illud solvere tentat SALVATOR ,	234. 237.
—	—	242
—	— & alii ,	267. 287
—	— & de Curva <i>Segmentorum</i> ,	247.
—	— quod solvit LEIBNITIUS ,	248. 251. 257. 261.
—	—	268. 269. 278
—	— & ipse BERNOULLIUS ,	255. 262. 270
—	—	272. 276. 281. 288
—	— & NEWTONUS ,	261. 269. 272
—	— & de quadam <i>Integrali</i> <i>Logarithmica</i> ,	223. 226. 231
—	— & de minima <i>Linea</i> ducenda inter duo puncta data in	
—	— eadem <i>superficie</i> ,	387
—	— quod Solvit <i>Jacobus</i> BERNOULLIUS ,	387. 401.
—	— & Leibnitiis ,	387
—	—	&

— — — — —	& ipse BERNOULLIUS,	323
— — — — —	tradit <i>Integralia</i> quædam,	26. 53. 65. 75. 223. 226. 231.
— — — — —	nonnulla notat in scriptis TSCHIRNHAUSII,	166. 202.
	203. 209. 224. 229. 232. 245. 264. 342. 352. 355. 359. 362. 367.	
		401. II. 117
— — — — —	& in scripto SALVATORIS de <i>Curva celerrimi descensus</i> ,	
		I. 233. 237. 242
— — — — —	Et in GREGORII <i>Catenaria</i> ,	400. 403. 406. 411. II. 29. 31
— — — — —	In FATIUM DUILLERIUM,	9. 13. 25. 28. 31. 50
— — — — —	In HUGENII <i>Phoronomicis</i> ,	98
— — — — —	In CHEYNEI <i>Fluxionum Methodo inversa</i> ,	110. 115. 120.
		121. 123. 127. 129. 219
— — — — —	In PARENTIUM,	117. 216. 349. 356
— — — — —	In VARIGNONIUM,	128. 130. 136.
— — — — —	In GRAIGIUM,	I. 44. 50. 60. 77. II. 133. 215. 219. 265
— — — — —	In LAHIRIUM,	148. 150. 159. 256
— — — — —	In WOLFII <i>Aëromestriam</i> ,	226. 229
— — — — —	In NEWTONI <i>Principia</i> ,	229. 234. 240. 244. 253. 291.
		294. 299. 310. 323. 328. 343
— — — — —	In ejusdem Solutionem Problematis de <i>Trajectoriis</i> ,	
		390. 395
— — — — —	In HARTZOEKERUM,	247. 250. 251. 256. 257. 357
— — — — —	In GRANDIUM,	265
— — — — —	In TAYLORI Problema,	378
— — — — —	In ejusdem <i>Methodum Incrementorum</i> ,	389. 391
— — — — —	In Montmortii libro de <i>ludis a Fortuna pendentibus</i> ,	222
— — — — —	Solvit Problema de <i>Curva æquilibrii</i> ,	I. 28. 33. 44. 60
— — — — —	& de <i>Æquatione à Fratre</i> proposita,	199. 221
— — — — —	De <i>Curva citissimi appulsus</i> ad rectam positione datam,	283. 461
— — — — —	& quidem generalissime,	286. 289. 324. 335. 338
— — — — —	ejusdem solutio <i>Leibnitiana</i> ,	289
— — — — —	& de <i>Isoperimetris</i> ,	265. 284. 295. 299. 305. 310. 315.
		328. 375. 386. 392. 397
— — — — —	de hac re observatio notabilis,	285
— — — — —	controversia orta ex Problematibus de <i>Curva citissimi</i>	
	<i>appulsus</i> , & de <i>Isoperimetris</i> ,	284. 292. 293. 299. 302. 306. 351.
		354. 375. 394. 395. 399. 417. 420. 437. 446. II. 4. 46. 48
— — — — —	de <i>Solido minima resistentiæ</i> ,	I. 466
— — — — —	calculus <i>infinitesimalem</i> quibus tradit,	12. 28
— — — — —	agitur cum LEIBNITIO de <i>Natura Osculi</i> ,	34. 43. 61. 68. 78.
		83. 91
— — — — —	de Corporum <i>duritie</i> ,	300. 307. II. 246. 257
Commerc. Epist. Tom. II.		de

— — de <i>Virium estimatione</i> ,	I. 335. 339. 344
— — de <i>Legibus motus</i> ,	335. 339. 345
— — de <i>Oenometro quodam</i> ,	368. 394. 396. 405
— — de <i>Functionibus</i> ,	392. 399
— — de <i>Attractione Newtoniana</i> ,	399. 411. 415. 420. 424
— — de <i>Calendario reformando</i> ,	II. 9. 12. 13. 16. 23. 29. 31. 49
— — de ROLLIO <i>Calculi Differentialis</i> aduersario,	23. 25. 39. 40. 46. 50. 170. 172
— — de <i>Arithmetica binaria, quaternaria, & decadica</i> ,	36. 38. 44. 47
— — de HUDDENII <i>Methodo de Maximis & Minimis</i> ,	41. 46. 50
— — de LEIBNITII <i>Machina arithmetica</i> ,	239. 243
— — de <i>resistentia orta ex lubricitatis defectu</i> ,	240. 244. 254. 259. 262
— — de <i>Vi centrifuga</i> ,	131. 135. 253
— — de <i>Curvarum transformatione</i> ,	95. 97. 102. 108. 133. 140. 142. 144. 145. 149. 152. 160. 163. 171. 172. 178. 183. 186. 211. 214. 219
— — de earum <i>Synchronis</i> ,	I. 178. 190. 293. 303. 306. 309. 315. 317. 323. 325. 332
— — de <i>Lege continuitatis</i> ,	409. 411. II. 110
— — de <i>Mundis atque Animalibus nostris majoribus ac minoribus</i> ,	I. 410. 415. 420
— — <i>&c.</i>	35
— — <i>æmulatio inter eum & Fratrem</i> ,	41
— — <i>determinat spatia quædam quadrabilia</i> ,	42. 49
— — <i>consultitur a CHIRACO de Calculo infinitesimali</i> ,	42. II. 256. 273.
— — <i>scribit de Motu Musculorum</i> ,	I. 470
— — de <i>Nutritione</i> ,	II. 141
— — de <i>Laudibus Analyseos novæ</i> ,	357
— — de <i>Conatibus paracentricis</i> ,	370
— — de <i>Turbationibus</i> ,	335. 340. 343. 346. 348
— — de <i>Praxi Nautica</i> ,	I. 45. 51
— — <i>cum eo agitur de Professione quadam apud Batavos</i> ,	51. 88. 99. 101
— — de <i>altera Haliæ Saxonum</i> ,	64. 70
— — <i>& Groningæ</i> ,	72. 74. 90
— — — <i>Quo migrat</i> ,	90. 95
— — — <i>Quot annis natus</i> ,	101
— — — <i>Quem invenit ibi statum Studiorum mathematicorum</i> ,	346. 347. 350. II. 19
— — — <i>Ubi ei mandatur Provincia docendæ Philosophiæ experimen-</i> <i>talis</i> ,	I. 474
— — — <i>creatur Rector Academiæ</i> ,	II. 96
— — — <i>Dubitatur utrum Groningæ manendum sit, an Basileam re-</i> <i>deundum, an Ultrajectum petendum</i> ,	97
— — — <i>statuit manere Groningæ</i> ,	125. 126. 131. 139.
— — — <i>Unde tandem discedit</i> ,	calculum

- calculum *integrale* promovet ex consensu inter *Potestates* ac *Differencias*, I. 46. 53. 65. 75. 104. 107. II. 238. 243
- excogitat Regulam inveniendi *Coëfficientes Terminorum* in Potestati-
bus, I. 54. 66
- confiderat *Maxima & Minima*, 55. 58. 67. II. 41. 46. 50. 161
- — Horum aliud genus, I. 57. 67
- — *Maxima Maximorum & Minima Minimorum*, 57. 67. 179
- — de hac re observatio singularis, 286. 298. 306.
- agit de *Curvis Transcendentibus* per puncta *geometricè* describendis, 59
- disputat cum LEIBNITIO de *Dynamica*, 62. 68. 78. 84. 91.
95. 102. 105. 108. 335. 339. 344. II. 7
- — — in ejus sententiam discedit & quibus rationibus, I. 113
- — — eamque suis *Demonstrationibus* confirmat, 113. 115. 164
- — — — Perobliquum Corporum incursum, 113. 121
- — — — Per *Vires centrifugas*, seu *conatus excussorios*, 115.
123. 133
- — — — illam LEIBNITIUS probat *a priori*, 122. 170. 185. 429
- — — — in hæc argumenta *objectiones* BERNOULLII, 132. 151
176. 432
- — — — LEIBNITII responsiones, 140. 157. 170
- — — — eam VOLDERO demonstrat, 425
- — — De *Natura Corporum*, atque *materiæ*, 63. 69. 379. 389. 398.
402. 404. 407. 413. 418. 423. 427. 429. 432. II. 65. 68. 92. 119
- — — De DEI *Attributis*, I. 433. 438. 441. 445. 450. 454. 479.
481. II. 2
- — — De *Gravitatis* causa & actione, I. 93. 97. 102. 105. 110. 119.
128. 138. 148. 156. 160. 168. 174. 184. 189. 202. 429. 432
- — — De *Monadibus*, 398. 402. 407. 413. 417. 424. 427. 429. 432.
434. 439. 442. 451
- — — De *infinitè magnis, infinitè parvis*, & *Progressionum Terminis*
infinitesimis, 370. 375. 380. 382. 390. 397. 402. 404. 407. 413.
418. 423. 427. 431. 440
- — — De *Axiomatibus* demonstrandis, 185. 190. 196. 205. 207
- — — De *Atomis*, 301. 307. 312. 316. 329. 390. 429. 442. 454
- — — De *Vacuo*, 399. 418. 422. 427. 429. 433. 441. 445. 451. 454
- — — De *Aëris compressione*, 455. 458. 475. 479. 482. II. 2
- — — — qua de re proponit experimentum, I. 477
- — — De *Substantiarum* Activitate, II. 7
- — — de possibilibus, 8. 17
- — — de *Logarithmis* numerorum negativorum, 269. 277. 278. 282.
287. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315
- — — confiderat punctum *regressus* in *Curvis*, I. 59. 67. 76. 83. II. 170. 172
atque

- — atque *flexus* contrarii, I. 59
 — — monetur ut operam det *Medicine*, 72. 80. 82. II. 114. 117. 273.
 — — & *rei navali*, 6
 — — atque *aquaria*, 346. 349. 352.
 — — ejus constitutio & valetudo, I. 80
 — — quomodo studiis operam navare solitus fuerit, 81
 — — excogitat rationem dimetiendarum *Curvarum* per Arcus *Circuli*, 81.
 — — — 84. 91
 — — — per geometricam *approximationem*, II. 174.
 — — — id facit in *Ellipsi*, 217.
 — — quomodo credat fieri posse ut obtineatur *motus perpetuus*, I. 115.
 — — — 124.
 — — demonstrat *LEIBNITII* propositionem de *Corpore a pluribus simul*
 potentis impulso, 152.
 — — — construit *Synchronam Cycloidem*, 178. 190.
 — — — agit de *Synchronis* aliarum *Curvarum*, 293. 306. 309. 325;
 — — — de *Synchrona* cujus *Tangens* sit recta positione data, 290. 293.
 303. 314. 317. 323. 332;
 — — — detegit insignem quandam *Cycloidis* proprietatem, 179.
 — — — ejus de *Curvis rectificabilibus* & in se redeuntibus sententia, 201.
 — — — Animadversiones de *Curvis partes quadrabiles* habentibus, 202.
 — — — & de *Curvis* quibusdam, quæ neque per *Cartesianam*, neque
 per *infinitesimalem* Geometriam determinari possunt, 203;
 — — — agit de *Seriis Summis* ad *Quadraturas* revocandis, 217. 227.
 — — — & de altero *Seriis* genere, 223. 231.
 — — — *Series* dispescit in partes datam rationem habentes, 218.
 — — — determinat *Catenariam* methodo directa sine *Tangentium* considera-
 tione, 254. 260. 265. 270.
 — — — eam probat esse figuram *fornicibus* construendis aptissimam,
 411. 416. 420.
 — — — ejus judicium de *LEIBNITII* animadversionibus in *CARTESIUM*,
 300.
 — — — accipit a *LEIBNITIO* principia *differentiationis* de *Curva in Cur-*
 vam, 319. 321. 334.
 — — — hanc methodum promovet, 331.
 — — — comparat Arcus *Parabole*, 355. 357. 386. 401.
 — — — hanc methodum ad alias *Curvas* extendit, 266.
 — — — invenit methodum comparandi omnes *Parabolas* & *Hyperbolas* cujus-
 cunque gradus, aliasque *Curvas* algebraicas, 367.
 — — — demonstrat *Cycloidis tautochronismum*, 366. 368. 374. 387.
 — — — excogitat *Oenometra* duo, 372. 385. 391.
 — — — ejus cogitata de *Thermometris* perficiendis, 373. 385. 391.
 — — — quidi

| | |
|---|--------------------------|
| quid illi acciderit publicè de <i>Corporum resurrectione</i> disputanti, | 376 |
| hortatur LEIBNITIVM ut edat <i>Dynamicam</i> suam, | 421 |
| & ut condat novam <i>Philosophiam</i> , | 422 |
| cooptatur in Regiam Academiam <i>Parisiensem</i> , | 440. 451 |
| ejus error de <i>Quadratura</i> quadam notatus, | 447 |
| ad hanc animadversionem responsio, | 452 |
| invenit <i>Phosphorum</i> suum mercurialem, II. 19. 24. 27. 31. 33. 35. | |
| 37. 48. 50. 51. 53. 56. 62. 73. 140. 235. 238. 242. 247. 251. 357 | |
| quem vident Rex & Regina <i>Borussorum</i> , | 64. 67. 70 |
| & pro quo donatur nummo aureo, | 86 |
| Reperit <i>Cyffoidis</i> rectificationem, | 55 |
| cooptatur in Regiam Societatem <i>Berolinensem</i> , | 57. 63 |
| excogitat novum <i>Barometrum</i> , | 61. 64. 67. 70 |
| detegit innumera <i>Cycloidis Segmenta</i> & <i>Zonas</i> quadrari posse, | 62 |
| molitur nova <i>Specula caustica</i> , | 68. 70. 72. 102. 107 |
| Recipitur in Regiam Societatem <i>Londinensem</i> , | 299. 302 |
| invenit methodum quadam pro <i>multisectione Anguli</i> , | 73. 74 |
| quædam notat in quodam <i>Comitis RICCATI</i> scripto, | 348. 350. |
| 353. 356. 360. 363. 365. 369. | |
| ei debetur Regula de <i>Fractione</i> , cujus Numerator & Denominator | |
| uterque simul evanescunt, | 127 |
| quomodo in Calculum <i>infinitesimalem</i> penetraverit, | 151. 155 |
| transformat <i>Curvas</i> in alias diversi generis sed <i>æquales</i> , | 95. 97. 102. |
| 108. 133. 140. 142 | |
| LEIBNITII methodum id efficiendi per <i>specula</i> perficit, | 144. |
| 145. 149. 152. 156. 160. | |
| id conficit per <i>motum rectorium</i> , | 133. 138. 156. 163. 171. |
| 172. 174. 178. 183. 186. 211. 214. 219. | |
| corrigit LEIBNITIVM de <i>motu radente</i> loquentem, | 146. 152 |
| vocatur <i>Ultrajectum</i> , | 133. |
| & <i>Leydam</i> , | 221. 228. |
| respuit plures <i>vocationes</i> , | 322. 332. |
| excogitat novam <i>Quadratricis</i> DINOSTRATI descriptionem, | 176. 179. |
| ejus judicium de <i>COLLINSII Commercio Epistolico</i> , | 308. 316. |
| 334. 337. | |
| de HERMANNI <i>Phoronomia</i> , | 361. |
| de LEIBNITII <i>Theodicea</i> , | 396. |
| LEIBNITIO auctor est ut <i>Problemata Angli</i> proponat, | 316. |
| 344. 359. 361. 367. 371. 373. | |
| HERNOULLIUS (<i>Nicolaus Nicolai Filius</i>) laudatus, | 154. 171. 210. |
| 212. 219. | |
| demonstrat & provehit Regulam a NEWTONO traditam pro in- | |
| veniendis | |

- veniendis *Aequationum Divisoribus rationalibus*, II. 186
 — — — ejus de hac re schediasma, 189
 — — — valde LEIBNITIO probatum, 210
 — — — qui pollicetur se curaturum ut in *Miscellanea Berolinensibus* illius anni edatur, 210
 — — — quod in annum differtur, 212
 — scribit Dissertationem *De usu Artis coniectandi in jure*, 217. 219. 222
 — petit *Lutetiam Parisiorum*, 222
 — cum hortatur LEIBNITIUS ad perficienda coepta *Jacobi BERNOULLII de Arte coniectandi*, 225
 — commendatur pro Professione *Francfortensi*, 257
 — pro eo agitur de Professione *Patavina*, 258. 261. 263. 265. 268. 270. 272. 275
 — eum rogat LEIBNITIUS ut secum studia sua communicet, 273
 — eum HERMANNO in *Patavina* Professione surrogare nititur BERNOULLIUS, 275
 — ejus ad *Patavinam* Professionem promovendi curam suscipiunt LEIBNITIUS & HERMANNUS, 280
 — in *Angliam* proficiscitur, 281
 — ut provehatur ad *Patavinam* Professionem necesse est ut commendetur apud *Venetos* Legatos apud *Gallos & Batavos* agentes, 284
 — *Londini* commoratur, 290
 — Humanissime a NEWTONO acceptus, qui ei promittit se conaturum ut in Regali Societate admittatur, 299
 — in Regalem Societatem *Londinensem* cooptatus, 302
 — in Societatem Regiam *Berolinensem* admissus, 318
 — de ejus avunculo ad *Patavinam* Professionem transferendo, & ipso *Basileensi* substituendo, verba facit LEIBNITIUS, 319
 — ejus partes amplectitur RUZZINUS apud *Venetos* in *Patavina* Professione, 321
 — magna *Patavina* Professionis spes est, secundum LEIBNITIUM, 325
 — *Patavinam* Professionem fere desperat, 327
 — cum avunculo & *Venetis* de *Patavina* Professione agit, 332
 — eum ad operam dandam *Scientia aquarum motus* hortatur LEIBNITIUS, 341. 346. 348. 352
 — ejus controversia cum Comite RICCATO, 348. 350. 353. 356. 360. 363. 365. 369
 — *Patavinam* Professionem tandem consequitur, 384
 — sed inter eum & *Venetos* nihil adhuc de conditionibus & annorum numero, in quot *Mathesim* docere teneatur, pactum est, 387
 — in *Patavina* Professione confirmatus gratias LEIBNITIO agit, & *Patavinam* petit, 393
 — Problema

- Problema a TAYLORO propositum solvit, II. 394
 — Venetias petit, 396
 BERNOULLIUS (*Nicolaus, Johannis Filius*) laudatus, 290. 359. 371
 — Licentiam Doctoratus Juris adeptus exteros invisurus est, 355
 — cum *Bernoullizæ* gaudens LEIBNITIUS optaret ut Medicinæ operam daret, 359
 — Problema solvit, quod *Anglis* Analytits proposuerat LEIBNITIUS, 367. 368
 — ejus Analysis Trajectoriarum Problematis, a LEIBNITIO petita ad eum mittitur, 373
Berolinensis Societas a quo fundata, 15. 18
 — eam ut illustret scriptis rogatur BERNOULLIUS, 16
 — Solemniter inaugurata, 250
 BIGNONIUS (*Abbas*) res Regiæ Scientiarum Academix curat, I. 358
 — Laudatus, 446
 — collegium instituit Virorum doctorum qui officia describant, 359
 — ad LEIBNITIUM scribit, H. 16
 — Mercurialis Phosphori *Bernoulliani* cupidus est, 27
 — litem dirimit inter SAURINUM & ROLLIUM, 150. 153
 — ejus effigies ad BERNOULLIUM missa, 237
 Binomii potestates symbolizant cum rectanguli differentiis, I. 46. 65
 — unde promovetur calculus integralis, 52. 71. 83.
 — utrum semper locum habeat hic consensus, 54. 66.
 BLANCHINUS præclarus est in *Astronomia & Antiquitate*, II. 305.
 BLYSWICHIIUS doctorum *Mæcenæ* magni LEIBNITIUM faciebat, I. 377
 — cum BERNOULLIO innotuisse gaudebat LEIBNITIUS, 379
 BOISOTIUS (*Abbas*) spem facit LEIBNITIO monumentorum quorundam historicorum, I. 24. 38. 44. 46
 — moritur, 62. 65.
 — ejus *Elogium* editum, 65.
 BOISOTIUS (*Præses*) *Abbatii* Frater, ab eo sperat LEIBNITIUS monumenta ab *Abbate* promissa, 65. 73. 74.
 — qui ea se missurum pollicetur, 94.
 BORELLUS, ejus sententia de *motu Muscularum*, H. 256
 — Laudatus, 389
 — de eo LEIBNITII judicium, 391
 BORGERIUS, *Matheseos* Professor *Groningæ* quando mortuus, I. 108
 Botanica, de ea & de methodo qua tractatur, judicium LEIBNITII, H. 183.
 BÖTHMARIUS laudatus, 284.

| | |
|---|-----------------|
| BOYLÆUS experimenta de Aeris elasticitate & rarefactione instituit, | I pag. 455. 458 |
| — Indicat de ea re experimentum, quod explicat LEIBNITIUS, | 459 |
| — — & BERNOULLIUS, | 477 |
| — docet rationem quandam obtinendi elegantissimi <i>cerulei</i> , | II. 239 |
| — utrum verus <i>Nitri regenerati</i> & <i>Anthlia pneumatica</i> inventor, | 314 |
| BRANDIUS verus <i>Phosphori igniferi</i> inventor, | 24 |
| — ejus <i>Phosphorus</i> ex quo conficitur, | 28 |
| BRAUNIUS, <i>Theologia</i> Doctor & Professor <i>Groningensis</i> , | I. 54. 74 |
| — ei tribuuntur opuscula quædam ab eo non profecta, | II. 30. 31. 32 |
| — explicat <i>Animæ & Corporis Commærcium</i> eodem pacto, quo LEIB-
NITIUS ab eo edoctus, | I. 434. 439 |
| BROUNKERUS (<i>Vicecomes</i>) dat Seriem pro <i>Circulo</i> , | 227 |
| — demonstrat <i>Cycloidis</i> tautochronismum, | 369 |
| BULLIALDUS, <i>Mathematicus</i> insignis, | II. 138 |
| BURNETUS, Episcopi <i>Salisburienfis</i> Filius, peregrinatur, | 215 |
| — laudatus, | 221. 283. 326 |
| — LEIBNITIUM invisit, | 225 |
| — <i>Angliam</i> repetit, | 228 |
| — relinquit studia <i>Theologica</i> amplexus <i>Juridica</i> , | 265 |
| BYANTIUS, Presbiter <i>Oratorii</i> , <i>Mathematicus</i> , | I. 42 |

C

| | |
|--|-------------------|
| CÆruleum elegantissimum quomodo parari possit, | II. 239 |
| — <i>Berolinense</i> | 239 |
| — de eo BERNOULLII judicium, | 262 |
| CÆSAR (<i>Julius</i>) Litteris operam dat etiam inter prælia, | I. 201 |
| Calculus <i>percurrens</i> seu <i>transcendens</i> inventus, | 7. |
| — explicatus a LEIBNITIO, | 10 |
| — — a BERNOULLIO, | 13 |
| — ejus exemplum, | 8. 11. 19. 25. 32 |
| — de eo NIJEWENTIITII sententia, | 70 |
| — quas <i>Curvas</i> complectatur, | 77 |
| — <i>infinitefimalis</i> promotus, 7. 9. 14. 15. 26. 28. 35. 40. 41. 46. 53. | |
| 55. 57. 62. 65. 67. 75. 76. 81. 84. 91. 104. 127. 179. 201. 202. | |
| 217. 218. 223. 226. 227. 231. 298. 306. 319. 321. 331. 332. 334. | |
| 367. 401. 461 | |
| — propagatus, | 12. 28. 30 |
| — in eum difficultas proposita, | 377 |
| — — soluta, | 382 |
| — idem est ac <i>Methodus Fluxionum</i> , | 190 |
| — illius | — |

| | |
|---|--|
| — illius adversarii, II. | 23. 25. 39. 40. 69. 71. 78. 148. 150. 153. 170. |
| | 172. 177. 178. 211 |
| — ejus historia, | 151. 154. 155. 161. 283. 286. 291. 299. 300. |
| | 302. 308. 313. 315. 320. 323. 325. 327. 330. 334. 337. 340. 343. |
| | 351. 358. 361. 364. 367. 375. 377. 378 |
| Calendarium Gregorianum ; de eo difficultates quædam a LEIBNITIO | |
| ad Regiam Scientiarum Academiam miſſæ, | 9. 12. 14. 16. 23. 29 |
| — ejus reformatio, | 9. 12. 14 |
| — — cujus auctoritate faciendâ, | 14. 16: 31 |
| Calendarii forma propoſita a REYHERO, | 10 |
| — Novum a REYHERO & TIDIO propoſitum Corpori <i>Evangelico</i> , | 49 |
| Calor quam aëri ſe dilatandi vim tribuat, | I. 455. 458 |
| — de ea re ſententia BERNOULLII, | 476 |
| — de ea re experimenta propoſita a LEIBNITIO, | 459 |
| — — alia a BERNOULLIO, | 477 |
| — utrum Barometris ordinariis noceat, | 478 |
| — an ſolus augere poſſit atmophærici aëris preſſionem, | <i>ibid.</i> |
| CAMPANELLA , ejus opuſcula inedita quædam, | II. 96 |
| CAMPANUS , <i>Romæ</i> horologia turbinatoria paravit, | 382 |
| CAREUS ejus Elementa Calculi integralis, | 29 |
| CARTESIUS , de ejus <i>Phyſica</i> judicium, quod ſpectat ad uſum, I-83 | |
| — de ejuſdem <i>Communicationis motus</i> regulis, | 103. 106 |
| — utrum bene deſignaverit quantitatem <i>Actionis motricis absolute</i> , 125. 157 | |
| — hujus refractionum leges, | 161 |
| — de illius <i>dubio generali</i> ſententia, | 196. 205 |
| — interrogatur a FERMATIO de <i>Cirvis</i> , quæ ex relatione plurium | |
| Curvæ punctorum determinantur, | 207. 209. 212 |
| — — illius explicatio, | 257. 261. 269 |
| — in ejus partem generaliorem <i>principiorum</i> animadverſiones LEIB- | |
| NITII, | 268. 431. 306 |
| — — Comprobatæ a BERNOULLIO, | 300. 306 |
| — circa legem <i>continuitatis</i> , | II. 110 |
| — de eo judicium PARENTII, | 212 |
| — ejus <i>vortices</i> comprobati, | 241 |
| — utrum ejus ſententia de <i>cauſa diſcretæ</i> vera, | I. 307 |
| — in ejus <i>Philoſophiam</i> dubitationes, | 431. 455 |
| — detegit KEPLERI <i>Diaclaſticam</i> eſſe <i>Hyperbolam</i> , | 315 |
| — ejus Geometria utilis ad determinandas <i>Cauſticas</i> & alia problemata | |
| ſolvenda, | 17 |
| — ſententia de <i>viribus motricibus</i> & <i>quantitate motus</i> utrum vera? Vide | |
| vires vivæ, | 115 |
| <i>Commerc. Epift.</i> Tom. II. | G g g |
| | — opera |

| | |
|--|-------------------------|
| CARTESII opera Posthuma de Regulis veritatis inquirenda, & cogitationes de animalium generatione &c. | II. 96 |
| CASSINUS, consultationem de Reformatione Calendarii Romani mittit, | 12 |
| — Novas Ellipses Keplerianis substituit, | L. 368 |
| — — de illis LEIBNITII judicium, | 368 |
| Catacausticæ, Vide Catoptrica. | |
| CATELANUS, (Abbas.) laudatus, | 42 |
| — de calculo, differentiali, | 49 |
| — — de hoc judicium ferens quomodo habitus fuerit, | 80 |
| — de temporis æstimatione habenda circa motuum regulas, | 170 |
| Catenaria constructa ope Curvæ Parabolicæ, | 9 |
| — determinata per Tangentium proprietatem, | 47 |
| — ejus determinatio directa & sine Tangentium, consideratione tentata per Seriem, a LEIBNITIO, | 47. 250. |
| — — in hoc tentamen animadversiones BERNOULLII, | 56. |
| — perfecta a BERNOULLIO, | 55 |
| — — per Radium Circuli osculatoris, | 254. |
| — — — in solutionem, hanc suam, BERNOULLII difficultas, | 254. 265 |
| — — de hac solutione judicium, LEIBNITII, | 259. 270. |
| — ejus Curvæ proprietates, quædam, | 56. |
| — — alia, | 250 |
| — de, eâ consideratio, quædam BERNOULLII, | 296 |
| — — & LEIBNITII, | 305 |
| — de ea agit David GREGORIUS, | 387. 393. |
| — de hujus, Dissertatione judicium BERNOULLII, | 400. |
| — — & LEIBNITII, | 403. 406. 411 |
| — responsio GREGORII, | II. 29, 31. 106. |
| — est vera Formicæ curvatura, | L. 412. |
| — — de ea re difficultas LEIBNITII, | 416. |
| — — — responsio BERNOULLII, | 420 |
| — — — utrum sola, | 412. |
| Catoptrica a LEIBNITIO accomodata ad solvendum, Problema de Curvarum transformatione, | II. 102. 108. 134. 143. |
| — de ea re BERNOULLII judicium, | 140. |
| — — LEIBNITII responsio, | 140. 143. |
| — in hanc methodum, BERNOULLII observatio, | 143. 145. |
| — — LEIBNITII responsio, | 143. |
| — hæc methodus, a LEIBNITIO limitata, | 142 |
| — — in hanc limitationem animadversio BERNOULLII, | 144. 146 |
| — — — LEIBNITII responsio, | 144. 149. |
| — — — limitatio, | |

| | |
|--|--|
| — limitatio BERNOULLII, | II. 147 |
| — — LEIBNITIO probata, | 149. 152 |
| — — hujus limitationis <i>Analysis</i> , | 156. 160 |
| — & <i>Dioptrica</i> Elementa a Davide GREGORIO edita, I. | 196. 204 |
| | II. 105 |
| Catoptricum quoddam Theorema ad Catacausticas describendas utile demonstratum, | 156 |
| CAVALLERIUS laudatus, | 309. 389 |
| — de eo LEIBNITII judicium | 391 |
| — ei viam aperit KEPLERUS ad inveniendam suam <i>Geometriam Indivisibilem</i> , | 391 |
| Cauticæ determinari possunt per vulgarem <i>Geometriam Cartesianam</i> , I. | 17 |
| — Curvarum <i>algebraicarum</i> in se redeuntium sunt <i>algebraica</i> in se redeuntes & rectificabiles, | 201 |
| — utiles ad <i>Curvarum</i> transformationem, II. | 102. 108. 134. 140. 142. 143. 146. 149. 156. 160 |
| Celeritas uno impetu non imprimitur, | I. 409 |
| — quadratis <i>Gravium</i> ascensus proportionalis; & cur secundum BERNOULLIUM, | 63 |
| — — LEIBNITII sententia, | 68 |
| — earum perditarum atque residuarum proportionem, | 126. 131. 139. |
| — <i>Elementares</i> quæ, | 123 |
| — illarum decremента in medio constante ex globulis æqualiter dif- | 126. 136. 139 |
| — seminatis, | |
| Centrum <i>Gravitatis</i> Corporum motu a <i>Gravitate</i> accepto sursum versus reflexorum ubi finito ascensu reperitur, | 112 |
| — <i>Liquorum</i> quomodo ita possit extelli ut habeatur <i>motus perpetuus</i> , | 115. 124 |
| — <i>Corporum</i> quottunque in motu <i>constitutorum</i> post illorum mutuam actionem servat eandem directionem atque celeritatem quam habebat ante actionem, | 134. 143. 152. 158 |
| — totius <i>Universi</i> utrum progrediatur, | 134 |
| — <i>Penduli compositi</i> utrum ad eandem altitudinem ascendat sive <i>Gravita Pendulum constituentia</i> se junctim moveantur sive simul, | 136 |
| — de Centro <i>Gravitatis</i> Theorema propositum a LEIBNITIO, | 144 |
| — — ab HUGENIO laudatum, | 144 |
| — — a BERNOULLIO demonstratum, | 152 |
| — corpus positum in Centro <i>Gravitatis</i> <i>Trianguli</i> vel <i>Pyramidis</i> triangularis, quo casu quieturum, | 153 |
| — <i>Percussionis</i> quomodo investigetur posita <i>Virium</i> æstimatione <i>Leibnitiana</i> , | 116. 123. 134. 136. 146 |
| — — idem est ac Centrum <i>Oscillationis</i> , | 154 |

- Centrum *Oscillationis* inventum a BERNOULLIO, L. 136. 153
 — de eo cum HUGENIO sentiendum censet LEIBNITIUS, 146
 — idem est ac Centrum *Percussionis*, 154
 CHEVREUSIUS (*Dux*) comite utitur LEIBNITIO, H. 178
 CHEYNEUS mittit LEIBNITIO suam *Methodum Fluxionum inver-*
sam, 95
 — de eo libro LEIBNITII iudicium, 95. 97. 98. 105. 123. 129
 — BERNOULLII animadversiones, 95. III
 — — eas BERNOULLIUS mittit CHEYNEO, III. 113
 — utrum eadem utatur methodo pro quadraturis, qua CRAIGIUS, 105
 — de BERNOULLII *animadversionibus* LEIBNITII iudicium, III
 — — — CRAIGIUS illas accipit, 115. 120
 — — — & respondet, 121
 — — — huic responso respondet BERNOULLIUS, 122
 — — iterum BERNOULLIO respondet, 127
 — MOYREI animadversiones, 122
 — — de his BERNOULLII iudicium, 122
 — — & LEIBNITII, 130
 — illis respondet CHEYNEUS, 140. 159
 — librum scribit de *Veritate Religionis*, 140
 CHIRACUS *Anatomia* Professor *Montpelienfis* laudat BERNOULLII
Dissertationem de *Motu Musculorum*. & ab eo petit quomodo discere
 possit *calculum infinitesimalem*, L. 42. 49
 Chronicum ALBERICI Monachi *Trium Fontium*, 37
 Circuli *Quadratura* arithmetica a quo prius inventa, a LEIBNITIO
 an a GREGORIO, H. 309. 313. 317. 320. 337. 341
 — pro *Circulo* Series LEIBNITII & BROUNKERI, I. 227
 — historiam parat LAGNIUS, H. 300. 302
 — & *Hyperbola Quadratura* quibus *Curva* inferviat, L. 14
 Circuli *Arcu*. & *Radio* datis invenire *suum* rectum, 16
 — *Arcus* æqualis *data* recta determinatus, 176
 Circuli *Osculatores* quot in punctis *Curvam* tangant in ipso *Osculo*, de
 ea re controversia inter LEIBNITIIUM & Jacobum BER-
 NOULLIUM, 33. 43. 51. 78
 — de ea *Controversia* BERNOULLII sententia, 43. 78
 — — de ipsa re quid sentiat BERNOULLIUS, 61. 78
 — — — quid LEIBNITIUS, 68
 — — — qui transit in BERNOULLIORUM sententiam, 83. 91
 — eorum *Radii* facile deducuntur ex calculo *differentiali reciproco*,
 34. 43
 — — & per secundas *Differentias*, 44
 — utiliter in *Opticis* substituuntur *Conicis Sectionibus*, 135
 &

RERUM NOTABILIORUM 417

| | |
|---|--------------------|
| — — & aliis <i>Curvâ</i> , | I. 196 |
| — — quod prior indicat LEIBNITIUS, | 185. 196 |
| — — hujus rei petit explicationem BERNOULLIUS, | 204 |
| — adhibiti ad <i>Catenariam</i> determinandam, | 254 |
| <i>Cissois</i> , ejus <i>Quadratura</i> redacta ad <i>Quadraturam Circuli</i> , | II. 55 |
| — <i>Rectificatio</i> duplici modo exhibitâ, | 55 |
| CLARKIUS cum LEIBNITIO de <i>Philosophia</i> disputat, | 381. 390. |
| | 396 |
| — hujus disceptationis <i>occafio</i> & <i>historia</i> , | 381 |
| Classium: <i>Evolutiones</i> tractat P. HOSTE <i>Jesuita</i> , | 3 |
| — de hoc libro LEIBNITII <i>judicium</i> , | 3. 6. 17 |
| CLAVIUS cum PELETTARIO disputat de <i>Angulo Contactus</i> , & | |
| — de hac Controversia BERNOULLII <i>judicium</i> , | L. 9F |
| Clepsydra lucida quomodo parari possit, | II. 27 |
| CEUVERRIUS impugnat <i>Archimedeanâ Parabolâ Quadraturam</i> , | L. 173. |
| | 455 |
| — LEIBNITII <i>responsio</i> , | 173. 455. 457 |
| — de Homine LEIBNITII <i>judicium</i> , | 174. |
| — — & BERNOULLIE, | 180 |
| — laudatus, | 230. 233. II. 25 |
| — in eum scribit NIEUWENTIUS, | I. 241 |
| — edit quædam Schediasmata mathematica, | 443. 447. 455 |
| — — de quodam ex illis quid BERNOULLIUS sentiat, | 452 |
| — promittit novum: <i>Miscroscopii</i> genus magnitudinem augens in infinitum, | II. 94 |
| Coëfficientes <i>Potestatum Polynomii</i> cujuscunque, quomodo possint inveniri secundum BERNOULLIUM, | I. 54 |
| — pro ea re LEIBNITIUS <i>Regulam</i> excogitat, | 47. 66 |
| — — quæ cum <i>Bernoulliana</i> coincidit, | 66 |
| Coëvolutio <i>Curvarum</i> a LEIBNITIO adhibita ad <i>Curvas</i> transformandas in alias æquales & diversi generis, | II. 102. 108. 134. |
| | 140. 142. 144. |
| — hanc Methodum perficit BERNOULLIUS, | 146. 149. 156 |
| COLBERTUS laudatus, | L. 358. II. 178 |
| COLBERTUS (<i>Croissus</i>) laudatus, | 178 |
| Colorum: <i>Theoria nova Newtoniana</i> edita, | 106. 123 |
| — de hoc libro LEIBNITII <i>judicium</i> , | 124. 235 |
| — — & BERNOULLII, | 216 |
| — de illis experimentum a NEWTONO traditum & a MARIOTTO impugnatum, | 213. 216. 234 |
| — — de hoc quid sentiat BERNOULLIUS, | 242 |
| — — — & LEIBNITIUS, | 245 |

- de illis multa nova detegenda superesse putat LEIBNITIUS, 213
 Collegium institutum ut officia describantur, I. 369
- COLLINSIUS, ejus *Commercium Epistolicum* collectum & examinatum a
Regia Societate Londinensi, II. 283
- editum, 299
- quid de eo sentiat LEIBNITIUS, 286. 291. 301. 302. 313.
 320. 325. 341
- & BERNOULLIUS, 300. 308. 315. 316. 327. 334. 343
- qui illud recenset, 308. & *seq.*
- hac *recensione* vult uti LEIBNITIUS, 321. 323
- — & quidem utitur, 330. 337. 376. 378
- Recensetur in *Transactionibus Philosophicis*, 364. 367
- Commercium *Animæ & Corporis* quomodo fieri putet LEIBNITIUS,
 I. 69
- cujus sententia ut sibi aperiatur petit BERNOULLIUS, 427
- ubi exposita reperiatur, 430
- utrum nova sit, 434. 439
- difficultas inde educta, 483. II. 2
- de ejus certitudine, 364
- Communicatio *motus*, de ea REGULÆ a CARTESIO traditæ utrum
 subvertantur doctrina nova de *viribus vivis*, I. 103. 106
- utilis est demonstrandis *Viribus vivis*, si corpora oblique in se in-
 currant, 114. 121
- si tria corpora æqualia concurrant, quando duo in unum totam vim
 suam transferant, 121
- ejus Regula, 125
- regula generalis a BERNOULLIO tradita, 135
- — & a LEIBNITIO, 145
- eas tradit MALLEBRANCHIUS in suo libro de *Inquisitione Ve-*
ritatis, & postea mutat a LEIBNITIO persuasus, 307
- quibus approbantibus conscriptus fuerit liber complectens novas has
 MALLEBRANCHII Regulas de *Legibus & communicatione mo-*
tus, I. 313
- — LEIBNITII sententia, 316
- regulas tradit LAHIRIUS, 344
- — inde deductæ consequentiæ, 344
- — unde eas fortasse hauserit LAHIRIUS, 346. 348
- Complanatio *Superficierum Conoidicarum & Spheroidicarum* a Jacobo BER-
 NOULLIO tradita, 208. 212
- Compositio *motuum* a BERNOULLIO adhibita ad *Vires vivas* de-
 monstrandas, 113
- LEIBNITIO approbante, 121
- de

RERUM NOTABILIORUM 419

- de ea re *Theorema* quoddam a LEIBNITIO propositum, I. 144.
 - a BERNOULLIO demonstratum, 152.
 - Compressio *Aëris* utrum illi minorem se dilatandi vim tribuat quam pro
Densitatis ratione, 455. 460. 477.
 - ejus proportio, 458.
 - quomodo sit æstimanda, 479. 482.
 - utrum æqualis sit in omnibus partibus, ex quibus *Aër* confatur, 458. 475. 479. 482.
 - Conatus excussorii, sive vires centrifugæ, quam rationem inter se ha-
 beant in Corporibus in gyrum motis, 115. 123. 133.
 - nihil aliud sunt quam celeritates elementares, 123.
 - Conatus paracentrici, numquid in iis desideretur, II. 353. 357.
 - quid hac in materia compererat BERNOULLIUS, 357.
 - Conatus insiti, quid, I. 409.
 - quid ex his oriatur, 415.
 - an dentur, 419.
 - Conoidum superficies a Jacobo BERNOULLIO tractatæ, 212.
 - Constructio æquationum differentialium nititur separatione indetermina-
 tarum, 7.
 - curvæ cujusdam percurrentis, 8.
 - problematum solidorum. & super-solidorum, per approximationem
 Geometricam, 222. 228.
 - Continuitatis lex. Quid hac de materia meditatus sit LEIBNIUS, 300. II. 100.
 - num usum habeat late patentem, I. 306.
 - an omnibus innotescere possit, II. 110.
 - CONTIUS. (*Abbas*), nobilis *Venetus*, in reconditiore Geometria peri-
 tus, 223.
 - quid ad *Parisiuum* amicum scripserit ex Anglia, 364.
 - *Parisiis* discedens Epistolam ad LEIBNITIUM reliquit, 365.
 - problema per eum *Angliæ* a LEIBNITIO propositum, 367.
 - Litteras, quas a NEWTONO acceperat, ad LEIBNITIUM, 375.
 - ad eum mittitur Problema quoddam *Bernoullianum*, 380.
 - Contractio animalis utrum mors sit, I. 415.
 - *μετεμψύχωσις* quodammodo sapit animalium Contractio, 420.
 - *μεταμόρφωσις*, potius quam *μετεμψύχωσις* species est, 424.
 - in ea crassiora tantum animalis organa pereunt. ac dissolvuntur, 430.
 - illius Systema. latius explicatur, 435.
 - CORDEMOLUS *Cartesius* quid crediderit de *Atomis*, 316.
 - Corum. an ita muniri possit, ut *aëri* pervium non sit, II. 71.
- Corporum

- Corpora actionibus suis *centrum gravitatis* quiescens vel motum non turbant, I. 134
- Corporum *natura* aut *essentia* in quo sita, 62. 65. 68. 69. 382. 389. 398. 402. 404. 407. 413. 417. 423. 427. 429. 432. II. 92. 95. 102. 106
- Ascensus *quadratis celeritatum* proportionales, cur, I. 63
- Ascensus continui an minus virium requirant quam interrupti, II. 3. 6. 7
- plurium motorum commune *gravitatis centrum*, I. 134
- Indifferentia ad *motum & quietem*, an vera, 164
- Extensio, II. 279
- Durities explicata, L. 300. 307
- humanorum resurrectio, 376
- Elasticitas utrum accidentalis an necessaria, 377. 379
- infinite velocium actio eadem est in Corpora quiescentia ac in Corpora velocitate finita prædita, secundum BERNOLLIUM, 102. 110. 130. 149. 160. 174
- — fecus autem secundum LEIBNITIIUM, 105. 120. 139. 156. 168
De actione materia gravifica in Corpora vide, Gravifica.
- Corporis & Animæ *Commercium*, vel *Harmonia præstabilita*, 69
- hujus Systematis explicationem petit BERNOLLIUS, 427
- ubi expositum illud systema reperiatur, 430
- — utrum novum sit, 434. 439
- — contra illud Systema difficultates, 483. II. 2
- — de ejus certitudine, 364
- Corpus a pluribus Potentiis simul impulsum qua directione feratur, I. 144
- hujus Theorematis Demonstratio, 152
- majoris *potentia* utrum tota transferri possit in *minus* quiescens, 109. 121
- Correçtio *Bernoulliana* seriei summatoriz a LEIBNITIO traditæ, 40
- *Cosmotheoros* HUGENII editus, 378. 380
- CRAIGIUS, ejus liber de *Quadraturis* a BERNOLLIO oppugnatus, 44
- a LEIBNITIO defensus, 49
- — BERNOLLIUS responsio, 60. 68. 77. 83
- — animadvertit quendam BERNOLLIUS lapsum, 447
- — BERNOLLIUS responsio, 452
- de ejus methodo pro *Quadraturis* LEIBNITII sententia, II. 105
- laudatus, 123
- aggreditur Problema de Curvarum transformatione, 133. 140
- — de hoc tentamine judicium BERNOLLIUS, 215. 219. 222 errorem

| | |
|--|--------------------|
| — — errorem suum candide agnoscit, | II. 265 |
| Culcitæ aëre suffertæ, | 71 |
| CUNÆUS, quædam ad eum pertinentia, | L. 455. II. 318 |
| CUPERUS laudatus, | 94 |
| Curva rigida prædescripta cur a LEIBNITIO adhibita in suo Tetragonismo generali per motum, | I. 4 |
| — Tangens singulas Parabolas descriptas a Globis ejectis ex singulis Mortarii elevationibus est Parabola, | 17 |
| — — quæ determinari potest per vulgarem Geometriam Cartesianam, | 17 |
| — Isochrone a LEIBNITIO determinata, | 206 |
| — — Paracentrica a LEIBNITIO constructa per rectificacionem, | 23. 34 |
| — — — simplicius autem a BERNOULLIO, | 34 |
| — — — infinitæ per quodvis punctum duci possunt, | 44 |
| — Transiens per puncta flexuum omnium Curvarum eidem Equationi differentiali satisfaciendum a BERNOULLIO determinata, | 44 |
| — — hanc methodum probat & promovet LEIBNITIUS, | 50 |
| — Transiens per puncta ubi Curva satisfaciens eidem Equationi differentiali habet inclinationes datas, | 50 |
| — Transiens per omnia puncta maxima vel minima latitudinis, | 51 |
| — Ordinaria abscindens partem imperatam a figura data contenta duabus rectis & Curva ordinaria, quomodo possit obtineri, | 229 |
| — Segmentoriam, id est, rectas per datum punctum actas ita secans ut Segmentorum data Potestates datam summam conficiant, determinata a LEIBNITIO, | 247 |
| — — de hoc Problemate FERMATIUS agit cum CARTESIO, | 207. 209. 212. 224 |
| — — — ejus <i>Analysis</i> , | 258 |
| — — — qua occasione illam excogitaverit, | 257. 261. 269 |
| — — — id facit infinitis modis generalibus, | 248 |
| — — — in suam solutionem LEIBNITII annotatio, | 251 |
| — — — Leibnitianam solutionem probat BERNOULLIUS, | 255 |
| — — — in eam BERNOULLII observatio, | 261 |
| — — — LEIBNITII responsio, | 268 |
| — — — & a BERNOULLIO, | 255 |
| — — — ejus <i>Analysis</i> , | 255 |
| — — — in hanc BERNOULLII solutionem animadversio LEIBNITII, | 247 |
| — — — — BERNOULLII responsio, | 255 |
| — — — series infinitas, quarum quælibet infinities infinitas complectitur hujus Problematis solutiones, habet BERNOULLIUS, | 255 |

- — qui ex iis quendam exhibet , E 256
 — — — — — atque a NEWTONO , 262. 266
 — — — — — hujus methodum probat & promovet BERNOULLIUS , 262
 — — — — — qui eam extendit ad *Curvas* in quibus data est *differentia Potestatum Segmentorum* , 265
 — — — — — LEIBNITII animadversio , 270
 — — — — — ejusdem fundamentum , 263
 — — — — — in NEWTONI solutionem animadversio LEIBNITII , 288
 — — — — — quam probat BERNOULLIUS , 272
 — — — — — rectam ita secans ut *Solidum* sub uno *Segmento* & *Quadrato* *altius sit constans* , & transcendens inventa a BERNOULLIO , 248. 257. 263
 — — — — — curvæ hujus transcendentis *Analysis* , 275
 — — — — — *Algebraicam* detegit LEIBNITIIUS , 248. 260
 — — — — — de ea BERNOULLII sententia , 263. 275
 — — — — — LEIBNITII responsio , 269. 278
 — — — — — algebraicam, reperit ipse BERNOULLIUS , 263
 — — — — — qui suam exhibet *Analysis* , 264
 — — — — — in eam observatio LEIBNITII , 270. 278
 — — — — — BERNOULLII responsio , 276
 — — — — — ipsius BERNOULLII dubium , 281
 — — — — — de eo LEIBNITII judicium , 288
 — — — — — rectas, ab eodem puncto procedentes, ita secans ut *Rectangulum Segmentorum* sit constans; Hujus Curvæ *Analysis* , 272
 — — — — — rectas parallelas ita secans ut *Rectangulum Segmentorum* sit constans; Hujus Curvæ *Analysis* , 273
 — — — — — rectas ita, secans ut *Segmentorum summa* sit constans *Analysis* , 274
 — — — — — rectas ita secans ut constans sit *aggregatum ex Segmentorum Potestatis* determinata , 275
 — — — — — *Segmentorum* , nempe cujus *Ordinatis applicatae* sunt *Segmentis circularibus* proportionales , solvit Problema *celerrimi descensus* , 173
 — — — — — eæ est *Quadratrix Quadraticæ Leibnitiana* , 172
 — — — — — ipsa est *Cyclois* , 178
 — — — — — *Trajectoria* , seu quæ infinitas *positione* datas *Curvas* secat: ad *Angulum* data lege *variabilem* , 333. II. 361
 — — — — — solum, a BERNOULLIO , I. 333
 — — — — — notanda quædam , 333
 — — — — — de ea solutione judicium LEIBNITII , 334
 — — — — — secans infinitas *positione* datas, *Lineas* ad *datum Angulum*. Hoc Problema propositum , 18
 — — — — — si datæ *Lineæ* sint rectæ , *Curva* satisfaciens est *Loxodromica plana*

| | |
|---|-------------------------|
| plana, sive <i>Logarithmica</i> Spiralis, | I. 18 |
| — hoc Problema in pluribus <i>Curvis</i> solvit BERNOULLIUS, | 178 |
| — fecans <i>Lineas</i> infinitas positione datas ad <i>rectos</i> Angulos. Hoc Problema proponitur a BERNOULLIO, | 17 |
| — <i>Parabolas</i> eundem <i>Axem</i> ac <i>Verticem</i> sed <i>Parametros</i> diversas habentes est <i>Ellipsis</i> , | 17. 23 |
| — <i>Parabolas</i> eundem <i>Axem</i> eandemque <i>Parametrum</i> sed <i>Vertices</i> diversos habentes est <i>Logarithmica</i> , | 17 |
| — methodus solvendi hoc Problema tradita a LEIBNITIO, | 23. 204 |
| — in eam BERNOULLII animadversio, | 179 |
| — LEIBNITII responsio, | 194 |
| — <i>Cycloides</i> omnes ab eodem <i>initio</i> descriptas, quæ, | 178. 283 |
| — ab ea sponte fluit solutio Problematis de <i>Linea celerrimi appulsus ad rectam datam</i> , | 283 |
| — <i>Cycloides</i> omnes <i>æquales</i> super eadem <i>recta</i> descriptas, est <i>Cyclois</i> , | 179 |
| — <i>Logarithmicas</i> omnes <i>spirales</i> , est <i>Logarithmica spiralis</i> , | 179 |
| — <i>Logarithmicas</i> omnes, inventa, & ejus <i>Analysis</i> BERNOULLII, | 190. 194. 209. 213. |
| — altera methodus hujus Problematis solvendi per <i>principium opticum</i> a LEIBNITIO tradita, | 306 |
| — in eam BERNOULLII observationes, | 311 |
| — LEIBNITII responsio, | 314 |
| — cui acquiescit BERNOULLIUS, | 326 |
| — hoc Problema solutum a Jacobo BERNOULLIO, | 401 |
| — <i>Anglis</i> solvendum proponit hoc Problema LEIBNITIUS, | II. 365. 371 |
| — illud solvit MOIVREUS, | 376. 377 |
| — atque HERMANNUS, | 386 |
| — de hujus solutione iudicium BERNOULLII, | 388 |
| — & NEWTONUS, | 390 |
| — de hac solutione BERNOULLII iudicium & WOLFII, | 395. 396 |
| — pro <i>Hyperbolis</i> ejusdem <i>Axis transversi</i> solvit BERNOULLII Filius, | 367. 371. 373. 376. 380 |
| — qui eam ad <i>Ellipses</i> transfert, | 371. 376. 380 |
| — & ad <i>Parabolas</i> ejusdem <i>Parametri</i> , <i>Verticis</i> & <i>Axis</i> , sed <i>Exponentium variabilium</i> , | 373 |
| — pro <i>Hyperbolis</i> ejusdem <i>Verticis</i> & <i>Axis transversi</i> , sed <i>Parametrorum variabilium</i> , propositum & solutum a BERNOULLIO, | 368 |

- — pro *Parabolis* ejusdem *Parametri*, *Verticis*, & *Axi*, sed vario-
rum *Exponentium*, propositum & solutum a BERNOULLIO,
II. 369
- — pro *Curvis*, in quibus *Radius Osculi* secatur ab *Axe* in data ra-
tione, propositum & solutum a BERNOULLIO, 373
- — pro *Curvis* æquatione quadam *differentiali* definitis proponit
TAYLORUS, 378
- — ad quas *Curvas* pertineat æquatio illa, 378
- — illud solvunt *Johannes & Nicolaus* BERNOULLII, 378
- — *Nicolai* solutio, 394
- — hoc Problema utile ad definiendam *Curvaturam Radiorum* *Lucis*
per *medium inæquabiliter densum* transeuntium, L. 17. 24.
- — *Æquilibrationis*, id est, talis, ut quavis *Linea* data in plano verticali,
duo *pondera* his duobus *Lineis*, (datæ & quæsitæ,) in eodem plano
existentibus, imposita & communi funiculo per eandem *tröchleam*
positione datam transecto alligata, semper & ubicunque sint in *equi-*
librio, hoc *Problema* solutum ab HOSPITALIO & a BERNOUL-
LIO, 29. 60
- — Hæ solutiones laudatæ a LEIBNITIO, 33
- — Ejusdem in has solutiones observatio, 49. 60
- — solutum etiam a *Nicolao* BERNOULLIO. 44. 60
- — *Pressionis æquabilis*, quæ scilicet semper æquali *vi centrifuga*
premitur a *grave* libere descendente. Proponitur & solvitur hoc
Problema a BERNOULLIO, 30. 134
- — *Celerissimi descensus*, vel *Brachystochrona*, sive *Tachystoptota*, ea nempe,
per quam in plano verticali existentem, & per duo data puncta
transeuntem, *grave* propria *gravitate* descendens brevissimo tempore
perveniat ab uno horum punctorum ad alterum. Hoc Problema
propositum & duplici modo solutum a BERNOULLIO, 167. 271
- — LEIBNITII solutio, 172
- — Ejusdem Theorema hinc deductum, 173
- — hoc Problema laudatum, 172. 177. 253
- — in LEIBNITII solutionem animadversio BERNOULLII,
177
- — ea est *Cyclois*, 178
- — cur a BERNOULLIO dicatur *Brachystochrona*, 178. 185. 190
- — LEIBNITIANÆ solutionis fundamentum, 183
- — ejus solutio a SALVATORE tentata, 233. 234
- — in hanc solutionem animadversiones LEIBNITII
236. 240
- — in eandem BERNOULLII observationes, 242
- — a quibus ejus solutio posset expectari iudice LEIBNITIO, 247
solutio

| | | |
|-----|---|--------------------|
| — — | solutio HOSPITALII, | I. 249. 253. 260. |
| — — | — in eam animadversiones BERNOULLII, | 249 |
| — — | — & LEIBNITII adnotationes, | 249 |
| — — | — nova BERNOULLII dubia, | 254 |
| — — | — LEIBNITII responsa. | 259 |
| — — | — illud solvit Jacobus BERNOULLIUS, | 251. 253. 260 |
| — — | — & NEWTONUS, | 266 |
| — — | — de eo agit TSCHIRNAUSIUS, | 281. 287 |
| — — | — illud alii frustra aggrediuntur, | 287 |
| — — | — Methodi fundamentum, | 290. 315 |
| — — | — in illud BERNOULLII observationes. | 310. 328 |
| — — | — hujus Problematis casus particulares a BERNOULLIO recensiti, | 179 |
| — — | — <i>Brachyochrona data longitudinis</i> indaganda proponitur, | 265. 310. 328 |
| — — | — <i>Synchrona</i> , ad quam scilicet appellantur <i>eadem tempore</i> Mobilia propria gravitate per infinitas Cycloides ab eodem puncto eodem tempore cadentia; determinatur a BERNOULLIO, | 178. 190. 194. 294 |
| — — | — quomodo eam invenerit, | 178 |
| — — | — per hanc solvit Problema de Cycloide Citiissimi appulsus ad re- | |
| | — <i>Eam positione datam</i> , | 283 |
| — — | — <i>Synchrona</i> pro quibuscunque Curvis datae speciei determinata a BERNOULLIO, | 286. 294 |
| — — | — hujus Tangens facile potest determinari secundum LEIBNITIUM, | 290. 303. 314 |
| — — | — secus autem secundum BERNOULLIUM, | 293. 309. 314. 323 |
| — — | — methodus id efficiendi a LEIBNITIO proposita, | 319 |
| — — | — Qui hinc perficit Calculum integralem, | 322 |
| — — | — a BERNOULLIO probata & promota, | 330 |
| — — | — ejusdem judicium de nova hinceducta Calculi integralis promotione, | 337 |
| — — | — inventa a BERNOULLIO, | 325 |
| — — | — <i>Synchrona</i> ipsa semper quidem haberi potest, sed difficile iudice BERNOULLIO, | 294 |
| — — | — quomodo ea possit obtineri secundum LEIBNITIUM, | 303. 314 |
| — — | — de hoc BERNOULLII sententia, | 309. 326 |
| — — | — secunda methodus LEIBNITII, | 317 |
| — — | — de ea BERNOULLII judicium, | 323 |
| — — | — de hujus Tangente ad rectam positione datam parallela, | 337. 343 |
| — — | — <i>Synchronarum & Undarum ad Rados</i> convenientia, & hujus convenientiae | |

| | |
|---|------------|
| venientiæ ufus fecundum LEIBNITIUM, | L 306. 314 |
| — de ea re fententia BERNOULLII, | 311 |
| — <i>Multigibba</i> confiderata a BERNOULLIO, | II 163 |
| — utilis ad <i>Curvas</i> in fe redeuntes transformandas in alias, | 163. 166 |
| — utrum femper ad eafdem partes concava, | 184. 186 |
| — & ad eas reducendas ad <i>Circulares</i> per <i>approximationem</i> celerri-
mam, | 164 |
| — hinc demonftratur Regula a <i>Præctis</i> quibusdam tradita
pro comparandis <i>Perimetris Ellipticis</i> cum <i>Circularibus</i> , | 165 |
| — & deducitur <i>Theorema</i> pro commutanda <i>Curva</i> quavis
intra duos Arcus <i>Circulares</i> quantumvis fibi propinques, | 214 |
| — quod applicatur <i>Ellipfi</i> , | 217 |
| — de his LEIBNITII iudicium, | 171 |
| — qui hanc Methodum applicat <i>Circulo</i> , | 172 |
| — eam BERNOULLIUS extendit ad <i>Curvas</i> omnes, | 174 |
| — & ad <i>Circulum</i> , | 176 |
| — unde prodit nova ratio defcribendi <i>Quadratricem</i> DI-
NOSTRATI, | 176 |
| — in hanc methodum LEIBNITII difficultas, | 184. 211 |
| — foluta a BERNOULLIO, | 186. 211 |
| — hoc problema tentatur ab aliis, | 265 |
| — <i>Citiſſimi appulſus</i> , ea videlicet, per quam <i>Grave</i> descendens fua
<i>gravitate</i> minimo tempore perveniat ad rectam <i>poſitione</i> datam.
Hoc Problema propoſitum pro <i>Cycloidibus</i> a Jacobo BERNOUL-
LIO & a Johanne ſolutum ope ſuæ <i>Synchronæ</i> , | L 283 |
| — qui illud, ope <i>Synchronæ</i> , ſolvit etiam pro quibusvis <i>Cur-
vis</i> alterius <i>ſpeciei</i> , ſed omnibus ejuſdem <i>ſpeciei</i> & <i>Baſcos</i> , | 286 |
| — de hac ſolutione iudicium LEIBNITII, | 289 |
| — qui putat facile deſcribi poſſe <i>Synchronam</i> quæ tangat rectam
<i>poſitione</i> datam, | 290. 303 |
| — quam difficile ſit <i>Synchronam</i> deſcribere <i>Tangentem</i> ducere ad
eam, & multo magis tangentem datæ rectæ <i>parallelam</i> , | 294 |
| — pro hac re methodus BERNOULLII, | 309 |
| — aliam obumbrat LEIBNITIUS, | 317 |
| — methodum has tangentes ducendi excogitat LEIBNITIUS, | 319 |
| — qui inde perficit Calculum <i>integrale</i> , | 322 |
| — de hac ſecunda methodo iudicium BERNOULLII, | 330 |
| — qui eam explicat generaliffime, | 331 |
| — hoc Problema ſine <i>Synchronæ</i> confideratione ſolvit BERNOUL-
LIUS, | 310 |
| — — — — — ejus <i>Analysis</i> , | 324 |

| | | |
|-------------------|--|-------------|
| — | quomodo hoc Problema solvi possit, secundum LEIBNITIIUM, ubi <i>Curva</i> non sunt <i>similes</i> , | L 334. 343 |
| — | & secundum BERNOULLIUM, | 338. 343 |
| — | solutum in <i>Circulis</i> , | 325 |
| — | quæ cum alia <i>data</i> sit æqualis Arcui <i>Circulari</i> , constructa a BERNOULLIO, | 81 |
| — | quæ una cum alia <i>irrectificabili</i> <i>data</i> <i>rectificari</i> possit, determinata a BERNOULLIO, | 366 |
| — | ex infinitis <i>Ellipsis</i> æqualia <i>Spacia</i> vel <i>Arcus</i> æquales refecans, | 310 |
| — | <i>Elliptica</i> ad <i>Circularem</i> reducta per cellerrimam approximationem, | II. 164. |
| — | regula vulgo ad hoc tradita demonstratur, | 165 |
| — | regula nova & facillima, | 214. |
| Curva (de) | in Curvam <i>Differentiatio</i> explicata, | I 319. |
| — | generalius tradita, | 330. |
| — | hinc perficitur <i>Calculus integralis</i> , | 322 |
| — | de hoc BERNOULLII <i>judicium</i> , | 337 |
| — | <i>Superficies</i> , in eam quomodo definiatur linea <i>brevissima</i> de puncto ad punctum, secundum LEIBNITIIUM, | 343. 387 |
| — | in hanc methodum observatio BERNOULLII, & hujus <i>methodus</i> , | 393. |
| — | idem præstat <i>Jacobus BERNOULLIUS</i> , | 387. 401. |
| Curvæ Geometricæ, | quæ, | 8. |
| — | <i>Mechanica</i> , quæ, | 8. |
| — | <i>Percurrentes</i> , quæ, | 8. |
| — | primum consideratæ a BERNOULLIO, | 7. 14 |
| — | & a LEIBNITIO, qui eas appellat <i>exponentialiter transcendentibus</i> , | 10. 13. 18. |
| — | hujus <i>modus</i> procedendi, | 10. |
| — | harum <i>puncta</i> omnia <i>geometricè</i> possunt <i>inveniri</i> , | 77. |
| — | omnes <i>construuntur</i> per <i>Logarithmicam</i> , | 8. 10. 90. |
| — | cujusdam <i>constructio</i> , <i>tangens</i> , & <i>quadratura</i> , | 8. |
| — | in <i>quadraturam</i> istam <i>adnotatio</i> LEIBNITII, | II. 11. |
| — | qui <i>aliam</i> <i>exhibet</i> , | II. 12. |
| — | ad LEIBNITII <i>adnotationem</i> BERNOULLII <i>responsio</i> , | 15. |
| — | in BERNOULLII <i>responsionem</i> <i>animadversio</i> LEIBNITII, | 19. |
| — | in hanc BERNOULLII <i>observatio</i> , | 25. |
| — | LEIBNITII <i>responsio</i> , | 30. |
| — | consideratæ a NIEUWENTIITIO, | 70. |
| — | <i>Transcendentes</i> utrum omnes <i>percurrentes</i> , | 77. 83. 91. |

| | |
|---|----------------|
| — — — si id effet omnium <i>Spatiorum quadratura</i> alteræ ab alteris mu-
tuo dependerent, | I. 91. 94. 102 |
| — — — quarum puncta omnia possunt geometricè assignari, | 49 |
| — — — methodus talium <i>Curvarum</i> inveniendarum in quo consistat, | 59 |
| — — — — de hac methodo LEIBNITII iudicium, | 68 |
| — — — — aliæ hac proprietate præditæ, | 77 |
| — — — — utrum omnes habeant aut nullam, aut duas, aut tres
non vero <i>infinitas</i> (nisi ipsæ sint <i>quadrabiles</i>) partes <i>quadrabiles</i> , | 202 |
| — — — <i>Quadrabiles</i> quædam, | 41 |
| — — — <i>Retrogradæ</i> , quæ, | 59 |
| — — — — earum <i>maxima applicata</i> potest habere <i>elementum</i> infinitum,
& in quavis data ratione cum <i>elemento abscissa</i> , | 59 |
| — — — — possunt in uno puncto habere infinitas <i>Tangentes</i> secundum
LEIBNITIUM, | 67. II. 170 |
| — — — — & secundum BERNOULLIUM, | I. 76 |
| — — — — quomodo genitæ concipiendæ sint, | 67. 76 |
| — — — — Difficultas hinc exurgens, | 77 |
| — — — — — soluta a LEIBNITIO, | 83 |
| — — — — — altera pariter a LEIBNITIO soluta, II. 161. 170 | |
| — — — — <i>Algebraïca</i> & in se redeuntes omnes sunt <i>rectificabiles</i> , I. 201
206 | |
| — — — — construendæ ex data <i>Tangentium conditione</i> , pro iis methodum
excogitat LEIBNITIUS, | II. 17 |
| — — — — qui tradit etiam methodum eas describendi per appropin-
quationem, | 34 |
| — — — — quædam descriptæ a BERNOULLIO, | 14 |
| — — — — hujus methodus unde derivata, | 34 |
| — — — — aliquando describuntur per <i>intersecciones</i> infinitarum <i>Curva-
rum</i> , | II. 14. 34 |
| — — — — — tunc plerunque sunt <i>algebraïca</i> aut <i>algebraïcarum</i> evo-
lutione formatæ, | 14 |
| — — — — <i>Algebraïca</i> , utrum omnes habeant aut nullam aut <i>infinitas</i> par-
tes <i>quadrabiles</i> , | 202 |
| — — — — quænam, quamvis <i>inquadrabiles</i> , infinitas habeant partes
<i>quadrabiles</i> , | 224 |
| — — — — <i>Algebraïca</i> & in se redeuntes quæ <i>rectificabiles</i> , | 201. 206 |
| — — — — utrum omnes illæ, quæ <i>Segmentum</i> aut <i>Semisegmentum</i> ha-
bent <i>quadrabile</i> , sint <i>indefinite quadrabiles</i> , | 207 |
| — — — — quædam unum habent spatium <i>quadrabile</i> , | 239 |
| — — — — exemplum, | 224 |
| | quænam |

| | | |
|---|---|------------------------------|
| — | quænam in puncto habeant infinitas <i>Tangentes</i> , 67. 76. II. | 170 |
| — | — aliarum <i>evolutione</i> descriptæ; ea de re difficultas quædam propo-
sita, | I. 76 |
| — | — soluta, | 83 |
| — | — non omnes describi possunt per <i>Focos</i> , secundum BERNOULLIUM, | 81 |
| — | — quomodo describi possint per <i>Focos</i> secundum LEIBNITIUM,
& quid ab ipso de hac re desideraretur, | 84 |
| — | — Determinatæ ex mutua plurium punctorum relatione notæ fuerunt
FERMATIO, | 207. 209 |
| | — <i>Plura vide in Curva Segmentorum,</i> | |
| — | — Quomodo possint cum <i>Circulis</i> comparari per <i>motum rectoriam</i> , II. | 163. 164. 172. 174. 214. 217 |
| — | — Reductæ ad <i>Arcus</i> circulares, | 1102 |
| — | — Aliquæ, quanquam <i>indefinitè rectificabiles</i> non sint, habent tamen
<i>infinitas partes rectificabiles</i> , | 202 |
| — | — Aliquæ, quanquam <i>indefinitè quadrabiles</i> non sint, habent tamen <i>in-
finitas partes quadrabiles</i> , | 202 |
| — | — Quænam hac proprietate præditæ sint, | 224 |
| — | — Hujus generis est <i>Cyclois</i> , | 202 |
| — | — Et alia <i>Curva</i> desumpta ex <i>Lunula</i> HIPPOCRATIS, ejus
<i>Ordinatis</i> ad <i>Axem</i> applicatis, | 202. 207 |
| — | — Quam proponit LEIBNITIUS, | 202 |
| — | — Et quadrat BERNOULLIUS, | 209 |
| — | — <i>Maximi & Minimi</i> proprietate præditæ non semper facile determi-
nantur, | 47. 55 |
| — | — Id LEIBNITIUS tentat per <i>Seriem</i> , | 48 |
| — | — In hoc tentamen difficultas BERNOULLII, | 56 |
| — | — LEIBNITII responsio, | 67 |
| — | — Quædam proprietatem habent quandam valde notabilem, | 286. |
| | | 298. 306 |
| — | — Difficultas quædam ad eas pertinens soluta a LEIBNITIO, | II. 161 |
| — | — BERNOULLIO approbante, | 170 |
| — | — <i>Flexu contrario</i> præditæ in ipso <i>Flexu</i> puncto <i>Radium Osculi</i> non
semper habent <i>infinium</i> , sed aliquando <i>nihilo</i> æqualem, | I. 59 |
| — | — Quædam, quæ neque per <i>Cartesianam</i> neque per <i>infinitesimalem</i> Geo-
metriam determinari possunt, | 203 |
| — | — <i>Parabolica & Hyperbolica</i> cujuscunque gradus; atque innumeræ aliæ
<i>Curvæ Algebraicæ</i> a BERNOULLIO transformatæ in alias æquales
& aiverfi generis, | 367 |
| — | — <i>Curvarum Tangentes</i> ex <i>Focis</i> determinatæ ab HOSPITALIO, | 211 |
| | — <i>Commerc. Epist. Tom. II.</i> | I i i |
| | | — — De |

| | |
|--|----------------|
| — — De hoc iudicium LEIBNITII, | L211 |
| — — Et desiderata, | 212 |
| — — Idem præstitum a TSCHIRNHAUSIO, FATIO, & LEIBNITIO, & quomodo, ipso LEIBNITIO iudice, | 212. II. 117 |
| — Quarundam proprietates notabilis ad <i>maxima</i> & <i>minima</i> spectans a BERNOULLIO detecta, | L 286 |
| — — Quomodo in illam incidit, | 298 |
| — — LEIBNITII responsio, | 306 |
| — <i>Arcus</i> comparati, | 366 |
| — <i>Cœvolutio</i> a LEIBNITIO applicata ad <i>Cirvas</i> in alias æquales & diversi generis transformandas, | II. 102. 134 |
| — — Qui hanc methodum ad plures transformandas & addendas extendit, | 108 |
| — — De ea BERNOULLII iudicium & LEIBNITII responsio, | 140 |
| — — Qui dat ejus rei exemplum, | 142 |
| — — Et observationes quasdam, | 144 |
| — — Ad has observationes responsio BERNOULLII, qui hanc methodum perficit, | 145 |
| — — LEIBNITIO approbante, | 149 |
| — — BERNOULLII <i>Analysis</i> huc pertinens, | 156 |
| — <i>Rectificatio</i> , | I. 81. 84. 201 |
| — — Ad eam pertinentia desiderata, | 366 |
| — — De ea re sententia Jacobi & Johannis BERNOULLIORUM atque LEIBNITII, | II. 201 |
| — <i>Quadratura</i> generalis per motum a LEIBNITIO tradita & BERNOULLIO probata, | L 4. 6 |
| — Quarum <i>Quadratura</i> semper possit haberi, | 41 |
| — — Desiderata ad eam pertinentia, | 5. 9 |
| — — Reducenda est ad earum <i>rectificationem</i> , | 5. 9. 367 |
| — Quarum <i>Quadratura</i> reduci possit ad <i>Quadraturam Circuli</i> & <i>Hyperbole</i> , | 14 |
| — De hac re desiderata, | 15. 23 |
| — — De ea liber NEWTONI, | II. 124 |
| — — <i>Irrationales</i> ad <i>rationales</i> reductæ a LEIBNITIO, | 80 |
| — — Ad <i>Seriem</i> quomodo reducatur, | I. 12. 219 |
| — — De hac methodo BERNOULLII iudicium, | 15 |
| — — Omnes per <i>Seriem</i> expressæ a BERNOULLIO, | 15 |
| — — — Hanc investigat LEIBNITIUS, | 22 |
| — — — Illius fontem monstrat BERNOULLIUS, | 28 |
| — — — ejus nova demonstratio, | 75 |
| — — <i>Seriem</i> aliam exhibet LEIBNITIUS, | 35. 99. 104 |
| — — — <i>Quam</i> | |

| | | |
|-----|--|----------------|
| — — | Quam corrigit BERNOULLIUS, | I. 40 |
| — — | LEIBNITIO approbante, | 46 |
| — — | De hac re Librum scribit CRAIGIUS, | 50 |
| — — | In eum LEIBNITII observatio, | 50 |
| — — | In hanc adnotatio BERNOULLII, | 60 |
| — — | <i>Algebraicarum enumeratio</i> an bene facta a TSCHIRNHAUSIO, | 71 |
| — — | Quæ ibi <i>Curve</i> desiderentur, | 80 |
| — — | <i>Secundi gradus</i> tradita a NEWTONO, | II. 124 |
| — — | LEIBNITII judicium, | 124. 331 |
| — — | BERNOULLII responsio, | 334 |
| — — | Hunc tractatum examinare aggreditur Jacobus BERNOULLIUS, | 335 |
| — — | <i>Transformatio</i> , | I. 367 |
| — — | Per <i>motum rectorium</i> a BERNOULLIO excogitata, | II. 163. |
| | | 166. 184. 186. |
| — — | Qui hinc educit rationem eas reducendi ad <i>Circulares</i> per celerissimam approximationem, | 164 |
| — — | Hinc demonstratur Regula a <i>Practicis</i> quibusdam tradita pro comparandis <i>Perimetris Ellipticis</i> cum <i>Circularibus</i> , | 165 |
| — — | Et deducitur <i>Theorema</i> pro commutanda <i>Curve</i> quavis intra duos arcus <i>Circulares</i> quantumvis sibi propinquos, | 214 |
| — — | Quod applicatur <i>Ellipsi</i> , | 217 |
| — — | De his LEIBNITII judicium, | 171 |
| — — | Qui hanc Methodum applicat <i>Circulo</i> , | 172 |
| — — | Eam BERNOULLIUS extendit ad <i>Curvas</i> omnes, | 174 |
| — — | Et ad <i>Circulum</i> , | 176 |
| — — | Unde prodit nova ratio describendi <i>Quadratricem</i> DINOSTRATI, | 176. 179 |
| — — | In hanc Methodum LEIBNITII difficultas, | 184. 211 |
| — — | Soluta a BERNOULLIO, | 186. 211 |
| — — | Hoc Problema tentatur ab aliis, | 265 |
| — — | Per <i>Coëvolutionem</i> a LEIBNITIO excogitata, | 102. 134 |
| — — | Qui hanc Methodum ad plures transformandas & addendas extendit, | 108 |
| — — | De ea BERNOULLII judicium & LEIBNITII responsio, | 140 |
| — — | Qui dat ejus rei exemplum, | 142 |
| — — | Et observationes quasdam, | 144 |
| — — | ad has observationes responsio BERNOULLII qui hanc Methodum perficit, | 145 |
| — — | LEIBNITIO approbante, | 149 |

| | |
|---|---------------------|
| — — B E R N O U L L I I <i>Analysis</i> huc pertinens, | II. 156 |
| — Id L E I B N I T I U S efficit modis infinitis, | 95. 97 |
| Curvatura Radii per <i>medium</i> inæqualiter densum transeuntis, quomodo
possit defini <i>secundum</i> B E R N O U L L I U M, | L 17. 178 |
| — L E I B N I T I O approbante, | 24. 185 |
| — Hoc Problema est affine Problemati de Curva <i>Celerrimi descensus</i> , | 178. 185. 194 |
| — Est <i>Cyclois</i> , si <i>medium</i> sit continuè <i>difforme</i> , II. 148. 150. 153. | 159 |
| — <i>Fornicis</i> semet sustinentis est <i>Catenaria</i> , | L 401. 403 |
| — — Quomodo id probetur, | 411 |
| — — Quomodo fieri possit ut sit <i>quevis</i> alia figura, | 412 |
| — — L E I B N I T I I difficultas, | 416 |
| — — A B E R N O U L L I O soluta, | 420 |
| <i>Cyclois</i> protensa & contracta, | 76. 349 |
| — De <i>Curva</i> ejus evolutione genita difficultas a B E R N O U L L I O
proposita, | 77 |
| — A L E I B N I T I O soluta, | 83 |
| — Est Curva <i>Celerrimi descensus</i> , | 178 |
| — Et <i>Linea Segmentorum</i> , | 178 |
| — Atque <i>Quadratrix Quadratricis</i> L E I B N I T I I, | 178 |
| — — <i>Citissimi ad rectam datam appulsus determinato</i> , | 283 |
| — Ad eam perpendicularis est <i>Synchrone</i> , | 178 |
| — <i>Evoluta</i> , <i>Causica</i> , & <i>Perpendicularis</i> perpetua est <i>idem Cyclois</i> , | 179 |
| — Est Curva <i>Isochrone</i> , seu <i>descensuum æquivelocitatem</i> , | 190 |
| — — Hujus proprietatis Demonstratio P A R D I E S I I, | 366. 369 |
| — — — B E R N O U L L I I, | 366. 369. 374. 387 |
| — — — Et B R O U N K E R I, | 369 |
| — — — Ejus æquatio a L E I B N I T I O assignata, | 194 |
| — — — Ejus infinita segmenta <i>quadrabilia</i> determinata a B E R N O U L L I O; | II. 61. I. 202. 232 |
| — — — Et <i>Zonæ quadrabiles</i> a B E R N O U L L I I S <i>Fratribus</i> , | II. 62 |
| — — — Est Curva <i>Densibus</i> rotarum aptissima, | I. 249 |
| — — — Est <i>curvatura Radii</i> per <i>medium</i> continuè <i>difforme</i> transeuntis, II. | 148. 150. 153. 159 |
| — — — Earum generalis <i>quadratura</i> ab H O S P I T A L I O tradita, I. | 202 |
| — — — Ejus pars quædam <i>quadrabilis</i> inventa ab H U G E N I O, | 202 |
| — — — Altera detecta a L E I B N I T I O, | 202. 214. 228 |
| — — — Ejus <i>Historia</i> scripta a P A S C H A L I O, | 224 |
| — — — Eam meditatatur G R O N I N G I U S, | 224. 232 |
| — — — Quæ | |

| | |
|---|---------------------|
| — — Qui ad ejus calcem inserit HUGENII notas in NEWTONUM, | II. 328 |
| — — — De hac LEIBNITII consilia, | I. 228. 443. II. 65 |
| — — — De ea judicium BERNOULLII, | 61 |
| — — — Et LEIBNITII, | 65 |
| — — Aliam parat NICOLIUS, | 300. 302 |
| — Proprietas quædam notabilis, | I. 285 |
| — — Quæ tamen ei soli propria non est, | 286 |
| Cyclus <i>Zarlmannus</i> descriptus, | II. 10 |
| — <i>Kirchmannus</i> descriptus, | 10 |
| — Alter novus a REIHERO & TIDIO excogitatus, | 49 |

D

| | |
|---|----------------|
| D <i>DALEME</i> (<i>DALEMIUS</i>) succedit <i>HALEMIO</i> , | II. 160 |
| <i>DANKELMANNUS</i> (<i>Eberhardus</i>) intimus <i>Brandenburgici</i> Electoris Minister, <i>LEIBNITII</i> precibus curam suscipit <i>Johannis BERNOULLII</i> ad Mathematicam Professionem <i>Halis-Saxonum</i> provehendi, | I. 51 |
| — Qui <i>LEIBNITIO</i> committit ut eum a <i>Groningensibus</i> vocatum <i>Halis-Saxonum</i> potius revocet, | 88 |
| <i>Decrementa Virium in mediis resistentibus</i> sunt proportionalia incrementis spatiorum, | 131 |
| — Et <i>decrementis decrementorum</i> velocitatum, aut resistentiæ, | 139 |
| — sunt, ut <i>quadrata Celeritatum</i> , positis æqualibus temporum elementis, secundum <i>LEIBNITIUM</i> , | 126 |
| — — ut <i>cubi Celeritatum</i> , secundum <i>BERNOULLIUM</i> , | 136. |
| — — — In cujus sententiam abit <i>LEIBNITIUS</i> , | 153 |
| — Velocitatum, utrum Celeritatibus proportionalia, 126. 137. II. 244. | 254. 259. 262. |
| <i>Discussionis punctum in Curvis se ipsas secantibus</i> , methodo <i>Huddeniæna</i> de <i>Maximis & Minimis</i> , determinatur, | 41 |
| <i>Definitiones</i> continent explicationes secundum <i>LEIBNITIUM</i> , | I. 413 |
| — Quæ, secundum <i>BERNOULLIUM</i> , | 417 |
| <i>Dei</i> <i>Attributa</i> , 423. 427. 430. 433. 438. 441. 445. 450. 454. 475. 479. | 481 |
| — <i>existentia</i> , | 448 |
| <i>Demonstratio Axiomatum</i> necessaria secundum <i>LEIBNITIUM</i> , | 185 |
| — Excipiuntur <i>indemonstrabilia</i> , quæ sunt <i>identica</i> propositiones, | 196 |

| | |
|---|--------------------------------------|
| — Secus autem juxta BERNOLLIUM, | L 190 |
| — Hujus objectio, | 205 |
| — Responſio, | 207 |
| — <i>Euclidæorum</i> Axiomatum a quibus Veterum fulcepta, | 196 |
| — <i>A posteriori</i> Œſtimationis <i>Virium</i> , | 63 |
| — — In eam objectio, | 63 |
| — — Responſio, | 68 |
| — — Objectiones variæ, | 79. 91. 102. 335. 339. 377 |
| — — Responſiones, | 84. 95. 105. 335. 339. 343. 345. 379 |
| — Per <i>motuum</i> <i>Compoſitionem</i> Œſtimationis <i>Virium</i> , | 113. 121. II. 8 |
| — Per <i>Vires centrifugas</i> , ejuſdem, | L 115. 123 |
| — <i>A priori</i> , ejuſdem, | 122 |
| — — In eam objectio, | 132. 151 |
| — — Responſio, | 140. 157 |
| — Alia, ejuſdem, | 143. 157. 164 |
| — Theorematis de Corpore a pluribus ſimul <i>Potentis impulſo</i> , | 152 |
| Demonſtrationis natura, | II 3 |
| — Talis eſſe debet ut indubitata <i>adverſariorum conſiſtentionem</i> extorqueat, | 3 |
| Dentes <i>Epicycloïdales</i> & eorum uſum quis invencrit, L 347. 349. II. 172. | |
| | 177. 178. 257 |
| — Omni notabili frictione carent, | L 349 |
| — Et motum <i>equabilem</i> procurant, | 349 |
| <i>Deſcenſus celerrimi</i> Curva. Hoc Problema LEIBNITIO propoſitum a BERNOLLIO & duplici modo ſolutum, | 167 |
| — Qui eam ad LEIBNITIUM mittit <i>Actis Eruditorum Lipſienſibus</i> inferendam, | 177 |
| — Illud ſolvit LEIBNITIUS, | 172. 183. 188. 195 |
| — BERNOLLIUS indè eruit ſolutionem Problematis optici de <i>curvatura radii in medio variante</i> , | 178 |
| — Illud ſolvit FATIUS DUILLERIUS, | 456 |
| — — In hujus ſolutionem animadverſio, | 464 |
| — Illud ſolvit HOSPITALIUS, | 249 |
| — Ut & <i>Jacobus</i> BERNOLLIUS, | 253. 260 |
| — atque NEWTONUS, | 266 |
| — Illud ſolvere tentat SALVATOR, | 234. 237. 242 |
| — — & alii, | 267. 287 |
| — A multis laudatum, | 177 |
| — Infinitos habet caſus peculiareſ, | 179 |
| — Graviorum, Experimenta quædam <i>Londini</i> tentata, | II. 266 |
| Deſcriptio <i>opificiorum</i> incepta ab <i>Academia ſcientiarum</i> , | L 369 |
| DETTONVILLEUS vel PASCHALIUS, | 21 |
| — multa | |

| | |
|---|------------------|
| — multa invenit de Cycloide, | I. 228 |
| Diaphanorum fluidorum refrangibilitas utrum gravitati specificæ aut eorum inflammabilitati proportionetur, | II. 266 |
| Diarium Bernardinum, cui titulus <i>Nouvelles de la Republique des Lettres,</i> | 141 |
| — Ejus locus quidam ad Calculum infinitesimalem pertinens, | 150 |
| — <i>Betvullman</i> , cui titulus <i>Histoire des Ouvrages des Savans,</i> | I. 271 |
| — — loca quædam ad LEIBNITII Philosophiam spectantia, | 430. |
| | 439 |
| — Gallicum primos Auctores habet PELISSONIUM & Abbatem DE LA ROQUE, | 69 |
| DIERGUENS Præfes in Brabantia Curia, laudatus, | 378 |
| — ejus filius Matheseos peritissimus ad BERNOULLIUM misit elegantem duplicem constructionem <i>Curva cissoïdalis</i> in rectam extensæ, | II. 55 |
| — — Laudatus, | I. 267. 268. 287 |
| Differentia inter actiones liberas & violentiam facientes in quo consistat, | 471. 474 II. I |
| Differentiales æquationes ad Constuctionem perducuntur sine separatione indeterminatarum, | I 7 |
| — Ad eas separandas multæ sunt viæ speciales, | 7 |
| — Earum <i>mechanica</i> Constructio, | 7 |
| — Primi gradus, & earum Constructio, | 34. 44 |
| — Earum Symbolus vel notatio, | II. 137 |
| — Ad eas finitas reducendæ series infinitæ, | I 49 |
| Differentialia quomodo sumantur in æquationibus percurrentibus, | 8 |
| Differentiatio a Curva in Curvam explicata, | 319 |
| — generalius tradita, | 330 |
| — — hinc perficitur <i>Calculus integralis,</i> | 322 |
| — — — de hac re BERNOULLII judicium, | 337 |
| Differentiæ reciprocæ summis vel integralibus, | 36 |
| — comparatæ cum potestatibus, | 66 |
| — rectanguli consentiunt cum Binomii potestatibus, | 46. 65 |
| — — plurium dimensionum cum polynomii potestatibus, | 47 |
| — — unde promovetur calculus integralis, §2. 75. 83. II. 238. 243 | |
| — — utrum semper locum habeat hic consensus, | 54. 66 |
| — — utrum semper æquent nihilum in Maximis & minimis, | 59 |
| — — series iis utilis, | 99 |
| — — quarum exponens est fractus vel irrationalis, | 104. 107 |
| Dilatationis vim, quam acquirat aer compressus, | 445 |
| — vim, quam accipiat aer a Calore rarefactus, | 458. 476 |
| — vis aeris a Calore rarefacti, instrumentum, quo reperitur, | 459 |
| — — facilius | |

- — facilius prædictum experimentum instituitur, 477
- D I N O S T R A T U S. Eius *Quadratrix* novò modo descripta, II. 176. 179
- Dioptrica quædam Observatio, I. 278
- ejus causâ ex principiis opticis non potuit deduci, 278
- eruditis jam proposita fuerat, 282
- principium utile ad determinandas Trajectorias orthogonales, 306. 327
- hoc principium multis casibus nullius usus esse potest, 311. 314
- Directionis* seu *progressus* quantitas quomodo estimetur, 125
- coincidit cum quantitate *progressus centri Gravitatis*, 135. 143. 152. 339
- in quo differat a quantitate motus, 125
- semper eadem conservatur in Mundo, 125
- — quod probatu difficile putat B E R N O U L L I U S, 134
- hinc factum putat L E I B N I T I U S ut vulgo male quantitas motus æstimaretur, 125
- — idem sentit B E R N O U L L I U S, 134
- hinc demonstratur id quod experientia ostendit de duobus globis *duris* sive *elasticis*, qui *centraliter* concurrunt cum celeritatibus reciproce proportionalibus ad corpora, 125. 339. 343. 344
- & quod, si globus unus ita in duos *æquales* quiescentes incurrat, ut eorum centra faciant in momento concursus triangulum rectangulum, ille quiescet tota sua vi duobus aliis communicata, 121. 126
- hinc etiam fit (secundum L E I B N I T I U M) ut vera maneant theoremata receptæ *mechanicæ*, item *oscillationis*, vel *percussionis*, & *resistentiæ* medii respectivæ, 126
- — B E R N O U L L I I animadversio, 136
- — L E I B N I T I I responsio, 146
- ex ejus conservatione & ex conservatione virium motricium con-
duntur veræ Regulæ pro *motu communicatione*, 135. 145
- Directio* mutata utrum mutet *mobilem* velocitatem, 115
- Dissertatio Nicolai Nic. F. B E R N O U L L I I de *usu artis conjectandi* in
Jure, II. 217
- Laudata, 219
- Divisores *formulæ* vel *quantitatis*, vel *fractionis* vel *functionis* cujusque
rationalis unicam indeterminatam comprehendentis inventi, 80
- rationales æquationum quomodo possint inveniri docet N E W T O -
N U S, 182
- — hujus Regulæ fundamentum detegit B E R N O U L L I U S, 186
- — eam demonstrat & perficit *Nicolaus Nicolai* F. B E R N O U L -
L I U S, 186
- hujus

| | |
|--|--------------------|
| — — hujus Schediasma, | II. 189 |
| — — a LEIBNITIO laudatum, | 210. 212. |
| Doctos homines agere quid deceat, | L 71. 457 |
| Dubia BERNERII de Philofophia GASSENDI & CARTESII, | 431 |
| — ea tollere cogitat LEIBNITIUS, | 431 |
| — liber ea continens & quando ab Auctore editus, | 431. 457 |
| Duillerus (FATIUS) vide FATIUS. | |
| Duritie causa est particularum <i>motus conspirans</i> , secundum LEIBNITIUM, | 301. 307. II. 246 |
| — & secundum BERNOULLIUM, qui argumenta nonnulla affert, | I. 301 |
| — — & hanc sententiam docet, | II. 357 |
| — eadem est causa <i>Duritie</i> ac <i>elasticitatis</i> , | I. 307 |
| Durum & fluidum perfectum utrum dentur, | 307. 312. 316. 329 |
| DU-HAMEL (HAMELIUS) scribit Regiæ Academiæ Scientiarum Parisiensis historiam, | 405. 437 |
| — mors ejus & Succesor, | II. 160 |
| DUTALIUS, vel TALIVS (DU TAL) conficit Phosphorum mercurialem BERNOULLII, & ejus defensionem suscipit, | 170 |
| Dynamica LEIBNITII, qui ejus <i>Specimen</i> edit, | I. 62 |
| — BERNOULLII judicium, | 62 |
| — — qui <i>Leibnitiana virium</i> seu <i>potensiarum</i> æstimationi non acquiescens, in eam objicit, | 63 |
| — — — LEIBNITII responsio, | 68 |
| — Novæ BERNOULLII objectiones, | 79. 91 |
| — — LEIBNITII responsa, | 84. 95 |
| — ei sententiæ accedit BERNOULLIUS, nonnulla tamen dubia eximenda proponit, | 102 |
| — — eximit LEIBNITIUS, | 105 |
| — illam impugnat PAPINUS, | 108 |
| — — BERNOULLII judicium & animadversiones, | 109. 112 |
| — controversia inter PAPINUM & LEIBNITIUM renovatur, | 119. 128 |
| — LEIBNITII in PAPINUM argumenta nonnulla, | 121. 139. 157 |
| — — judicia BERNOULLII, | 132. 150 |
| — in <i>Leibnitianam</i> æstimationem difficultatem quandam notabilem movet & solvit BERNOULLIUS, | 110 |
| — — qui eam demonstrat per <i>motus compositionem</i> , | 113 |
| — — — LEIBNITIO approbante, | 121 |
| — — & per <i>vim centrifugam</i> , | 115 |
| — — — LEIBNITIO plaudente, | 123 |

- ex ea concludit BERNOULLIUS male determinatum fuisse *Centrum percussionis*, I. 116. 126
- — & non bene a LEIBNITIO definitum *respectuam medii resistentiam* esse in *duplicata* velocitatum *ratione*, sed esse in *triplicata*, 116. 134. 137
- — — LEIBNITII responsiones, 123. 126. 146
- — — — de quibus BERNOULLII iudicium, 153
- cur nova hæc æstimatio locum habeat in *velocitatibus actualibus* non in *conatibus*, 116. 173
- & cur minima *velocitas* impressa alteri ex duobus corporibus in *æquilibrio* positis illud non magno impetu descendere faciat, 116. 173
- — æstimationem suam LEIBNITIUS probat *a priori*, 123
- — — — confectaria, 125. 157
- — — — hinc eductæ novæ Leges motus a BERNOULLIO, traditæ, 135
- — — — eandem tradit LEIBNITIUS, qui inde nova conficit, 145
- — — — — quæ BERNOULLIUS probat & promovet, 153
- — — — in hoc argumentum BERNOULLII difficultas, 133
- — — — LEIBNITII responsio, 140
- — — — — cui acquiescit BERNOULLIUS, 151
- — — — aliud LEIBNITII argumentum *a priori*, 143
- — — — quod BERNOULLIO probatur, 164
- — — — in hæc argumenta sua LEIBNITII observationes, 170. 185
- — — — & in eas BERNOULLII animadversiones, 176. 190
- — — — in hanc rem objectio, 170
- — — — — soluta, 170
- — — — — in hanc solutionem animadversio BERNOULLII, 176
- de *Dynamica* librum scribit LEIBNITIUS, & qua occasione, 144
- — — — ut de ea scribat LEIBNITIUS rogatur a BERNOULLIO, 421

E

- E** Cliptica Terræ; de ejus *obliquitate* invenienda regula traditur ab HOLLANDERO, I. 191
- quæ explicatur, 192
- de ea LEIBNITII sententia, 192. 197. 207
- — — — — atque BERNOULLII, 204. 207
- — — — — ejus *obliquitas* cum *Circuli tetragonismo* consentit, 197. 204
- Editio libri APOLLONII de *Sectione rationis* ab HALLEIO suscepta, II. 154. 159. 161
- Arithme-*

RERUM NOTABILIORUM. 439

| | |
|---|--------------------|
| — <i>Arithmetica Universalis</i> NEWTONI, | II. 182 |
| — <i>Miscellaneorum</i> POLENI, | 229 |
| — nova <i>Principiorum</i> NEWTONI promissa, | 223. 226. 229. 295 |
| — — dilata, & cur, | 299. 323 |
| — vulgata, quædam ad eam pertinentia, | 328. 334 |
| — <i>Conicorum</i> APOLLONII ab HALLEIO fuscepta, | 291 |
| — SERENI ab eodem, | 291 |
| — MENELAI ab eodem, | 291 |
| — <i>Artis conjectandi</i> a LEIBNITIO, flagitata, | 211. 220. 225 |
| — — Publici juris facta, | 337 |
| Effectus <i>formalis</i> a <i>reali</i> distinctus, | I. 471. 474 |
| — mirabilis Acidularum <i>Pyromontanarum</i> , | II. 387 |
| Elasticitas: ejus causa est <i>motus conspirans</i> , | I. 301. 307 |
| — & <i>organica</i> corporum <i>constructio</i> , | 379 |
| — hæc sententia explicata, | 381. 398 |
| — — & BERNOULLIO probata, | 390 |
| — corporibus est <i>accidentalis</i> secundum VOLDERUM, | 377 |
| — — <i>Essentialis</i> autem secundum LEIBNITIUM, | 379 |
| — — hujus rei ratio, | 379. 381 |
| — — & secundum BERNOULLIUM, | 390 |
| — est causa separationis corporum post <i>concursum</i> , | 378 |
| — ad eam plurima in <i>organicis</i> revocat LEIBNITIUS, | II. 274 |
| — <i>Aëris</i> : ejus causa, | 277 |
| — — utrum <i>Spatio</i> proportionalis, | I. 455. 458. 477 |
| — — de hoc experimentum a BOYLEO indicatum, | 455. 458 |
| — — — explicatum a LEIBNITIO, | 359 |
| — — — aliter a BERNOULLIO, | 477 |
| Elementa <i>materiæ</i> infecabilia, vel <i>partes minime</i> non dantur secundum | |
| LEIBNITIUM, | 385 |
| — fecus autem secundum BERNOULLIUM, | 390 |
| — hujus argumenta, | 390. 402. 407 |
| — LEIBNITII responsa, | 398. 404 |
| — <i>Numerorum & Linearum</i> dari non putat LEIBNITIUS, | 397 |
| — linearum non sunt puncta, quæ sunt illarum <i>limites</i> , | 398. 402 |
| Ellipsis ad rectos <i>angulos</i> secat omnes <i>Parabolas</i> eundem <i>Axem & Verticem</i> habentes, sed <i>Parametros</i> mutabiles, | 17. 23 |
| — <i>Linea</i> refecans ab infinitis <i>Ellipsis Arcus</i> æquales vel æqualia <i>Spatia</i> , | 310 |
| — reducta ad <i>Arcum</i> circulare per celerrimam approximationem, | II. 164 |
| — — regula vulgo ad hoc tradita demonstratur, | 165 |
| — — — nova & facillima traditur, | 214, 217 |

| | |
|--|------------------|
| — in aliam <i>Curvam</i> transformata, II. 133. 138. 156. 163. 171. 172. 174.
178. 183. 186. 211. 214. 219 | |
| — ejus & <i>Hyperbole Rectificatio</i> ad earundem <i>Quadraturam</i> revocari ne-
queunt, | L 15 |
| — <i>Apolloniana</i> vel <i>Kepleriana</i> novam substituit C A S S I N U S pro <i>Pla-
netarum</i> orbitis, | 368 |
| — — de hoc L E I B N I T I I judicium, | 368 |
| — <i>Cassiana</i> proprietates quædam afficta, | II 137 |
| EM U S pro Serenissima <i>Veneta</i> Republica Legatus, | 285 |
| Entelechiæ, sive <i>Activitates</i> sunt <i>Formæ</i> , | L 413. 415 |
| — Primitivæ sunt <i>Formæ substantiales</i> , | 413 |
| — pro earum existentia L E I B N I T I I argumentum, | 414 |
| — quomodo earum ideam habere possimus secundum L E I B N I T I U M, | 414 |
| — — B E R N O U L L I I difficultas, | 419 |
| — — — L E I B N I T I I responsio, | 424 |
| — — — habent <i>perceptionem</i> & <i>appetitionem</i> quandam, | 415 |
| — — — B E R N O U L L I I objectio, | 427 |
| — — — — L E I B N I T I I responsio, | 429 |
| — — — B E R N O U L L I I quæstio, | 432 |
| — tales existere in <i>Corporibus inanimatis</i> ut sibi demonstretur petit
B E R N O U L L I U S, | 418 |
| — — sententiam suam explicat L E I B N I T I U S, | 423 |
| — — — B E R N O U L L I I difficultas, | 420 |
| — — — — L E I B N I T I I responsio, | 424 |
| — nec incipere nec finire <i>naturaliter</i> possunt, | 424 |
| — — existere tamen coeperunt in universali creatione, | 427. 430 |
| — fieri potest ut in alios <i>Mundos</i> transferantur, secundum L E I B N I -
T I U M, | 415 |
| — — — B E R N O U L L I I difficultas, | 420. 427 |
| — — — — L E I B N I T I I responsio & explicatio, | 424 |
| — nunquam penitus a <i>materia</i> divelluntur, | 430. 431. II. 92 |
| — hæc locum non habent IN ANIMA RATIONALI, L 424. | 430 |
| — — — cur, | 430 |
| — L E I B N I T I I sententiam de ortu <i>Entelechiarum</i> suis verbis expo-
nit B E R N O U L L I U S, | 435 |
| — — qui inde quædam conficit, | 435 |
| — — — & objectiones suas proponit, | 436 |
| — — — — & nova confectaria, | 436 |
| — de hac expositione L E I B N I T I I judicium, | 439 |
| — — ejusdem ad objectiones responsio, | 439 |
| | fine |

| | |
|--|---------------|
| — sine illis <i>substantia</i> esse non possunt, | II. 92 |
| — earum cum <i>Corporibus</i> commercium. Vide <i>Commercium Anima & Corporis</i> . | |
| <i>Exaumeratio curvarum Algebraicarum</i> an bene facta a Tschirnhausio, | I. 71 |
| — Quæ ibi <i>Curva</i> desiderentur, | 80 |
| — <i>Secundi gradus</i> tradita a Newtono, | II. 124 |
| — Leibnizii iudicium, | 124. 331 |
| — Bernoullii responsio, | 334 |
| — — Hunc tractatum examinare aggreditur Jacobus Bernoullius, | 335 |
| Ephemerides novæ ut conficiantur, monet Bernoullius, | 9 |
| — Argoli, | 9 |
| Epicycloides utiles ad figuras dentium in rotis, L. 347. 349. II. 172. 177. 178. 257 | |
| — Rotæ talibus dentibus instructæ omni notabili frictione carent, | 349 |
| — Et motu æquabili feruntur, | 349 |
| Epigramma Leibnizii, | 141 |
| — Bernoullii, | 90 |
| Ernestus Hassia Landgravius, | I. 69 |
| Essentiam aut naturam Corporis juxta Leibnizii ideas consequi conatur Bernoullius, | 62 |
| — Eam latè explicat Leibnizius, | 69 |
| — Corporis & materiæ in mundi systema redactæ quam agnoscit Leibnizius, | 379 |
| — Eam non constituunt solæ <i>extensio & impenetrabilitas</i> , | 379. 381 |
| — — Objectiones Volderi, | 382 |
| — — Leibnizii responsiones, | 382 |
| — — Eiusdem argumenta, | 398 |
| — — Bernoullii difficultates, | 389. 402 |
| — — Leibnizii responsa, | 404 |
| — — Tertium illud, potest existere, | 408 |
| — — Consistit in <i>conatu</i> quodam <i>infinito</i> , seu <i>vi primitivè impressa</i> secundum Bernoullium, | 409 |
| — — Secus autem secundum Leibnizium, | 415 |
| — — Bernoullii responsio, | 419 |
| — — In <i>activitatibus</i> , seu <i>Entelechiis</i> secundum Leibnizium, | 415 |
| — — Bernoullii difficultates, | 418. 427. 432 |
| — — Leibnizii responsiones, | 423. 429. 440 |
| Plura vide in <i>Entelechia</i> , | |

- EUCLIDES, ejus *Axiomata* demonstrata a PROCLUS & APOLLONIO, I 196
 Evoluta *Cycloidis* est *Cyclois*, 179
 Evolutæ & Causiticæ *Curvarum* algebraicarum in se redeuntium in se redeunt & sunt *rectificabiles*, 201. 206
 — Difficultas quædam a BERNOULLIO proposita, 76
 — — A LEIBNITIO soluta, 83
 Evolutiones *Classium*: de his librum scribit P. HOSTIUS, II 3
 — De eo LEIBNITII judicium, 4 6
 — Quomodo hoc argumentum tractandum putet, 6
 Extensio & impenetrabilitas solæ non constituunt *naturam materie* in *Mundi Systema* redactæ, I 379. 381. 382
 — Neque sufficiunt ad determinandas *Leges motus*, 398
 — Non est quiddam *primitivum*, sed *diffusio* quædam *alicujus communis nature* per plura coexistentia, II, 65. 69. 119
 Plura vide in *Essentia*,

F

- FABRIUS (*Honoratus*) oppugnat KEPLERI & CARTESII modum demonstrandi æqualitatem *incidentiæ & reflexionis*, II 99
 — Impugnat principium *motus varie compositi idem efficiens*, 99
 — *Physicam more Mathematico* conscribere moliens laudatus, 234
 FARDELLA de HERMANNO præclarum testimonium largiens, 180
 — relicta sua Cathedra in *Catalauniam* se confert, 223
 — in aula *Barcinonensi* stationem habet, 229
 — *Hispaniæ* Reginam, a qua benevole excipitur, adit, 235
 — Ejus valetudo. Desideratur, & qua occasione, 280
 — *Italianam* reversus operam suam BERNOULLIIS pro Cathedra *Patavina* promittit, 319
 — iterum rogatur ut huc suam operam dirigere velit, 322
 — sedulam navat operam BERNOULLIIS pro Cathedra *Patavina*, 332
 FATIUS DUILLERIUS (*Johannes Christophorus*) problema proponit de invenienda *Curva*, quæ singulas *Parabolas* a Globis ex singulis *Mortarii* elevationibus descriptas tangit, I. 17
 — Quod solvit BERNOULLIUS, 17
 — Ejus elogium, 23. 30
 FATIUS DUILLERIUS (*Nicolaus*) ejus statio in *Anglia*, 23
 — Emen-

- Emendat lapsum quendam T S C H I R N H A U S I I de *tangentibus* du-
cendis ex datis *Focis*, I. 212
- Investigat lineam *brevissimi descensus & solidum minima resistentia*,
456. 460
- — Qua occasione quædam profert in L E I B N I T I U M , 456
- — — utrum hoc *Regia Societati* probatum, 481. 483
- — — L E I B N I T I U S ei respondet, 457. 460
- — — De hac responsione B E R N O U L L I I judicium, 464
- — — Quod edit L E I B N I T I U S sine sua responsione, II 9
- — — Cur, II. 13
- — — L E I B N I T I I responsioni quædam reponit, 28
- — — secunda L E I B N I T I I responsio, 30
- — — Et de B E R N O U L L I O queritur, I. 464
- — — Hujus responsio, 464. II. 2
- — — In eam L E I B N I T I I notæ, I. 472
- — — Cui F A T I U S respondet, II. 25
- — — Quid ejus responsio contineat, 28
- De investigatione ipsa B E R N O U L L I I sententia, I. 465. 467. 469.
II. 2
- utrum proprio Marte *Calculus differentialem* detexerit, I. 457
- Dicitur litem habuisse cum N E W T O N O , 475. 483
- — Qua de causa secundum L E I B N I T I I conjecturas, 480
- De *Rei hortensis* melioratione Librum scribit, II. 50. 55
- Quædam ei opponit L E I B N I T I U S , 112
- modum *Tangentium* ducendarum ex *Focis* generalem publicat, 117
- Problematibus vexari non vult, 130
- F E R G U S O N I U S *Belga* ex *Scotis* oriundus Algebraicum librum edit,
219
- Affirmat W I T T I U M & H U D D E N I U M multa de *Reditibus ad vi-*
tam meditados esse, 220
- F E R M A T I U S , quid ei acciderit contra C A R T E S I U M disputanti,
I. 161
- Ejus Problema quoddam, 188
- Ad C A R T E S I U M scribit de *Curvis* per *plurium punctorum mutuam*
relationem determinandis, 207
- — Locus hic ut sibi indicetur petit B E R N O U L L I U S , 209
- Ejus verba circa *Curvarum* determinationem ex punctorum rela-
tione, 212
- — Latiori sensu intelligi possunt, 224. 263
- Quid circa ejus verba notaverit L E I B N I T I U S ; unde adjuvatur ad
solvendum Problema de *Curvæ Segmentorum*, 257
- — Hoc quomodo intelligat B E R N O U L L I U S , I. 111 261
Quomodo

- — Quomodo fit intelligendum, I. 269
- Quæstio ab eo proposita, quomodo a WALLISIO soluta, 263
- Quæ loca Veterum Mathematicorum explicuerit, II. 151
- Quem demonstrandi morem servaverit, 309
- Figuræ contentæ duabus *rectis* & *Curva* ordinaria, pars imperata per ordinariam *Curvam* abscissa, I. 229
- *Fornicibus* aptissimæ, Vide infra *Fornicis*,
- FLAMSTEDIUS triginta annorum observationes *Astronomicas* publici juris facit, II. 124
- Quid NEWTONO negavisse dicitur, 153
- Ejus observationum primus Tomus sub prælo est, 180
- Quid ad LEIBNITIMUM mandaverit circa *Newtonianam* Lunæ Theoriam, 360
- Flexus contrarius Curvarum: in eo Radius *Osculi* non semper est infinitus sed aliquando nullus, I. 59
- Eo carent *Curva multigibba* BERNOULLII, II. 186
- Fluxionum methodus coincidit cum *Calculo infinitesimali*, I. 190
- Ad ejus inventionis historiam pertinentia, II. 151. 154. 155. 161. 283. 286. 291. 299. 300. 302. 308. 313. 315. 320. 323. 325. 327. 330. 334. 337. 340. 343. 351. 358. 361. 364. 367. 375. 377. 378
- — Methodus inversa CHEYNÆI, Vide CHEYNÆUS,
- Foci datarum *Curvarum* quomodo possint inveniri, I. 84
- Dati non præbent *Curvarum* descriptionem secundum BERNOULLIUM, 81
- Quomodo eam præbere possent secundum LEIBNITIMUM, & quid ab eo de hac re desideraretur, 84
- Follis ex materia durabili quibus rebus utilis, 368. 385
- ex qua re confici possit, II. 71. 78
- FONTENELLIUS, *Regiæ Scientiarum Academia* Secretarius, I. 405
- LEIBNITIO mittit Diploma suæ in *Academiam* receptionis, II. 16
- Quid coram eo testatus sit ROLLIUS Calculi differentialis adversarius, 170
- Quæ circa Calculi *Leibnitiani* historiam dixerit, LEIBNITIO significat, 179
- Quid scribere parat, 339
- Formæ aut animæ, quæ spiritus non sunt, existunt secundum LEIBNITIMUM, I. 382
- Substantiales, an, & quo sensu, jure explosæ, 382
- — Si statuatur corporibus peculiare, difficultas BERNOULLII inde nata, 389
- Alia

| | |
|---|--------------------|
| — — Alia difficultas exurgens si corpus dicatur ex infinitis <i>Formis</i> constare, | I. 390 |
| — — In finitæ existunt in quavis materiæ particula, | 399 |
| — — BERNOULLII difficultates, | 402. 407 |
| — — LEIBNITII responsiones, | 404. 413 |
| — consistunt in <i>conatu</i> quodam <i>insito</i> , seu <i>vi primitus</i> impressa secundum BERNOULLIUM, | 409 |
| — — De hoc LEIBNITII sententia, | 415 |
| — — BERNOULLII responsio, | 419 |
| Formæ sunt <i>activitates</i> , seu <i>Entelechia</i> , secundum LEIBNITIUM, | 413 |
| — Substantiales sunt Entelechiæ primitivæ, | 413 |
| — — Habent <i>perceptionem</i> & <i>appetitionem</i> quandam, | 415 |
| — — Quod sibi demonstrari petit BERNOULLIUS, | 418 |
| — — Ejus difficultas, | 420 |
| — — LEIBNITII explicatio, | 423. 424 |
| Plura vide in <i>Entelechia</i> , | |
| Fornicis semet sustinentis Curvatura, | 401. 403 |
| — Quomodo id probetur, | 411 |
| — Quomodo fieri possit ut sit quævis alia figura, | 412 |
| — LEIBNITII difficultas, | 416 |
| — — a BERNOULLIO soluta, | 420 |
| Fractio cujus <i>Denominator</i> & <i>Numerator</i> simul certo casu evanescent, | II. 127 |
| <i>Francofurtum</i> ad <i>Oderam</i> invitatur HERMANNUS, | 250. 257. 258. |
| | 261. 263. 265 |
| — Quo vocatur, | 268. 270. 272. 275 |
| FRENICLIUS quid de <i>Combinationibus</i> scripserit, | I. 244 |
| — Ejus judicium de <i>Wallisiana</i> cujusdam <i>Problematis</i> solutione, | 263 |
| FULLENIUS Matheseos Professor <i>Francoqueranus</i> Curator ab HUGENIO constituitur una cum VOLDERO, Manuscriptorum suorum, | 180 |
| — An aliquid de illo viderit LEIBNITIUS, | 185 |
| — In quo versatus, | 191 |
| — Epistolicum commercium cum Jacobo BERNOULLIO habuit, | 191 |
| — Quid de illo LEIBNITIUS, | 195 |
| — Supremum diem obit, | II. 220 |
| Funicularia, vel Catenaria, ope <i>Curvæ Parabolica</i> constructa, | L 9 |
| — determinata per <i>Tangentium</i> proprietatem, | 47 |
| — ejus determinatio directa & sine <i>Tangentium</i> consideratione tentata per Seriem a LEIBNITIO, | 47. 250 |
| — — in hoc tentamen BERNOULLII animadversiones, | 56 |
| <i>Commerc. Epist.</i> Tom. II. | L 11 |
| | perfecta |

| | |
|---|-----------------|
| — perfecta a BERNOULLIO, | I. 55 |
| — — per radium <i>Circuli osculatoris</i> , | 254 |
| — — — in solutionem hanc suam BERNOULLII difficultas, | 254 265 |
| — — — de hac solutione iudicium LEIBNITII, | 259. 270 |
| — — — ejus <i>Curva</i> proprietates quædam, | 56 |
| — — — alia, | 250 |
| — — — de ea consideratio quædam BERNOULLII, | 296 |
| — — — & LEIBNITII, | 305 |
| — — — de ea agit <i>David GREGORIUS</i> , | 387. 393 |
| — — — de hujus Dissertatione iudicium BERNOULLII, | 400 |
| — — — & LEIBNITII, | 403. 405. 411 |
| — — — Responsio GREGORII, | II. 29. 31. 106 |
| — — — est vera <i>Fornicis</i> curvatura, | I. 412 |
| — — — de ea re difficultas LEIBNITII, | 416 |
| — — — Responsio BERNOULLII, | 420 |
| — — — utrum sola, | 412 |
| — — — Functio; hoc nomine utitur LEIBNITIUS, | 386 |
| — — — & BERNOULLIUS, | 386. 392 |
| — — — Quomodo eas denotet BERNOULLIUS, | 392 |
| — — — & LEIBNITIUS, | 399 |

G

| | |
|---|---------|
| G AFFARELLUS, ejusque de <i>Calo</i> sententia, | I. 449 |
| G GALLOSIUS, (<i>Abbas</i>) utrum sit <i>Historiæ Scientiarum Academiæ Regiæ</i> Auctor, | 405 |
| — — — Stat pro ROLLIO contra <i>calculum infinitesimalens</i> disputante, | II. 150 |
| — — — Inter eum & SAURINUM Judex sedet, | 150 |
| — — — Cur in ejus & LAHIRII arbitrium consenserit SAURINUS, | 153 |
| — — — Qui ROLLIO suasisse creditur, | 177 |
| — — — Obiit, | 178 |
| — — — Ejus elogium, | 178 |
| G GALILEUS, unde <i>gravium descendensium</i> accelerationes deduxerit, | I. 93 |
| — — — Idem ex hypothesi <i>Galilæanæ</i> contraria conficit BERNOULLIUS, | 161 |
| — — — Quid crediderit circa actionem <i>materiæ gravificæ</i> in corpora gravia, | 161 |
| | Trabium |

RERUM NOTABILIORUM. 447

| | |
|---|-------------|
| — Trabium resistentia ab eo considerata , | 416 |
| — Quanti ab <i>Italis</i> fiat , | II. 389 |
| — Et merito , iudice LEIBNITIO , | 391 |
| — Ejus opuscula quædam inedita , | 96 |
| GAROUSTIUS, Machinista <i>Gallus</i> , | I. 405. 406 |
| GASSENDUS, in ejus & CARTESII <i>Philosophiam</i> dubia , | 431. |
| | 455 |
| — Ejus <i>Philosophiæ</i> compendium , | 455 |
| Genera Atomorum , quot sint , | 316. 329 |
| Geographia nova impugnata a VOSSIO, VALLEMONTIO & SAM-
SONIO , | 369 |
| — Correcta a <i>Regia Scientiarum Academia</i> , | 369 |
| — De ea re LEIBNITII iudicium , | 369. 380 |
| — Cur eam VALLEMONTIUS impugnaverit, & hujus argumen-
ta , | 374 |
| — Tabulas condit FERREUS (<i>De Fer</i>) , | 374 |
| Geometria vulgaris quantitates duntaxat finitas considerat , | 4 |
| — <i>indivisibilem</i> a quo inventa , | 391 |
| GERIKIUS, quid circa <i>Barometra</i> invenerit , | II. 65. 67 |
| — Anthlæ <i>Pneumaticæ</i> inventor , | 314 |
| GOUYE (<i>Jesuita</i>) quid cum ROLLIO egerit , | 211 |
| GRANDUS (<i>Guido</i>) ad LEIBNITIUM de <i>Calculo infinitesimali</i> scri-
bit , | 154 |
| — Laudatus , | 159 |
| — an bene Problema de Curvarum transformatione solverit , | 265 |
| — De illius Libro De <i>Infinitis Infinitorum</i> , | 267 |
| — In illius Librum objectiones aliquot in <i>Actis Erud.</i> inferendæ , | 267. |
| | 269 |
| Grave descendens per hypotenusam Trianguli rectanguli , quando eam
peragret citius quam per latera descendens , quando tardius , &
quando eodem tempore , | I. 173. 179 |
| Gravia cadentia quam retardentur ab aëre , | II 266 |
| — Eorum vires sunt in ratione composita <i>corporum & altitudinum</i> , I. | 123 |
| — Eorum ascensus Quadratis <i>Celeritatum</i> sunt proportionales, & cur , | 63 |
| — Descendentium accelerationes unde deduci possint , | 93. 161 |
| Gravifica materia quædam est <i>Gravitatis</i> causa , secundum BERNOUL-
LIUM , | 63 |
| — Consentiente LEIBNITIO , | 68 |
| — — Qui eam & ejus vertices negari non posse putat , | II. 124 |

| | |
|---|-----------------|
| — perfecta a BERNOULLIO, | I. 55 |
| — — per radium <i>Circuli osculatoris</i> , | 254 |
| — — — in solutionem hanc suam BERNOULLII difficultas, | 254 265 |
| — — — de hac solutione iudicium LEIBNITII, | 259. 270 |
| — — — ejus <i>Curva</i> proprietates quædam, | 56 |
| — — — alia, | 250 |
| — — — de ea consideratio quædam BERNOULLII, | 296 |
| — — — & LEIBNITII, | 305 |
| — — — de ea agit <i>David</i> GREGORIUS, | 387. 393 |
| — — — de hujus Dissertatione iudicium BERNOULLII, | 400 |
| — — — & LEIBNITII, | 403. 405. 411 |
| — — — Responso GREGORII, | II. 29. 31. 106 |
| — — — est vera <i>Fornicis</i> curvatura, | I. 412 |
| — — — de ea re difficultas LEIBNITII, | 416 |
| — — — — Responso BERNOULLII, | 420 |
| — — — — utrum sola, | 412 |
| — — — Functio; hoc nomine utitur LEIBNITIUS, | 386 |
| — — — & BERNOULLIUS, | 386. 392 |
| — — — Quomodo eas denotet BERNOULLIUS, | 392 |
| — — — & LEIBNITIUS, | 399 |

G

| | |
|---|---------|
| G AFFARELLUS, ejusque de <i>Cælo</i> sententia, | I. 449 |
| G GALLOSIUS, (<i>Abbas</i>) utrum sit <i>Historiæ Scientiarum Academiæ Regiæ</i> Auctor, | 405 |
| — — — Stat pro ROLLIO contra <i>calculus infinitesimalis</i> disputante, | II. 150 |
| — — — Inter eum & SAURINUM Judex sedet, | 150 |
| — — — Cur in ejus & LAHIRII arbitrium consenserit SAURINUS, | 153 |
| — — — Qui ROLLIO fuisset creditur, | 177 |
| — — — Obiit, | 178 |
| — — — Ejus elogium, | 178 |
| G GALILEUS, unde <i>gravium descendensium</i> accelerationes deduxerit, | I. 93 |
| — — — Idem ex hypothesi <i>Galilææ</i> contraria conficit BERNOULLIUS, | 161 |
| — — — Quid crediderit circa actionem <i>materia gravifica</i> in corpora gravia, | 161 |
| | Trabium |

RERUM NOTABILIORUM. 447

| | |
|---|-------------|
| — Trabium resistentia ab eo considerata , | 416 |
| — Quanti ab <i>Italis</i> fiat , | II. 389 |
| — Et merito , judice LEIBNITIO , | 391 |
| — Ejus opuscula quædam inedita , | 96 |
| GAROUSTIUS, Machinista <i>Gallus</i> , | I. 405. 406 |
| GASSENDUS, in ejus & CARTESII <i>Philosophiam</i> dubia , | 431. |
| | 455 |
| — Ejus <i>Philosophiæ</i> compendium , | 455 |
| Genera Atomorum , quot sint , | 316. 329 |
| Geographia nova impugnata a VOSSIO, VALLEMONTIO & SAM-
SONIO , | 369 |
| — Correcta a <i>Regiæ Scientiarum Academia</i> , | 369 |
| — De ea re LEIBNITII judicium , | 369. 380 |
| — Cur eam VALLEMONTIUS impugnaverit, & hujus argumen-
ta , | 374 |
| — Tabulas condit FERREUS (<i>De Fer</i>) , | 374 |
| Geometria vulgaris quantitates duntaxat finitas considerat , | 4 |
| — <i>indivisibilibium</i> a quo inventa , | 391 |
| GERIKIUS, quid circa <i>Barometra</i> invenerit , | II. 65. 67 |
| — Anthiæ <i>Pneumaticæ</i> inventor , | 314 |
| GOUYE (<i>Jesuita</i>) quid cum ROLLIO egerit , | 211 |
| GRANDUS (<i>Guido</i>) ad LEIBNITIUM de <i>Calculo infinitesimali</i> scri-
bit , | 154 |
| — Laudatus , | 159 |
| — an bene Problema de Curvarum transformatione solverit , | 265 |
| — De illius Libro De <i>Infinitis Infinitorum</i> , | 267 |
| — In illius Librum objectiones aliquot in <i>Actis Erud.</i> inferendæ , | 267. |
| | 269 |
| Grave descendens per hypotenusam Trianguli rectanguli , quando eam
peragret citius quam per latera descendens , quando tardius , &
quando eodem tempore , | I. 173. 179 |
| Gravia cadentia quam retardentur ab aëre , | II 266 |
| — Eorum vires sunt in ratione composita <i>corporum & altitudinum</i> , I. | 123 |
| — Eorum ascensus Quadratis <i>Celeritatum</i> sunt proportionales, & cur , | 63 |
| — Descendentium accelerationes unde deduci possint , | 93. 161 |
| Gravifica materia quædam est <i>Gravitatis</i> causa , secundum BERNOUL-
LIUM , | 63 |
| — Consentiente LEIBNITIO , | 68 |
| — — Qui eam & ejus vertices negari non posse putat , | II. 124 |

- Eius *impulsiones* æquales sunt, & æquales æqualibus temporibus produ-
ducunt *celeritates*, I. 93
- — Non autem *vires*, secundum LEIBNITIUM, 97
- — Secus autem ex BERNOULLII sententia, 102
- — Hujus argumenta, 102. 128
- — LEIBNITII responsiones, 105. 120. 127
- — Objectioni suæ instat BERNOULLIUS, 110
- — — Et sibi respondet, 111
- Earum numerus est non *tempusculis*, sed *gravis velocitatibus* pro-
portionalis secundum BERNOULLIUM, III. 161. 163. 175.
189
- — A qua sententia non abhorret LEIBNITIUS, qui tamen hoc
demonstrandum putat, 120. 168
- — Pro ea BERNOULLII argumentum, 129
- — In illud LEIBNITII objectio, 138
- — BERNOULLII responsio, 148
- — contraria sententia est obnoxia incongruitatibus, 164. 169
- Illius particula quævis totam suam vim in corpora transfert secun-
dum BERNOULLIUM, 148. 160. 175. 189
- — Secus autem secundum LEIBNITIUM, 156. 169. 185
- In modum, quo LEIBNITIUS explicat actionem *materie gravi-*
sica difficultas, 202
- Modum suum id explicandi VOLDERO communicat BERNOUL-
LIUS, 426. 429. 432
- Potius agit per *pressionem* continuam quam per repetitas impulsiones
secundum BERNOULLIUM, 129. 162
- — Secus autem secundum LEIBNITIUM, 139
- — BERNOULLII responsio, 149
- Gravitas : ejus causa est in *ambiente* secundum BERNOULLIUM, 63
- — LEIBNITIO consentiente, 64
- — Æqualibus tempusculis æqualiter impellit gravia, 93
- — Et producit *celeritates* æquales, *vires* autem inæquales, 97
- Plura vide supra in *Gravifica materia*.
- Centrum corporum motu a *Gravitate* accepto, sursum versus refe-
xorum ubi finito ascensu reperiatur, 112
- *Liquorum* quomodo ita possit extolli, ut habeatur *motus perpetuus*,
115. 124
- *Corporum* quocunque in *motu constitutorum* post illorum mutuam ac-
tionem servat eandem directionem atque celeritatem quam habebat
ante actionem, 134. 143. 152. 158
- totius *Universi* utrum progrediatur, 134

- *Penduli compositi* utrum ad eandem altitudinem ascendat, sive *Gravia Pendulum constituentia* se junctim moveantur sive simul, I. 136
- de *Centro Gravitatis* Theorema propositum a LEIBNITIO, 144
- — ab HUGENIO laudatum, 144
- — a BERNOULLIO demonstratum, 152
- Corpus positum in *Centro Gravitatis Trianguli* vel *Pyramidis triangularis*, quo casu quieturum, 153
- *Lex Newtoniana* utrum demonstrata secundum LEIBNITIUM, II. 364
- — Est aut miraculosa, aut absurda, 382
- — Ejus *Lex* a NEWTONO constituta naturæ & continuitatis legi repugnat, judice BERNOULLIO, I. 411
- — Secus autem secundum LEIBNITIUM, 415
- — Explicata & demonstrata, 415
- — In hanc explicationem difficultas a BERNOULLIO proposita, 420
- — De ea re ultimum LEIBNITII judicium, 424
- *Solaris* sine motu materię *circumsolaris* intelligi nequit secundum LEIBNITIUM, II. 124
- *Specifica liquorum* per *Pendulum* explorata, 266
- GREGORIUS (*Jacobus*) utrum prior invenerit *arithmetican Circuli Quadraturam*, 309. 313. 317. 320. 337
- — Eam LEIBNITIO asserit GREGORII *Fratris Filium*, 338
- — Illam GREGORIO non negat LEIBNITIUS ipse, 341
- GREGORIUS (*David*) scribit *Catoptrica* & *Dioptrica* elementa, ubi *Sectionibus Conicis Circulos* osculantes substituit, I. 185. 196. II. 105. 137
- — Hoc faciendum antea monuerat LEIBNITIUS, I. 185. 196. 204. II. 105. 137
- — Agit de *Catenaria*, L. 387. 393. 400
- — BERNOULLII judicium, 400
- — Et LEIBNITII, 403. II. 150
- — — Qui in hanc *Dissertationem* animadversiones scribit, I. 403. 406
- — — Has probat BERNOULLIUS, & ut *Actis Eruditorum* inferantur Auctor est, 406
- — — Putat solam *Catenariam* vulgarem esse *Fornicibus* aptam, & alia de *Fornicibus*, 412
- — — Ejus responsio ad LEIBNITII animadversiones, & de ea BERNOULLII judicium, II. 29
- — — De ea LEIBNITII sententia, 31. 106

- Editioni parat sua *Astronomia Physica & Geometria Elementa*, II. 51.
86
- — Edita, 86
- — De illis LEIBNITII judicium, 137
- De eo & ejus libris judicium LEIBNITII, 105. 137
- Oppugnat ea, quæ pro *Vorticibus* attulerat LEIBNITIUS, 124
- Quandam proprietatem tribuit Ellipsis *Cassianis*, quam erroneam agnoscit, 137
- Scribit *Exercitationem De Dimensione Figurarum*, 320
- — Ubi *arithmetican* *Circuli Quadraturam* LEIBNITIO tribuit, 320. 338
- GRILLETUS *machinam* quandam *arithmetican* conficit, I. 289
- GRONINGIUS habet quoddam HUGENII *manuscriptum*, 208
- — Quod sibi promissum expetit BERNOULLIUS, 232. 241.
245
- — Ejusdem de eo *manuscripto* sententia, II. 328
- Ejus elogium, I. 224
- Parat *Cycloidis* historiam, 224. 228. 232. 241
- — Pro ea conscribenda LEIBNITII consilia, 228. 443
- Molitur novam operis *Newtoniani* editionem, 241. 245
- Edit mathematica quædam schediasmata, 443
- — De illis LEIBNITII judicium, 449
- Scribit *Bibliothecam universalem*, II. 61
- — Cui inferit historiam *Cycloidis*, 61
- — — De qua BERNOULLII judicium, 61
- — Cujus partem alteram scribere cogitat, 61
- — Et ad cujus calcem edit *manuscriptum Hugonianum*, 328
- De sua *Cycloidis* historia & *Bibliotheca universali* LEIBNITII sententia, 65
- Aggreditur novas quasdam recensiones litterarias, 77
- GUILLELMINUS (*Dominicus*) HERMANNO *Cathedram Patavinam* postulanti favet, 150
- Eligitur *Archiater Magni Ducis Etrurie*, 223
- Moritur, 229
- Rei *aquaria* peritus, 273
- — De qua scribit, 342
- — — Et quidem duos libros, de quibus LEIBNITII judicium, 346
- — De ea re cum PAPINO disputat, 346. 349
- GULDINUS: ejus regulam ampliat LEIBNITIUS, I. 144
- — Quæ legitur in PAPPI *Collectionibus Mathematicis*, II. 138

H

- H**ALLEIUS laudatus laudat NEWTONI *Theoriam Lunæ*, II. 106
 — Edit librum APOLLONII de *Sectione rationis & Conica*,
 154. 159. 290
- Parat editionem MENELEI, 290
- HAMELIUS, historia *Academie Scientiarum Parisinae* ab eo scripta, I.
 427
- ejus historię excerptum ad LEIBNITIUM pertinens, 437
- ipsius munus atque obitus, II. 160
- Harmonia præstabilita, seu animæ & Corporis commercium, Vide *Ani-
 ma*,
- HARTSOEKERUS quid sentiat de *atomis* perfecte duris & de materia
 perfecte *fluida*, I. 279. 316. 326
- objectiones in ejus conjecturas, ipsiusque responsa, II. 236. 246
- Quædam ad eum pertinentia, 247. 250. 257. 265. 283
- Illius conjecturæ *Physica*, 354. 357
- De ipsius *dilucidationibus* judicium, 357
- Helvetia* totius Mappa *Geographica*, 228
- HERMANNUS LEIBNITIUM defendit adversus NIEUWENTIUM,
 30. 34. 45
- Laudatus, 139. 163. 170. 173. 177. 180. 222
- Commendatus *Ultrajectinus*, *Venetis*, *Lugdunensibus*, *Francofurtanis*,
 107. 144. 148. 150. 188. 223. 258. 261. 263
- Ejus *Mathematica* quædam, 117. 153. 159. 385. 388
- Ipsius inventa circa Stationes *Planetarum* in *Berolinensibus Miscellaneis* edere parat LEIBNITIUS, eumque in *Regiam Societatem* introducere,
 179. 182
- *Phoronomiam* molitur, ubi more *Veterum* omnia demonstrat, & cur,
 245. 256. 300. 360
- Ad *Francofurtanam* Professionem vocatus, 227. 268. 270. 272.
 275
- BERNOULLII apologiam suscipit, 248
- De ejus *Phoronomia* LEIBNITII & BERNOULLII judicia, 360.
 361. 365. 369
- HERR (Burchardus) *Sau-Gallensis* Monasterii Bibliothecarius, I. 44. 46.
 52. 65
- HEURÆTII inventum cuiam tribuendum ceaseat HUGENIUS,
 II. 314
- HIP-

- HIPPOCRATIS Lunulæ, hujusque partium quadratura, I. 203. 206.
209
- HIRIUS aggreditur Problema *celerrimi descensus*, 287. 289
- Quædam ad eum pertinentia, 342. 343. 345. 346. 348. 352. 355.
358. 412. II. 172. 177. 178. 213. 216. 257
- Judex confedit litis ROLLIIUM inter & SAURINUM motæ,
150. 153
- Quomodo *Tabulas Astronomicas* construat, 153. I. 368
- Ejus elogium, 352. 358
- Edit specimen pro determinanda *Curvatura Radii* per medium continue difforme transeuntis, II. 148. 150. 153. 159
- Quid de illo dixerit LEIBNITIUS circa dentium *Epicycloidalium* inventionem, 172. 177. 178
- Adfuit MARIOTTI observationibus, cum hic *Colorum* mutationes exploravit, 213. 216
- Historia *Cycloidis*. Vide, *Cyclois* & GRONINGIUS.
- *Parisiæ Scientiarum Academia*, a quo conscripta, I. 405. 437
- Physico - Medica, II. 64
- Calculi infinitefimalis. Vide, *Calculus infinitefimalis*.
- Histoire des Ouvrages des Savans*, I. 271. 272. 287
- HOFMANNUS clarissimus *Halensis* Medicus quid in Physico - Medica *Historia*, jussu Principis conscripta, confulerit, II. 64
- HOLLANDERUS, ejus *Amalthæum Astronomicum*, I. 186
- Laudatus, 207. II. 181
- Tradit Regulam pro determinanda *Eclipticæ* obliquitate, I. 191. 197.
204. 207
- HOMBERGIUS *Parisiæ Scientiarum Academia* Membrum Phosphorum mercurialem BERNOULLII imitari conatur, II. 26. 170
- HOOCKIUS quid circa *Barometrorum* Constructionem invenerit, 65.
67
- Quid in Doctrina de *Planetarum motu* se præstitisse contenderit, 331
- Horologium *lucidum*, ejus Constructio a BERNOULLIO indicata, 27
- *oscillatorium*, 370. 371. 374
- *turbinatorium*, 366. 370
- — A quo confectum, 382
- — in quo differat ab *oscillatorio* HUGENII, 370. 371. 374
- Hortorum melioratio: de ea scribit FATIUS, 50. 55
- HOSPITALIUS *Marchio*, quædam quæ inter eum & BERNOULLIUM gesta sunt, I. 5. 9. 10. 12. 58. 61. 77. 81. 82. 83. 90. 93.
104

RERUM NOTABILIORUM 453

- I. 104. 177. 180. 192. 197. 205. 232. 233. 236. 240. 242. 244. 287.
 II. 127
- HOSPITALIUS Problemata quædam solvit, I. 28. 44. 249. 253. 254.
 260. 334. 338
- Quædam ad eum pertinentia, 39. 42. 236. 246. 313. 353. II. 14.
 15. 16. 23. 25. 29. 48. 237
- BERNOULLIO procurare conatur Professionem quandam Mathe-
 maticam in *Batavia* vacantem, I. 45
- Ejus generalis *Cycloidum* Quadratura, 102
- Edit librum suum de *Principiis Calculi Differentialis*, aut *Analyfim*
infinitè parvorum, 180. 207. 211. 224. 265. 350. II. 143. 317
- Laudatus, I. 247. 249. II. 117
- Moritur, 114
- Relinquit Opus *Conicum*, 124. 151. 180. 304
- Ejus Uxor Mathesim docta, I. 330
- HOSTIUS (*P. Jesuita*) scribit de re navali, II. 3. 6. 17
- HOTTINGERUS laudatus, III
- Scribit in *Hypothesim* COPERNICI, 249. 251
- HUDDENIUS laudatus, I. 186. 247
- Quædam ad ejus Regulam de *Maximis & Minimis* spectantia, II. 41.
 46. 50
- Cui moriens Schedas suas *mathematicas* relinquat, 120
- Scribit de *reditibus ad vitam*, 219
- HUETIUS, I. 336
- HUGENIUS laudatus, 12
- Quædam ad eum pertinentia, 9. 10. 12. 17. 44. 69. 99. 100. 104.
 144. 152. 166. 171. 247. 268. 279. 358. 438. 440. II. 61. 110. 172.
 178. 212. 297. 309. 313. 314
- Moritur, 69. 81. 88. 93
- Quibus schedas suas *mathematicas* committat, 93. 98. 104. 180
- Ejus *mathematica* quædam, I. 136. 146. 152. 153. 158. 171. 170.
 228. 244. II. 93. 96. 98. 110. 128. 138. 172. 335. 370. 374
- Ejus manuscripta quædam, I. 155. 159. 166. 171. 177. 184. 203.
 208. 211. 241. 378. 380. II. 326. 328
- Illius *Cosmotheoros*, I. 313. 378. 380. II. 249
- *Barometrium* novum excogitat, 60. 65
- *Physica* quædam, 93. 94. 96. 98. 128. 335
- Hydracontisteria Batava*, 65. 68
- Hydraulica*, 341. 346. 348. 352
- HYPERBOLA *Spiralis*, 230
- cujuscunque gradus transmutatæ in alias *Cævas* æquales & diversi
 generis, I. 367
- Commerc. Epist. Tom. II* M m m *Hyper.*

- Hyperbole & Ellipseos* rectificatio ad earundem *quadraturas* reduci nequit, 15
 — Est *Diastastica*, 316
 — Ejus *quadratura* utilis ad comparandos Arcus *Parabola*, 166. 203. 352. 355. 357. 359. 362
 — Ad ejus & *Circuli* quadraturam quæ *Curva* revocari possunt, 1423
 — Omnes ejusdem *Axis transversi* a qua *Curva* secantur ad rectos Angulos, II. 367. 371. 373. 376. 380
 — Omnes ejusdem *Verticè & Axis transversi* sed *Parametrorum* variabilium a qua *Curva* secantur ad rectos Angulos, 368

I

- I** *Dere* confusæ, L. 442. 451
 — distinctæ, 442
Impenetrabilitas. Vide, *Essentia*, *Extensio* &c.
 — non derivatur ab *extensione*, II. 279
Impetus, sive motio; ejus quantitas, L. 62
 Plura vide in *Dynamica*, *Phoronomica*, &c.
Impulsio utrum semper vim æqualem producat in impulso, 97. 102. 105. 110. 120. 130. 139
Incessus, seu motus *linea* super *lineam*, II. 146
Incidentie & reflexionis æqualitas an bene demonstrata a *CARTESIO* & *KEPLERO*, 99
Incrementa velocitatum per *interpositionem corporum*, 98
 — spatiorum proportionalia decrementis virium in mediis resistitibus, L. 131
Indeterminatarum separatio, 7
Indivisibilium Geometria a quo inventa, 391
Infinita, magnitudine & parvitate; de ea re controversia inter *LEIBNITIVM.* & *BERNOULLIVM*, 370. 375. 384. 390. 397. 402. 404. 407. 410. 413. 415. 417. 420. 423. 427. 431. 437. 444
 — eorum ordines, 375. 380
 — difficultas de his ordinibus, 382
Instituta *Academie Scientiarum Parisiensis*, 446. 454
Institutio Collegii ad *artificia* describenda, a quo suscepta, 362
Integralia quædam, 20. 26. 27. 35. 40. 46. 52. 61. 65. 71. 75. 188. 197. 198. 216. 221. 223. 226. 231. 285. 291. 297. 337
 — reciproca differentiis, 36
 — comparata cum *radicibus*, 66
 — series iis utilis, 98
 Plura

Plura vide in *Quadratura*.

| | |
|---|--------------------|
| Integralis Calculus quomodo dictus a LEIBNITIO, | II. 161 |
| Integrandi quantitates <i>differentiales</i> cujusque gradus methodus generalis, | I. 53 |
| Integrationes an quid contineant respondens <i>radicibus</i> affectis aut irrationabilibus, | 47 |
| Inventio Anthlæ <i>Pneumatica</i> , cui debetur, | II. 314 |
| Ipecacuanha, | I. 127. 146 |
| Irrationalitas eadem esse debet in Termino <i>sanatore</i> & <i>sanando</i> , | 50. 61 |
| Isocrona a LEIBNITIO determinata, | 206 |
| — Paracentrica a LEIBNITIO constructa, | 23. 34 |
| — — Simplicius a BERNOULLIO, | 34 |
| — Infinitæ per quodvis punctum duci possunt, | 44 |
| — Curva est <i>Cyclois</i> , | 190 |
| — Hujus proprietatis Demonstratio PARDIESII, | 366. 369 |
| — BERNOULLII, | 366. 369. 374. 387 |
| — BROUNKERI, | 369 |
| Isodynamæ figuræ, quæ, | 386. 392 |
| Isoperimetrorum Problema, 280. 284. 295. 305. 310. 315. 328. 386. | 391. 397 |
| — Analysis <i>Jacobi</i> BERNOULLII edita, | II. 46. 49 |
| — — De ea Judicium LEIBNITII & HOSPITALII, | 48 |

J

| | |
|--|-------------------------|
| JABLONSKIUS Secretarius Regis & <i>Regiæ Societatis Berolinensis</i> , | II. 58. 59. 89. 90. 238 |
| JENICKIUS laudatus, | 140 |
| JULIUS CÆSAR, ejus pertinax litterarum studium, | I. 201 |
| Jus, in eo usus <i>Artis coniectandi</i> , | II. 225 |
| — De ea re Dissertatio <i>Nicolai</i> BERNOULLII, | 217. 219. 222 |

K

| | |
|---|---------|
| KEILIIUS dicitur <i>Lugdunen</i> vocandus, | II. 223 |
| — Demonstrat <i>Cycloidis isochronismum</i> , | 283 |
| — Quibus per motus NEWTONO <i>Methodum Fluxionum</i> asserit, | 308 |
| — Dissertationem manuscriptam LEIBNITIO mittit, & hujus respon- | 313 |
| sio, | Quæ- |

- Quædam ad eum & *Calculus infinitesimalis* pertinentia, 320. 323.
330. 334. 351. 359. 361. 375. 376. 379. 381. 389
- Quædam ad historiam *Calculi infinitesimalis* spectantia edit, 341. 343.
347
- KEPLERUS videt connexionem *Diaclastica & Hyperbola*, I 315
- *Ellipsis* ab eo usurpatis pro *Planetarum* orbitis novas substituit
- CASSINUS, 368
- Ejus & CARTESII modus demonstrandæ æqualitatem *Incidentia*
& *Reflexionis* impugnatus, a quo, & utrum merito, II. 99
- KRAFTIUS a BRANDIO Phosphorum quendam accipit, 24
- KUNKELIUS a BRANDIO Phosphorum quendam accipit, 22. 24.
28

L

- L A GNIUS (*Gallice* LAGNY) dat appropinquationes quasdam pro
æquationibus, ex quo fonte deductas, I. 228. 232. 240
- Cogitat scribere historiam *quadratura Circuli*, II. 300. 302
- Quædam ex ejus operibus petit LEIBNITIUS, 304
- LALOVERA, Auctor *Itinerarii Siamensis* multa meditatur de continua-
tionibus Quotientium investigationibus, I. 228
- LAHIRIUS, Vide HIRIUS.
- LA MONTRE, Vide MONTRÉUS.
- LANA (*Franciscus*) *Physicam* more mathematico tractat, II. 234
- Leges motus a CARTESIO traditæ utrum veritati consonæ, I. 103.
106
- Ad eas faciens lex de conservanda directionis quantitate, 125. 134
- Una *formula* traditæ, a BERNOULLIO, 135
- — Et a LEIBNITIO, 145
- Traditæ a MALLEBRANCHIO, & postea ab eo mutatæ, 307.
313
- — Utrum recte, 316
- Et a LAHIRIO, 344
- — Unde ab eo deductæ, 346. 348
- — Confectaria inde confecta, 344
- Alia ad hanc rem pertinentia, 145. 152
- Quo criterio examinentur, 300
- Earum principia ex sola *extensione & impenetrabilitate* derivari non
possunt, 398
- Constitutæ ab HUGENIO, II. 93
- — De iis LEIBNITII judicium, 98
- LEIB-

| | |
|--|---|
| LEIBNITIUS meditatur opus de <i>Scientia Infiniti</i> , I. 4. 6. 16. 18. 35 | |
| — <i>Quadraturas</i> per motum excogitat, | 3. 6 |
| — — Rationem construendi omnes <i>equationes primi gradus</i> , | 10 |
| — methodus revocandi <i>Quadraturas</i> ad <i>Series</i> , & hujus methodi incommoda, | 15 |
| — Quomodo in <i>Calculus Differentialem</i> incidit, | 21. II. 61. 381 |
| — — & <i>Calculus exponentialis</i> , | I. 10. 13. 18 |
| — — & <i>Curvas</i> ex <i>Tangentium</i> proprietate, | II. 14. 17 |
| — <i>Quadrat Curvam</i> quandam <i>exponentialis</i> , | II. 19. 25. 32 |
| — <i>Integrat</i> quantitatem quandam <i>Logarithmicam</i> , | 21. 26 |
| — <i>Construit Curvam Isochronam</i> paracentricam, | 23. 34 |
| — <i>Petit</i> monumenta quædam historica, | 24. 37. 46. 52. 73. II. 107 |
| — <i>Seriem</i> quandam generalem invenit, | I. 35. 40 |
| — <i>Disputat</i> cum <i>JACOBO BERNOULLIO</i> de natura <i>osculi</i> , | 34. 43. |
| | 51. 62. 68. 78. 83. 91 |
| — <i>Contrahit Quadraturarum</i> inquisitionem, | 50 |
| — <i>Dynamicam</i> tractat, | 62 |
| — — De ea scribit <i>Librum</i> , | 144. 171 |
| — <i>Johannem BERNOULLIUM</i> hortatur ad <i>Medicinæ</i> operam dandam, | 72. 80. 82. II. 273. 280 |
| — <i>Consiliarius</i> eligitur, | I. 195. 200 |
| — <i>Meditationes</i> de <i>Cognitione</i> , <i>Veritate</i> , & <i>Ideis</i> , | 196 |
| — <i>Hortatur Academiam Scientiarum Parisiensem</i> ad condendas novas <i>Ephemeres</i> , | II. 9 |
| — <i>Auctor</i> est ut erigatur <i>Regia Societas Berolinensis</i> , & edantur <i>Miscellanea Berolinensia</i> , | 15. 16 |
| — <i>Excogitat</i> <i>Arithmetica</i> binariam, | 36. 37. 44. 47. 140 |
| — — & <i>Machinam</i> <i>Arithmetica</i> , | I. 279. 282. 288. 437 |
| — — Et <i>Horologium motus aquabilis</i> , | 437 |
| — <i>Auctor</i> est ut in <i>Regno Borussia</i> conficiatur <i>Historia Physico-Medica</i> , | II. 64 |
| — <i>Historicis</i> operam navat, | I. 302. II. 224. 372 |
| — <i>Utrum</i> inventor <i>Calculi infinitesimalis</i> , | 283. 286 |
| — <i>Plura</i> vide in <i>Calculus Infinitesimalis</i> . | |
| — <i>Disputat</i> cum <i>CLARCKIO</i> , | 381. 383. 391. 395 |
| — <i>Scribit</i> animadversiones in <i>CARTESIUM</i> , | I. 268. 289. 300. 336 |
| — <i>Ejus</i> negotia & studia, | 302 |
| — <i>Communicat</i> <i>HUGENIO Phosphorum liquidum</i> , | 437 |
| — <i>Agit</i> cum <i>HARTSOEKERO</i> de quibusdam <i>PHYSICIS</i> , | 279. 316. |
| | 326. II. 236. 246. 347. 250. 257. 283. 354. 357 |
| — <i>Defensus</i> contra <i>NIEUWENTIITUM</i> , | 30. 34. 45 |

- LEIBNITIUS Edere cogitat quædam HERMANNI, & eum in *Regiam Societatem Berolinensem* introducere, II. 179. 182
- tractat *L'OXODROMICAM*, I. 444
- ejus iudiciũm de *Analyſi Problematis Iſoperimetrici* facta a *Jacobo BERNOULLIO*, II. 48
- diſtichon facit in honorem *Jacobi BERNOULLII*, 141
- ſollicitat editionem ſcriptorum a *Jacobo BERNOULLIO* relictorum, 211. 273
- curvas transformat in alias diverſi generis ſed æquales per *Specula cauſtica*, 95. 97. 102. 108. 130. 140. 142
- — & per *motum reſptorium*, 133. 138. 146. 152. 156. 163. 171. 172. 174. 178. 183. 186. 211. 214. 219.
- ejus *Theodicea*, 353. 356. 360. 381
- — de ea *BERNOULLII* iudiciũm, 396
- utrum *Calculi infiniteſimalis* inventor, 151. 154. 155. 161. 283. 286. 291. 299. 300. 302. 308. 313. 315. 320. 323. 325. 327. 330. 334. 337. 340. 343. 351. 358. 361. 364. 367. 375. 377. 378
- *Angliſ* Problemata proponit, 316. 344. 359. 361. 367. 371. 373
- hortatur *Nicolaũm BERNOULLIUM* ad perficienda cepta *Jacobi Patruſ* de *Arte conjeſtandi*, 225
- — & ad operam dandam rei aquariæ, 341. 346. 348. 352
- *Patawinam* Profeſſionem ei debet *HERMANNUS*, 150. 180. 188. 261
- — & *Nicolaũm BERNOULLIUS*, 258. 261. 263. 265. 268. 270. 272. 275. 280. 284. 321. 325. 327. 332. 384. 387. 393
- *Francofurtanam* Profeſſionem ei debet *HERMANNUS*, 257. 258. 261. 263. 264. 268. 270. 272. 275
- petit ſolutionem *Problematis* de *Trajectorius* a *Nicolao BERNOULLIO* excogitatam, 373
- a *BLYSWIKIO* magni æſtimatus, I. 377
- petit monumenta quædam *hiſtorica*, 24. 38. 44. 46. 52. 52. 65. 73. 74. 94
- ejus de *BORELLO*, *GALILEO*, & *CAVALLERIO* iudiciũm, II. 389. 391
- tradit *Seriem* quandam pro *Circulo*, I. 227
- agit cum *BERNOULLIO* de *motu reſptorio* & *Circis multigibbis*, II. 163. 164. 165. 166. 171. 172. 174. 176. 184. 186. 211. 214. 217. 265
- — de *Synchronis*, I. 178. 190. 286. 290. 293. 294. 303. 306. 309. 311. 314. 317. 319. 322. 323. 327. 326. 332. 333. 337. 343
- — de *Cardanæ transformatiõne* per *Coevolutionem*, II. 102. 108. 134. 140. 142. 144. 145. 149. 156. 160

LEIBNITIUS agit de *Curvarum transformatione per motum rectorium*,
 II. 133. 138. 156. 163. 164. 165. 166. 171. 172. 174. 176. 178.
 184. 186. 211. 214. 217. 265

— de *Curvarum Quadraturis*, I. 4. 5. 6. 9. 12. 14. 15. 22. 23. 28. 35.
 40. 41. 46. 50. 60. 99. 104. 219. 367. II. 124

— de *Curvarum enumeratione*, I. 71. 80. II. 124. 331. 334. 335

— de *Catenaria & curvatura Fornicis semet sustinentis*, I. 401. 403. 411.
 412. 416. 420

— de *Curvatura Radii per medium inæqualiter densum transeuntis*,
 17. 24. 178. 185. 194

— — de *Curva citissimi appulsus*, 283. 286. 289. 290. 294. 303.
 309. 317. 319. 322. 324. 330. 331. 334. 338. 343

— — de *Curvis percurrentibus*, seu *exponentialiter transcendentibus*, 7.
 8. 10. 13. 14. 15. 18. 19. 25. 30. 49. 59. 68. 77. 83. 91. 94. 102

— — de *Curvis retrogradis*, 59. 67. 76. 83. 161. 170

— — de *Curvis construendis ex data Tangentium conditione*, II.
 14. 17. 34

— — de *Curvarum evolutione*, 76. 83

— — de *Curvis per Focos describendis*, 81. 84

— — — & de *harum Tangentibus*, 211. 212. II. 117

— — de *Curvis quadrabilibus*, I. 202. 207. 209. 224.

— — de *Maximis & Minimis*, 47. 48. 55. 56. 67. 179. 286. 298.
 306. II. 161. 170

— — de *Curvis Flexum contrarium habentibus*, I. 59

— — de *Dynamica*, 63. 68. 79. 84. 91. 95. 102. 105. 109. 113. 115.
 121. 123. 125. 132. 140. 143. 151. 157. 164. 170. 176. 185.
 335. 339. 343. 345. 377. 379. 429. 432. 471. 474. II. 1. 3. 6. 7. 8.

— — de *substantiarum activitate*, I. 450. 463. 471. II. 3. 5. 7

— — de *Equationibus Differentialibus*, I. 7. 10

— — — & de *percurrentibus*, 8. 11. 14

— — de *Curva Segmentorum*, 207. 209. 212. 257. 261. 269

— — de *Anima*, & *ejus cum Corpore commercio*, 69. 415. 420.
 424. 430. 435. 439. 483

— — de *Phosphoro mercuriali*, II. 19. 21. 24. 27. 31. 33. 35. 37. 48.
 50. 51. 53. 56. 62. 64. 67. 70. 73. 86. 89. 91. 140. 235. 238. 242.
 247. 251. 357

— — de *Attractione Newtoniana*, I. 411. 415. 420. 424. II. 364. 382

— — de *Barometris*, I. 368. 385. 478. II. 60. 61. 65. 67. 70. 71.
 78

— — de *Corporum duritie*, I. 300. 307. II. 246. 257

— — de *Motu Musculorum*, I. 42. II. 242. 256. 273

- LEIBNITIUS agit de consensu inter *Potestates* & *Differentias*, I. 46. 53.
 65. 75. 104. 107. II. 238. 243
- — de *Virium estimatione*, L. 335. 339. 344
- — de *Legibus motus*, 335. 339. 345
- — de *Oenometro quodam*, 368. 394. 396. 405
- — de *Functionibus*, 392. 399
- — de *Calendario reformando*, II. 9. 12. 13. 16. 23. 29. 31. 49.
- — de ROLLIO *Calculi Differentialis* adversario, 23. 25. 39. 40.
 46. 50. 170. 172
- — de *arithmetica binaria, quaternaria & decadica*, 36. 38. 44.
 47
- — de HUDDENII *Methodo de Maximis & Minimis*, 41. 46.
 50
- — de *Machina Arithmetica*, 239. 243
- — de *resistentia orta ex lubricitatis defectu*, 240. 244. 254. 259.
 262
- — de *Vi centrifuga*, 131. 135. 253
- — de *Curvarum transformatione*, 95. 97. 102. 108. 133. 140.
 142. 144. 145. 149. 152. 160. 163. 171. 172. 178. 183. 186. 211.
 214. 219
- — de *Lege continuitatis*, I. 409. 411. II. 110
- — de *Mundis atque animalibus nostris majoribus ac minoribus &c.*
 L. 410. 415. 420
- — de *Natura corporum atque materię*, 63. 69. 379. 389. 398.
 402. 404. 407. 413. 418. 423. 427. 429. 432. II. 65. 68. 92. 119
- — de *Dei* *Attributis*, I. 433. 438. 441. 445. 450. 454. 479. 481. II. 2
- — de *Gravitatis causa & actione*, I. 93. 97. 102. 105. 110. 119. 128.
 138. 148. 156. 160. 168. 174. 184. 189. 202. 429. 432
- — de *Monadibus*, 398. 402. 407. 413. 417. 424. 427. 429. 432.
 434. 439. 442. 451
- — de *infinite magnis, infinite parvis, & infinitesimis* *Progressio-*
num Terminis, 370. 375. 380. 382. 390. 397. 402. 404. 407. 413.
 418. 423. 427. 431. 440
- — de *Atomis*, 301. 307. 312. 316. 329. 390. 429. 442. 454
- — de *Vacuo*, 399. 418. 422. 427. 429. 433. 441. 445. 451. 454
- — de *Aeris* *compressione*, 455. 458. 475. 477. 479. 482. II. 2
- — de *Logarithmis* *numerorum negativorum*, 269. 277. 278. 282.
 287. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315
- — de puncto *Regressus* *in Curvis*, I. 59. 67. 76. 83. II. 161. 170.
 172
- — de *differentiatione de Curva in Curvam*, I. 319. 321. 331.
 334
- LEIB-

R E R U M N O T A B I L I O R U M 461

| | |
|--|--|
| LEIBNITIUS agit de Thermometris, | I. 373. 385. 391 |
| — — de novis Speculis causticis, | II. 68. 70. 72. 102. 107 |
| — — de motu radente, | 146. 152 |
| — — de Calendario reformando, | 9. 12. 14. 16. 23. 29. 31. 49 |
| — — de Horologii turbinatoris, | 382 |
| — — de Celeritatibus, earum proportione & decrementis, | I. 63. 68.
123. 126. 131. 136. 139. 409 |
| — — de Viribus centrifugis, seu conatibus excussoriis, | 115. 123. 133 |
| — — de lege Continuitatis, | 300. 306. II. 100 |
| — — de Animalium morte & organorum dissolutione, | I. 415. 420.
430. 435 |
| — — de Elasticitate, | 377. 379 |
| — — de Trajectoriis, 17. 23. 178. 190. 194. 204. 209. 213. 283.
306. 311. 314. 326. 333. 334. 408. II. 361. 365. 367. 371. 373.
376. 377. 380. 386. 388. 390. 395. 396 | |
| — — de Dei Attributis, I. 423. 427. 430. 433. 438. 441. 445. 450.
454. 475. 479 | |
| — excogitat methodum Differentiandi de Curva in Curvam, | 319.
322 |
| — — quæ generalius traditur, | 330 |
| — — hinc perficit Calculum integralem, | 322. 337 |
| — — ejus sententia de Hermannii Phoronomia, II. 360. 361. 365. 369 | |
| — — & de quibusdam Auctoribus rei Aquarum, | 346 |
| — — laudat LAHIRIUM, | I. 352. 358 |
| — — de quo vide pariter, II. 148. 150. 153. 159. 172. 177. 178.
213. 216 | |
| — — laudat HOLLANDERUM & ejus Amaltheam Astronomicam, I.
186. 191. 197. 202. 204. 207. II. 181 | |
| — — Artem conjectandi Jacobi BERNOULLII, cujus editionem
flagitat, | 211. 220. 225 |
| — — disputat cum BAYLIO de quibusdam Philosophicis, I. 405.
435. 439. II. 77 | |
| — — scribit animadversiones quasdam in CARTESII Philo-
sophiam, | I. 268. 300. 306. 431 |
| — — excogitat Regulam inveniendi Coefficientes cujusvis Termini in
Potestatibus, | 47. 66 |
| — — solvit Problema de Curva Segmentorum, 207. 209. 212. 224.
257. 261. 263. 269 | |
| — — & de Curva celerrimi descensus, | 172. 183. 188. 195 |
| — — de Curvarum transformatione, | II. 102. 108. 134. 143 |
| — — de Curva Isochrone, | I. 206 |
| — — de Isochrone paracentrica, | 23. 34. 44 |
| Commerc. Epist. Tom. II. | N n p Plura |

Plura vide passim in toto *Indice & Libro.*

- LIEUTADIUS *Parisini* Calendarii annuus Calculator, II. 153
 Linea brevissima ducenda de puncto ad punctum in superficie curva,
 I. 338. 343. 347. 387. 393. 401
 Linearum elementa non dantur, 397
 — — limites non elementa sunt puncta, 398. 402
 LINUS (*Franciscus*), 455. 458
 LOCKIUS, II. 381
 Logica possibilium, 220
 Logogriphum HUGENII, I. 378
 LOGARITHMICA est curva *percurrens* & utilis ad omnes *per-*
currentes construendas, 8. 10. 90
 — ejus genesis, II. 293
 — ad rectos angulos secat *Parabolas* omnes habentes eundem *Axem*
 & eandem *Parametrum* sed *Vertices* mutabiles, I. 17
 — omnes per *curvam* ad rectos Angulos secandæ, 179. 190. II. 209
 — *spiralis*, I. 18. 77. 179. II. 230
 — quadratura, I. 447. 452
 Logarithmi quantitatum negativarum utrum dentur, II. 269. 276. 278.
 282. 286. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315
 Longitudines inveniendæ, & præmium ideo propositum, 340. 346. 354
 LOXODROMICA plana, *vide* Logarithmica *spiralis*.
 — tractata a LEIBNITIO & a *Jacobo* BERNOULLIO, I. 444
 Ludi aleæ mathematice tractantur ab HUGENIO & FRENICLIO,
 244
 — a MONTMORTIO, II. 211. 216. 222. 265
 — a *Jacobo* BERNOULLIO, 211. 222
 — & a MOIVREO, 265
 Lunæ Theoria *Newtoniana*, 360
 Lunulæ HIPPOCRATIS, quadratura, I. 203. 206. 209
 Vide *Curvæ*.
 Lux aquæ marinæ, unde, II. 28. 32
 — Mercurii, 28. 32. 33
 — ejus radii in quam curvam flectantur quando transeunt per me-
 dium inæqualiter densum, 148. 150. 153. 159
 — quomodo id possit definiri secundum BERNOULLIUM, I. 17.
 178
 — LEIBNITIO adprobante, 24. 185
 — hoc Problema affine est Problemati *curvæ celerrimi descensus*, 178
 185. 194

M

| | |
|--|-----------------------------|
| M Achina <i>arithmetica</i> LEIBNITII; ejus effectus, descriptio &c. I. | 279. 282. 288. II. 234 |
| — — HUGENIO probata, | I. 279 |
| — — Et BERNOULLIO, | 293 |
| — — Descripta in <i>Miscellaneis Berolinensibus</i> , | II. 239. 243 |
| — MORLANDI, | I. 289 |
| — Alia, | 282 |
| — — Forte GRILLETI, | 289 |
| — POLONI, | II. 229. 234. 239. |
| Machina quædam, ex cujus structura oritur resilitio, est omne Corpus, | I. 379. 381. 390 |
| | 244. 247. 253 |
| MACKRELIUS, | II. 10 |
| Magnitudo anni incommensurabilis, | 256 |
| MAJORVIUS; ejus sententia de <i>Motu Muscularum</i> , | I. 31 |
| MALEBRANCHIUS; ejus memorandum effatum, | 33 |
| — — De quo LEIBNITII sententia plane notabilis, | 41 |
| — Habet hebdomadatim <i>conferentias</i> , | 307. 313. 316. 447. II. 110 |
| — Agit de <i>Legibus motus</i> , | 110. 170. 237 |
| — Quædam ad eum pertinentia, | 39 |
| — Ejus remedium universale, | I. 433. |
| Malum a Deo permixtum: LEIBNITII de hoc sententia, | 438. 445 |
| MANNEVILLÆUS: historia ab eo narrata, | 465 |
| MARIOTTUS agit cum LEIBNITIO de <i>concurfibus</i> Corporum, | 346. 348 |
| — Tentat NEWTONI experimenta de <i>Luce & Coloribus</i> , | II. 213. |
| | 216. 234 |
| — — De ea re BERNOULLII judicium, | 242. 246 |
| — — — Et LEIBNITII, | 245 |
| — Conscribit Libellum ad usum <i>Ingeniariorum</i> , | I. 65. 70 |
| MASSONUS, | II. 127 |
| Materia: de ejus natura LEIBNITII sententia, | I. 62. 69 |
| — Eam non constituunt solæ <i>extensio & impenetrabilitas</i> , | 379. 381 |
| — — objectiones VOLDERI, | 382 |
| — — LEIBNITII responsiones, | 382 |
| — — Ejusdem argumenta, | 398 |
| — — BERNOULLII difficultates, | 389. 402 |
| — — LEIBNITII responsa, | 404 |
| | Tertium |

| | |
|--|--|
| — — Tertium aliquod potest existere , | I. 408 |
| — — Consistit in <i>conatu</i> quodam <i>infito</i> seu <i>vi primitus impressa</i> secundum BERNOULLIUM , | 409 |
| — — Secus autem secundum LEIBNITIUM , | 415 |
| — — BERNOULLII responsio , | 419 |
| — — In <i>activitatibus</i> seu <i>Entelechiis</i> secundum LEIBNITIUM , | 415 |
| — — BERNOULLII difficultates , | 418. 427. 432 |
| — — LEIBNITII responsiones , | 423. 429. 440 |
| Plura vide in <i>Entelechia</i> . | |
| — — Divisio in infinitum ad elementa infecabilia non perducit , secundum LEIBNITIUM , | 385 |
| — — — quæ tamen dantur secundum BERNOULLIUM , | 390 |
| Vide Elementa , Essentia corporis. | |
| <i>Mathesis</i> Medicinæ utilis & naturæ clavis , | 4 |
| — Superior ubique infiniti considerationem involvit , | <i>ibidem</i> . |
| <i>MAXIMA & MINIMA</i> : nova meditatio : tentamen per <i>Series</i> , | 47. 55. 67. 167 |
| — <i>Maximorum & Minimorum</i> , | 57. 67. 179 |
| — — Horum gradus , | 57 |
| — Numerica , seu quantitatum per saltum crescentium , | 57. 67 |
| — Utrum semper habeant differentialia æqualia nihilo , | 59 |
| — In iis quiddam notabile , | 286. 298. 306 |
| — Difficultas proposita & soluta , | II. 161. 170 |
| — Hujus methodi Clavis , | I. 290. 295. 315. 328 |
| — Methodus HUDDENII , | II. 41. 46 |
| Maxima aut Minima omnium Quantitatum utrum detur , | I. 402 |
| Mechanices usus in medicina , | II. 273 |
| — utrum omnia per eam fiant in corporum nostrorum actionibus , | 273 |
| Mechanicismi principia ex sola extensione & impenetrabilitate derivari non possunt , | I. 398 |
| Medicina mentis , | 71. 77. 80 |
| Medicinæ studium commendatum , | I. 359 |
| Medii resistantia , | I. 116. 126. 131. 153 |
| Mémoires de l'Académie R. des Sciences , | II. 150 |
| Memoria in quo consistat secundum LEIBNITIUM , | 274 |
| MENELAUS , ejus Trigonometrica & Astronomica , | 290 |
| MENKENIUS , | I. 6. <i>& passim per totum librum</i> |
| Mens momentanea est corpus , | 62 |
| — ejus medicina , | 71 |
| Mensura Potentiæ ; quæ , | 97. 103 |
| | MER. |

| | |
|--|--------------------|
| MERCATOR primus invenit <i>Series</i> per continuam divisionem, II. | 309. |
| | 314 |
| Mercurius redditus lucidus a BERNOULLIO quomodo & qua occasione, | 19 |
| — LEIBNITIO approbante, | 24 |
| — lucet pro ratione superficiæ, | 24. 27. 31 |
| — communicatus Regiæ Societati <i>Berolinensi</i> & <i>Academiz Parisensi</i> , | 21. |
| | 27. 31. 48. 50. 53 |
| — & <i>Aulæ Berolinensi</i> , | 64. 67. 73 |
| — hujus Phænomeni ratio, | 20. 22. 33 |
| — quid accidat, ubi curru vehitur, | 62 |
| — pro eo præmium datum, | 86. 87. 89. 91 |
| — de ea re dubia, | 140 |
| MERSENNUS: experimentum ab eo institutum, | L 117. 123 |
| — Ad eum Epistola FERMATII, | 212 |
| Methodus Tangentium inversa generalis utrum detegi possit, iudice BERNOULLIO, | 7 |
| — <i>Leibnitiana</i> revocandi <i>Quadraturas ad series</i> , quid incommodi habeat, | 15 |
| | II 342 |
| MICHELINUS scribit de re Aquaria, | 321 |
| MICHELOTTUS Medicus celebrer, | 321. 356. 387. 389 |
| — Ejus cum BERNOULLIO commercium, | 364. 372 |
| — — Et cum LEIBNITIO, | 94 |
| Microscopium novum a CLUVERIO promissum, | 16. 173. 177. |
| Miscellanea <i>Berolinensia</i> originem LEIBNITIO debent, | 212. 252 |
| — Ad iis aliquid inferendum invitatur BERNOULLIUS, | 57. 173. |
| | 177. 212. 252 |
| — — Et HERMANNUS, | 173. 177. 212. 252 |
| — Iis inferuntur <i>Bernoulliana</i> & <i>Hermanniana</i> quædam, | 212. 221. |
| | 225 |
| — Laudata, | 238. 243 |
| Modi: dantur, secundum LEIBNITIUM, quæ nec <i>modi</i> sunt nec substantiæ, | I. 382 |
| MOIVREUS aggreditur Problema <i>celerrimi descensus</i> , | 464 |
| — Scribit animadversiones in CHEYNEUM, | II. 122. 123. 127 |
| — Laudatus, | 130. 290 |
| — Ejus commercium cum LEIBNITIO & BERNOULLIO, | 154. |
| | 159. 215. 222 |
| — Commendatus, | 187 |
| — scribit librum de <i>Alea</i> , | 265 |
| — solvit Problema de <i>Trajectoriis</i> , | 376 |

- Monades : earum varii gradus , I 382
 — de earum existentia difficultas , 389
 — definitio , 398
 — — Objectiones , 402. 408. 418. 427. 432
 — — — Responſa , 404. 414. 423. 429
 Plura vide in *Entelechia* , *Formæ ſubſtantiales* .
 MONTMORTIUS , ſcribit de Ludis a *Fortuna* pendentibus , II. 211.
 216. 265
 — in quem librum petit BERNOULLII animadverſiones , 222
 — eum adit *Nicolaus* BERNOULLIUS , 222
 — librum ſuum auget & ſecundò edit , 300. 304
 — de eo vide pariter , 367. 377. 391
 MORLANDUS *Rhabdologiam* perficit , I 289
 Mors quid ſit , 415. 420. 424. 430. 435
 Motus adhibitus ad tetragonifmum generalem perficiendum , 4
 — curva tìgida prædeſcripta adhibetur in hunc finem , cur , *ibidem* .
 — ſine vacuo num inæſſigi poſſit , 62. 69
 — conſpirans eſt cauſa *duritiei* , Vide *Durities* .
 — — & *Elaſticitatis* , Vide *Elaſticitas* .
 — ejus quantitas , 62. 143
 — in quo differat a quantitate *progreſſus* , 125
 — communicationis regulæ , 103. 106
 — perpetuus , 117. 124
 — Leges , 135. 145. 152. 345. II. 98
 — mobilis tendentis pluribus velocitatibus & directionibus , I. 144
 — rectorius , & ejus uſus in transformandis curvis , II. 133. 138. 156.
 163. 171. 172. 174. 178. 185. 186. 211. 214. 219
 Vide *Curvarum* Transformatio per motum rectorium .
 — radens , 146. 152
 — muſculorum , 242. 256. 260
 — projectilium , 299
 — aquarum ſtadium commendatum , 341. 346. 348. 352
 — compoſitio , per eam demonſtrantur vires vivæ , I. 113. 121. II. 8
 — — varia , utrum idem efficiat , 99
 Motio quid ſit , & ejus quantitas , I. 62
 — quantitas , quo ſenſu ſemper eadem ſervetur in Mundo , 157
 Motricis actionis abſolutæ quantitas ſemper eadem conſervatur , 125. 143.
 157
 Multiplicatio potentie , 97. 103
 Multifectio anguli , methodum pro ea obtinenda tradit BERNOULLIUS , II. 73. 74
 Mundi noſtro infinite majores & minores utrum exiſtant , I. 410. 415
 Mundi

| | |
|--|---------------|
| Mundi Anima, de ea sententia ARISTOTELIS & AVERROIS, II. | 365 |
| Mundus; an in eo servetur semper eadem actio motrix, | I. 157 |
| MUSCHENBROECKIUS, | II. 61. 67 |
| Musculorum motus, quomodo fiat secundum quosdam, | 242 |
| MUYSIUS, | 278. 283. 286 |

N

| | |
|--|-----------------------------------|
| Natura aut essentia Corporum in quo sita sit secundum LEIBNITIIUM, | I. 62. 69 |
| — Corporis & Materie in <i>Mundi Systema</i> redactæ non constituitur duntaxat ab <i>extensione & impenetrabilitate</i> , 379. 381. II. 65. 69. 119 | |
| — — fed his duabus addendum est tertium quiddam, | I. 408 |
| — — de quo plura vide in <i>Entelechia</i> . | |
| — objectionis VOLDERI, | 382 |
| — LEIBNITII Responiones, | 382 |
| — ejusdem argumenta, | 398 |
| — BERNOULLII difficultates, | 389. 402 |
| — LEIBNITII Responsa, | 398. 413 |
| — demonstrationum, | II. 3 |
| — <i>osculi</i> , | I. 33. 43. 51. 61. 68. 78. 83. 91 |
| Navalis rei scientia, | II. 6. 9 |
| Navium structura, | 3 |
| NAUDEUS <i>Mathesin, Picturam, & sculpturam Berolini</i> docet, | 129 |
| NEILIUS, utrum ei debeatur <i>Parabola cubica</i> Rectificatio, | 314 |
| NEWTONUS, ejus <i>Opuscula</i> quædam in WALLISII Operibus inserta, | I. 185 |
| — ejus <i>Calculus Fluxionum</i> in quo differat a <i>differentiali</i> , | 191 |
| — — an sit primus illius inventor, II. III. 283. 297. 308. 309. | 313. 364. 375 |
| — — unde illum desumpsisse suspicatur BERNOULLIUS, | I. 191. |
| | 195 |
| — ejus errores ab HUGENIO notati, | 208. 211 |
| — opus aliquod vult in lucem emittere, | 241 |
| — ex eo expectatur Problema <i>Celerrimi descensus</i> , | 247. 253 |
| — — illud solvit, | 262. 266. 269 |
| — quid ei tribuatur circa Corporum <i>Attractionem</i> , | 390 |
| — gravitatem Corporum, extra Terram, esse reciproce in duplicata ratione distantiarum a Centro, sed, intra Terram, directe in simplici distantiarum ratione statuit, | 411. 415. 420. 424 |
| | NEW- |

- NEWTONUS litem cum FATIO habuisse dicitur, I. 475. 483
 — — qua de causa secundum LEIBNITII conjecturas, 480
 — — quaedam ad eum spectantia, II. 31. 55. 86. 106. 111. 137. 154.
 247. 290. 302. 357. 361.
 — — an ei tribuenda *Serierum* Methodus, 97
 — — ejus *Luna* Theoria, 106. 124. 153
 — — ejus Optica: Enumeratio Linearum tertii ordini: Quadratura Cur-
 varum Geometricarum publicæ fiunt, 123. 124. 180
 — — ejus Optica Anglice scripta, Latine vertitur, 159. 347
 — — ejus *Arithmetica Universalis* in publicum *Cantabrigia* emissa, 182.
 185. 189
 — — de ea LEIBNITII judicium, 182
 — — ejus excerptum quiddam Nicolao BERNOULLIO Nic. fil. mittitur,
 210
 — — colorum experimenta quaedam a MARIOTTO facta NEWTONI
 tentatis non congruunt, 213. 216. 234. 235
 — — secunda ejus *Principiorum Philos.* Editio, 223. 226. 229. 291. 299
 — — in ejus *Principiorum Phil.* loca quaedam *Bernoulliana* animadversiones,
 240. 241. 244. 253. 294. 299
 — — Regiæ Societati BERNOULLIUM proposuit, 299
 — — commercium Litterarium cum BERNOULLIO habuit, 302
 — — differentia inter ejus Philosophiam & *Leibnitianam*, 364
 — — inter eum, (vel potius CLARCKIUM) & LEIBNITIUM Phi-
 losophica controversia, 381. 382. 384. 390. 396
 Plura vide in *Calculi infinitesimalis* historia.
 NICASUS *Divionensis* Abbas, Vir doctus & clarus, I. 95. 99
 NICOLIUS *Cyloidis* Historiam describit, II. 300. 302
 NIEUWENTIIT (*Bernardus*) *Basavus* Mathematicus, *Calculus diffe-*
rentialem oppugnat, I. 70. 80. 100
 — — ei respondet BERNOULLIUS, 147. 154
 — — replicationem adversus BERNOULLIUM *Actis Erud.* inferere co-
 natur, 158. 165
 — — quid ad illum BERNOULLIUS, 177
 — — quid ille ad BERNOULLIUM, 184
 — — quid in eum regefferit BERNOULLIUS, 188
 — — quid de controversia inter illum & BERNOULLIUM judicet
 LEIBNITIUS, 195
 — — *secunde* illius *Considerationes circa Calculi differentialis principia* &
responsio ad Virum Nob. G. G. LEIBNITIUM, 225. 246
 — — — quid de illo sentiat BERNOULLIUS, 225. 233. 245. 252
 — — — — quid LEIBNITIUS, 230. 247. 252
 — — — — ad eas *Responsio Hermanniana*, II. 31. 34. 45
 NIEU-

| | |
|---|-------------|
| NIEUWENTIUS quid contra CLUVERIUM scripserit, | I. 241 |
| — quædam gesta inter eum & BERNOULLIUM, | 251 |
| — quid de illius objectionibus contra <i>Calculus differentialem</i> censeat
LEIBNITIUS, | II. 25 |
| <i>Nitrum</i> regeneratum a quo inventum, | 314 |
| <i>Nouvelles de la Republique des Lettres</i> , quis Auctor, | 141 |
| — continent litis ROLLIIUM inter & SAURINUM decisionem, | 150 |
| — — recensionem <i>des doutes de BERNIER sur la Philosophie</i> , I. | 455 |
| — — nonnihil, quo fere BERNOULLII fratres plagii infimulari videntur, | II. 151 |
| — — — BERNOULLIO non probatum, | 151. 154 |
| — earum Auctori admonitionem mittit LEIBNITIUS, | 155 |
| — in eis BERNOULLII defensionem contra HOMBERGIUM inferit DU-TAL quidam, | 170. 172 |
| — in eis aculei aliqui in BERNOULLIUM Phosphori mercurialis inventorem infperguntur, | 251 |
| NUGUETUS quidam Phosphori mercurialis Auctorem apud LEIBNITIUM se prædicat, | 235 |
| — quid de illo BERNOULLIUS, | 242 |
| Numerus radicum æqualium, in puncto <i>osculi</i> , quis, I. | 34. 51. 68. |
| | 78. 83. 91 |
| — impossibile in æquatione investigatus, | 210 |

O

| | |
|--|--------------------------------|
| O BDAMIUS, | II. 221. 228 |
| Objecti & sensationis quæ similitudo, | I. 442 |
| Obliquitas Eclipticæ Terræ, <i>Vide</i> Ecliptica. | |
| Oenometrum <i>Langloisianum</i> , | 368. 391. 394. 405 |
| — <i>Leibnitianum</i> , | 368. 371 |
| — <i>Bernoullianum</i> , | 372. 385. 391 |
| — — aliud, | 372 |
| Observatio quædam optica, | 278 |
| Observationes PTOLEMÆI <i>Alexandria</i> , cum recensioribus ibidem infitutis collatæ, | 369 |
| OLDENBURGIUS; | II. 291. 313 |
| Oleum vitrioli, utrum ad phosphoros conficiendos aptum sit, | 31. 33 |
| Opificia varia descripta, | I. 369 |
| Oscillationis centrum, | 146. 153 |
| — idem est ac centrum percussionis, | 154 |
| Osculi natura, | 34. 43. 50. 61. 68. 78. 83. 91 |
| <i>Commerc. Epist.</i> Tom. II, | O o e Oscu |

| | |
|--|----------------------|
| Osculi radius in puncto flexus contrarii aliquando nullus est, | I 59 |
| OTTIUS, | 24. 31 |
| OZANAMMUS, | 33.41.49.347.349.350 |

P

| | |
|--|-------------------------|
| P APINUS cum LEIBNITIO disputat de Virium æstimatione, | I |
| — ejus objectionum fortissima, & de LEIBNITII responsione judicium, | 108. 109 |
| — ratiocinium in ipsum conversum, | 110 |
| — edit <i>Fasciculum Dissertationum de novis quibusdam machinis</i> , | 112. 113 |
| — — ex quo renovatur concertatio inter eum & LEIBNITIUM, | 108 |
| — — — — — | 119 |
| — de eo judicia, | 128. 132. 139. 150 |
| — illa controversia durat, | 157. 169. 335 |
| — ejus objectio quædam, | 335 |
| — — LEIBNITII responsio, | 335 |
| — alia, | 335. 347 |
| — — LEIBNITII responsio, | 336. 343. 347 |
| — — de his objectionibus & responsionibus BERNOULLII judicium, | 339. 343. 344. 351. 432 |
| — moratur <i>Casellis</i> apud <i>Landgraviam</i> , unde discedit, | II. 181. 183 |
| — cathedram <i>Marpurgensem</i> occupat aliquandiu, quam tandem relinquit, | 183. 187 |
| — impugnat GUILLELMINI doctrinam de <i>aquis currentibus</i> , | 346. |
| | 349 |
| P APPUS: in ejus <i>Collectionibus Mathematicis</i> invenitur <i>Regula GULDINI</i> , | 138 |
| — enumerat loca <i>plana & solida Veterum</i> , | 151 |
| P arabola tangit Parabolas omnes descriptas a globis ejectis ex omnibus mortarii elevationibus, | I. 17 |
| — omnes habentes eundem Axem & Verticem, sed Parametros mutabiles Ellipsis fecat ad rectos Angulos, | 17. 23 |
| — arcus inter se utrum possint comparari, | 166. 203 |
| — omnes habentes eundem Axem & eandem Parametrum, sed Vertices mutabiles Logarithmica fecat ad rectos Angulos, | 17 |
| — quadratura impugnata, | 17 |
| — — — — — defensa, | H. 26 |
| — arcus parabolici dimensio, | 174 |
| | P. 174 |

| | |
|--|-------------------------|
| PARDIESIUS (<i>Ignatius Gasto</i>) scribit de <i>Legibus motus</i> , & de iis | |
| BERNOULLII judicium, | I. 164 |
| — ac LEIBNITII, | 170 |
| — demonstrat <i>Cycloidis</i> tautochronismum, & de ea demonstratione | |
| BERNOULLII sententia, | 366 |
| — cui assentitur LEIBNITIUS, | 369 |
| PARENTIUS , ejus liber quidam, | II. 84 |
| — ejus <i>Elementa Mechanica & Physice</i> , | III. III. III. 172 |
| — illius <i>Mechanica</i> , | 179 |
| — disquisitiones, | 212. 216 |
| — contra cum Apologia BERNOULLII & LEIBNITII, | 265 |
| — ejus <i>Miscellanea</i> , | 304 |
| — adnotationes in BERNOULLII <i>Manuariam nauticam</i> , | 349. 352 |
| — qualis videatur LEIBNITIO & BERNOULLIO, | 353. 356. |
| | 360 |
| <i>Parisiensis</i> Academia Regia Scientiarum; ejusque focii & Instituta ali- | |
| quot, | I. 446. 454 |
| — ejus Historia ab Hamelio conscripta, | 405. 437 |
| Pars imperata abscissa a figura data definita duabus rectis & una cur- | |
| va ordinaria per curvam ordinariam, | 229 |
| PASCHALIUS : ejus Summas meditatatur LEIBNITIUS, | 21 |
| — scribit historiam <i>Cycloidis</i> , | 224 |
| — — cujus <i>Curva</i> proprietates multas invenit, | 228. 443 |
| — Epistola quædam ei falso tributa, | II. 61 |
| — ejus opuscula quædam inedita, | 96 |
| PELETARIUS disputat cum CLAVIO de natura <i>Anguli contactus</i> , | |
| | I. 91 |
| PELISSONIUS Auctor <i>Diarii Gallici</i> | 69 |
| Pendulorum doctrina ab HUGENIO tractata & a BERNOULLIO uno | |
| Theoremate comprehensa, | I. 153. 158 |
| PENN. (<i>Wilhelmus</i>) donat Librum <i>plumbagine</i> perpolitum, | II. 72. 107 |
| Perceptiones confusæ, | I. 442. 451 |
| — distinctæ, | 442 |
| Percussionis centrum, | III. 116. 123. 134. 136 |
| — idem est ac centrum oscillationis, | 154 |
| Phoronomica LEIBNITII, | 62 |
| — BERNOULLII judicium, | 62 |
| — — qui <i>Leibnitiana virium seu potentiarum æstimationi</i> non acquies- | |
| cens, in eam objicit, | 63- |
| — — — LEIBNITII responsio, | 68 |
| — novæ BERNOULLII objectiones, | 79. 91 |
| — — LEIBNITII responsa, | 84. 95 |

| | |
|---|---------------|
| — ei sententiæ accedit BERNOULLIUS, nonnulla tamen dubia
eximenda proponit, | I. 102 |
| — — eximit LEIBNITIUS, | 105 |
| — illa m impugnat PAPINUS, | 108 |
| — — BERNOULLII judicium & animadversiones, | 109. 112 |
| — controversia inter <i>Papinum</i> & <i>Leibnitium</i> renovatur, | 119. 128 |
| — LEIBNITII in PAPINUM argumenta nonnulla, | 121. 139. |
| | 157 |
| — — judicia BERNOULLII, | 132. 150 |
| — in <i>Leibnitianam</i> æstimationem notabilem quandam difficultatem
movet & solvit BERNOULLIUS, | 110 |
| — — qui eam demonstrat per <i>motus compositionem</i> , | 113 |
| — — — LEIBNITIO approbante, | 121 |
| — — & per <i>vinn centrifugam</i> , | 115 |
| — — — LEIBNITIO plaudente, | 123 |
| — ex ea concludit BERNOULLIUS male determinatum fuisse <i>Centrum percussionis</i> , | 116. 126 |
| — — & non bene a LEIBNITIO definitum <i>respectivam mediæ resistentiæ</i> esse in <i>duplicata</i> velocitatum <i>ratione</i> , sed esse in <i>triplicata</i> , | 116. 134. 137 |
| — — — LEIBNITII responsiones, | 123. 126. 146 |
| — — — — de quibus BERNOULLII judicium, | 153 |
| — cur nova hæc æstimatio locum habeat in <i>velocitatibus actualibus</i> , non
in <i>conatibus</i> , | 116. 173 |
| — & cur minima <i>velocitas</i> impressa alteri ex duobus corporibus in <i>æquilibrio</i> positis illud non magno impetu descendere faciat, | 116. 173 |
| — — æstimationem suam LEIBNITIUS probat a <i>priori</i> , | 123 |
| — — — confectaria, | 125. 157 |
| — — — hinc eductæ novæ Leges motus a BERNOULLIO traditæ, | 135 |
| — — — eandem tradit LEIBNITIUS, qui inde nova conficit, | 145 |
| — — — — quæ BERNOULLIUS probat & promovet, | 153 |
| — — in hoc argumentum BERNOULLII difficultas, | 133 |
| — — — LEIBNITII responsio, | 140 |
| — — — cui acquiescit BERNOULLIUS, | 151 |
| — — — aliud LEIBNITII argumentum a <i>priori</i> , | 143 |
| — — — quod BERNOULLII probatur, | 164 |
| — — in hæc argumenta sua LEIBNITII observationes, | 170. 185 |
| — — — & in eas BERNOULLII animadversiones, | 176. 190 |
| — — — in hanc rem objectio, | 170 |
| — — — — soluta, | 170 |
| | m |

| | |
|--|--------------------|
| — — — — in hanc solutionem animadversio BERNOULLII, | I. 176 |
| — de <i>Phoronomica</i> Librum scribit LEIBNITIUS & qua occasione, | 144 |
| — — — — ut de ea scribat LEIBNITIUS rogatur a BERNOULLIO, | 421 |
| — HUGENII, quo principio innixa, & de eo LEIBNITII judicium, | II. 99 |
| — HERMANNI, | 223. 256. 353. 357 |
| — — — — qui hæc omnia <i>mòre Veterum</i> demonstrare vult, & quare, | 245 |
| — — — — de eo libro LEIBNITII judicium, | 360. 365 |
| — — — — & BERNOULLII, | 361. 369 |
| Phosphorus mercurialis, | 19. 67. 248. 357 |
| — <i>Kunckelianus</i> vel <i>Anglicus</i> , | 22 |
| — — — — ejus verus inventor, | 24 |
| — — — — historia, | 238 |
| — <i>Bonomensis</i> vel <i>Baldunianus</i> , | 32 |
| — liquidus, | I. 438. 440 |
| Physica mathematice scribenda, | II. 223. 228. 239 |
| — id facere aggreditur P. <i>Honoratus</i> FABRUS, | 234 |
| — & alii, | <i>ibidem</i> |
| PICCARDUS, observationem inexpectatam in Barometro suo quam fecit, | 19 |
| PISO, & ejus Historia naturalis Brasiliæ, | I. 127 |
| PITCARNIUS, quis, | II. 86 |
| Plumbago apta speculis, | 107 |
| — & libris ornandis, | 72 |
| POLENUS; ejus <i>Miscellanea</i> , | 229. 234 |
| — ejus <i>Machina Arithmetica</i> , & de ea LEIBNITII sententia, | 234 |
| — creditur obtenturus <i>cathedram Patavinam</i> , | 341 |
| POLINERIUS, | 170 |
| Polinomii potestates symbolizant cum rectangulorum solidorum & super-solidorum differentis, | I. 47 |
| Pondera num elevari possunt ad eandem altitudinem, nunc uno tractu, nunc per vices eadem potentia, | 91. 95. 102 |
| Pondus aeris utrum ejus <i>condensationi</i> proportionale, | 458. 475 |
| Possibilia, quæ, | II. 2. 5. 8. 17 |
| Potentia ab actione distincta, | I. 170. 176 |
| — quando dicenda sit multiplicata, | 97. 103 |
| — ejus productio realis a modali distincta, | 97. 103 |
| — corporis majoris utrum tota transferri possit in minus corpus quies- | |

| | |
|---|-------------------------------|
| quiescens, | I. 109. 121 |
| Potentia pars utrum pereat, | 109 |
| — conservatio, | 381 |
| — plures idem corpus impellentes quid efficiant, | 150 |
| — eadem utrum elevet idem pondus ad eandem altitudinem sive per vices, sive uno tractu, | 91. 95. 102. 105. II. 3. 6. 7 |
| — productio modalis & formalis, | I. 103 |
| — mensura, | 103 |
| Potestates Binomii symbolizant cum rectanguli differentiis, | 46. 65 |
| — Polynomii cum productis plurium dimensionum, | 47 |
| — — unde promovetur calculus integralis, | 52. 75. 83 |
| — — utrum semper locum habeat hic consensus, | 54. 66 |
| — earum coefficientes, | 47. 54. 66 |
| Pressio aeris externi utrum <i>Barometris</i> vulgaribus oblit, | 478 |
| PRESTETUS, | 42 |
| PRINZ (<i>De</i>), | II. 258 |
| Problemata <i>solida & supersolida</i> constructa per <i>Geometricam approximationem</i> , | I. 222. 228 |
| PROCLUS demonstrat EUCLIDIS <i>Axiomata</i> , | 196 |
| Progressio <i>harmonica</i> ; de ea observatio quaedam, | 22 |
| — promota, | 28 |
| — habens <i>finitum Terminorum</i> numerum, ejus <i>Summa</i> an & quomodo reperitur, | 28. 32. 203. 207. 213 |
| — habens <i>infinitum Terminorum</i> numerum, ejus <i>Summa</i> est infinita, | 218 |
| Progressus quantitas quid sit & quomodo aestimetur, | 125 |
| — coincidit cum quantitate Progressus <i>Centri Gravitatis</i> , | 135. 143. 152. 339 |
| — in quo differat a quantitate motus, | 125 |
| — semper eadem conservatur in mundo, | 125 |
| — — quod probatu difficile putat BERNOULLIUS, | 134 |
| — hinc factum putat LEIBNITIUS, ut vulgo male quantitas motus aestimaretur, | 125 |
| — — idem sentit BERNOULLIUS, | 134 |
| — hinc demonstratur id quod experientia ostendit de duobus globis <i>duris</i> sive <i>elasticis</i> , qui <i>centraliter</i> concurrunt cum celeritatibus reciproce proportionalibus ad corpora, | 125. 339. 343. 344 |
| — — & quod, si globus unus ita in duos aequales quiescentes incurrat, ut eorum centra faciant in momento concursus triangulum rectangulum, ille quiescet tota sua vi duobus aliis communicata, | 121. 126 |
| — hinc etiam fit (secundum LEIBNITIUM), ut vera maneant theoremmata receptae <i>mechanicae</i> , item <i>oscillationis</i> , vel <i>percussionis</i> , & <i>resistentiae</i> | |

| | |
|--|-------------------------|
| <i>resistentia</i> medii respectivæ, | 126 |
| — — BERNOULLII animadversio, | 136 |
| — — LEIBNITII responsio, | 146 |
| — ex ejus conservatione & ex conservatione virium motricium con-
duntur veræ Regulæ pro <i>motus communicatione</i> , | 135. 145 |
| Proprietates Arithmeticæ <i>binaria</i> , | II. 36. 38. 44. 47. 140 |
| PTOLEMÆUS, ejus observationes cum recentioribus collatæ, | I. 369 |
| Puncta sunt Linearum <i>limites</i> , non <i>elementa</i> , | 398. 402 |
| Pyromontanarum acidularum effectus mirabilis, | II. 387 |

Q

| | |
|--|---------------------------------------|
| Q uadrata <i>celeritatum</i> sunt corporum <i>ascensibus</i> proportionalia secun-
dum BERNOULLIUM, & cur, | I. 63 |
| Quadratrix est curva <i>transcendens</i> , cujus puncta possunt algebraice re-
periri, | 77 |
| — utrum <i>percurrens</i> , | 102 |
| — LEIBNITII, | 172 |
| — hujus <i>Quadratricis Quadratrix</i> est <i>Cyclois</i> , | 178 |
| — DINOSTRATI novo modo descripta, | H. 176. 179 |
| Quadratura universalis, | I. 264 |
| — in quadraturis desiderata duo, | 5 |
| — curvæ cujusdam <i>percurrentis</i> , | §. II. 15. 19. 25. 30 |
| — <i>Catenaria</i> , | 9 |
| — Circuli arithmetica, | 227. 331. 337. II. 309. 313. 317. 320 |
| — quarumdam origo, | I. 20. 26. 27 |
| — earum inquisitio contracta, | 50. 61 |
| — circuli historiam parat LAGNIUS, | II. 302 |
| — generalis Cycloidum, | I. 102 |
| — Parabolæ impugnata, | 173. 455 |
| — defensâ, | 173. 455. 457 |
| — partium Lunulæ Hippocratis, | 203. 206 |
| — diversorum spatiorum ad unius continui spatii quadraturam inde-
terminatam revocata, | 309. 314. 317. 323. 326 |
| — omnium figurarum altera ab altera mutuo penderent si omnes cur-
væ <i>transcendentes</i> essent <i>percurrentes</i> , | 91. 94. 102 |
| — indefinita curvarum, | 202. 207. 224 |
| — quarumdam, | 41 |
| — indefinitam non admittunt aliquæ, habent tamen infinitas partes
quadrabiles, | 202 |
| — quadraturam unius spatii quædam admittunt, | 209 |

| | |
|--|--|
| — exemplum , | L 224 |
| — quadratura infinitorum Cycloidis segmentorum detecta a BERNOULLIO , | 202. 232. II. 61 |
| — — ejusdem zonarum , | 62 |
| — partis cujusdam ab HUGENIO tradita , | L 202 |
| — alterius a LEIBNITIO , | 202. 214. 228. |
| <i>Quadratura</i> generalis per motum a LEIBNITIO tradita , & BERNOULLIO probata , | 4 6 |
| — Quarum Curvarum semper possit haberi , | 41 |
| — desiderata ad eam pertinentia , | 5. 9 |
| — reducenda ad earum <i>rectificationem</i> , | 5. 9. 367 |
| — — & ad certa genera , | 5. 9 |
| — quarum reduci possit ad <i>Quadraturam Circuli & Hyperbole</i> , | 14 |
| — de hac re desiderata , | 15. 23 |
| — de ea liber NEWTONI , | II. 124 |
| — omnes rationales , | 80 |
| — <i>irrationales</i> ad <i>rationales</i> reductæ a LEIBNITIO , | 82 |
| — ad <i>Seriem</i> quomodo reducat , | L 12. 219 |
| — de hac Methodo BERNOULLII judicium , | 15 |
| — omnes per <i>Seriem</i> expressæ a BERNOULLIO , | 15 |
| — — hanc investigat LEIBNITIVS , | 22 |
| — — illius fontem monstrat BERNOULLIVS , | 28 |
| — — ejus nova demonstratio , | 75 |
| — <i>Seriem</i> aliam exhibet LEIBNITIVS , | 35. 99. 104 |
| — quam corrigit BERNOULLIVS , | 40 |
| — LEIBNITIO approbante , | 46 |
| — de hac re librum scribit CRAIGIVS , | 50 |
| — in eum LEIBNITII observatio , | 50 |
| — in hanc adnotatio BERNOULLII , | 60 |
| Quantitas actionis motricis <i>absolutæ</i> , | 125 |
| Quantitatis cujusdam differentialis integratio , | 20. 26. 27. 35. 40. 46. 53 |
| — positivæ & negativæ ratio utrum imaginaria , | II. 269. 276. 304 |
| — negativæ utrum detur Logarithmus , | 269. 276. 278. 282. 287. 292. 296. 298. 303. 305. 312. 315 |
| QUIRINUS ; | 274 |
| Quotientium investigationes continuatæ , | I. 228 |

R

| | |
|---|---------------------------------|
| R Adices quot sint in æquatione in casu <i>osculi</i> , | L 34. 43 51. 61. 68. 78. 83. 91 |
| Radices | |

| | |
|---|------------------------|
| Radices <i>irrationales</i> aut <i>affectæ</i> an habeant aliquid simile <i>integrationibus</i> , I.47. | 66 |
| — æquationum utiles ad Curvam <i>Segmentorum</i> inveniendam, 257.261. | 269 |
| — impossibiles quot sint in æquatione, | II.210 |
| Radio & Arcu Circuli datis invenire sinum rectum, | I. 16. |
| Radius <i>osculi</i> unde derivari possit, | 34. 43. 50 |
| — in puncto <i>fexus contrarii</i> non semper est infinitus, | 59 |
| — adhibitus a BERNOULLIO ad solvendum Problema <i>Catenarie</i> , | 254. 259. 265. 270. |
| Vide, <i>Funicularia</i> . | |
| — lucis & ejus Curvatura in <i>medio variante</i> , quomodo describi possit secundum BERNOULLIUM, | 17. 178. |
| — — hoc Problema affine est Problemati de Curva <i>celerrimi descensus</i> , | 178. 185. 194 |
| — — quæ sit ejus Curvatura, | II. 148. 150. 153. 159 |
| — Radii ad <i>Synchronas</i> & undas convenientes, & hujus convenientiæ usus secundum LEIBNITIUM, | I. 306. 314 |
| — de ea re BERNOULLII sententia, | 311 |
| RAIUS, | II. 183. |
| Rarefactio <i>Aëris</i> a Calore quam dilatationis vim ei det, | I. 458. 476 |
| <i>Rationis Sectio</i> , | II. 138 |
| <i>Recta</i> data Arcui <i>Circuli</i> æqualis, | 176 |
| Rectanguli differentię symbolizant cum Binomii potestatibus, I. 46. 65 | |
| — unde promovetur <i>Calculus integralis</i> , | 52. 75. 83 |
| — plurium Dimensionum cum Polynomii potestatibus, | 47. |
| — utrum semper locum habeat hic consensus, | 54. 66 |
| Rectificatio <i>Ellipseos</i> & <i>Hyperboles</i> ad earundem Quadraturas revocari non potest, | 15 |
| — omnes expressæ una generalissima Serie, | 15. 75 |
| — curvarum, | 81. 87: 201 |
| — — desiderata ad eam pertinentia, | 366 |
| — — de ea re sententia <i>Jacobi</i> & <i>Johannis</i> BERNOULLIORUM atque LEIBNITII, | 201 |
| — quænam Curvæ eam semper admittant, | 201. 206 |
| — algebraicarum Curvarum in se redeuntium, | 201. 206 |
| — — indefinitam non admittunt; aliquæ Curvæ habent tamen infinitas partes rectificabiles, | 202 |
| — <i>Cissoïdis</i> , | II. 55 |
| Reditus ad vitam æstimati, | 219 |
| — De iis scribunt HUDDENIUS & WITTIUS, | 220 |
| <i>Commerc. Epist.</i> Tom. II. | P P P |
| | REGI. |

- REGINALDUS (Gallice REYNEAU) Mathematicum Professor *Angriensis* Calculum differentialem summis laudibus edert, I. 42. 49
 — ejus *Algebra* in lucem emissa, II. 180. 304
 — — quam laudat LEIBNITIUS, 251
 — — de ea BERNOULLI judicium, 257
 — librum de *Magnitudinum Calculo* molitur, 260.
 REGNIER insignis Mathematicus *Lugdunensis*, 138.
 Regressus punctum in Curvis, I. 59. 67. 76
 — quam proprietatem habeat, 76. II. 170.
 — de eo difficultas quædam, I. 76. 101.
 — — solutio, 83
 — methodo *Huddeniana* de *Maximis & Minimis* determinatur, II. 41
 Remedium universale MALEBRANCHII, I. 39
 — arthritidis, II. 266. 267
 REMONDUS, MONTMORTII frater, litis NEWTONUM inter
 & LEIBNITIUM (de Calculi infinitesimalis. inventionem) parti-
 ceps factus. est a LEIBNITIO, 375. 377
 RENALDINUS (Carolus), 234.
 RENALDUS, *Gallus* Eques & Ingeniarius navalis, litem quam prius
 cum HUGENIO habuerat de re nautica, cum BERNOULLIO
 renovat, 335
 — ut de ea LEIBNITIUS judicet, a BERNOULLIO rogatur, 343.
 — *Melitenfibus* adversus *Turcas* auxilium laturus, præficitur. aliquot bel-
 licis navibus, 349.
 Resistentia *medii*, I. 137
 — absoluta, I. 131. 139.
 — respectiva, II. 123. 126. 134. 153.
 — ex defectu lubricitatis, II. 240. 244. 254. 259.
 — solidorum, I. 415
 — minimæ solidum investigatum, 466.
 — aeris in gravia cadentia, II. 266.
 Reflexionis & Incidentia æqualitas an. bene demonstrata a CARTESIO &
 KEPLERO, 99.
 Respirationi quis aer utilis, 266
 REYHERUS (Samuel) in *Academia Christian-Albertina* primarius Pro-
 fessor, 10.
 — una cum TIDIO auctor est novi *Cycli peringeniosi*, 49.
 REYNEAU. Vide REGINALDUS.
Rhabdologia perfecta, I. 289
 RIGATUS *Comes*, scripti cujusdam Mathematici Auctor, II. 350.
 353.
 R.I.C.A.

- RICATUS quid in *Diario Veneto* contra BERNOULLIUM infererit, IL 356
 — — aliquid in eo mutavit, 360
 — rursus BERNOULLIOS petit, 363
 — ab HERMANNO rogatur ut finem litibus contra BERNOULLIOS faciat, 365. 369
 Rixæ in litteris, quibus relinquendæ, I 5
 ROBERVALLIUS cum TORRICELLIUS disputat de primo Quadraturæ *Cycloidis* Auctore, 228
 ROCQUE (*de la*) Abbas, *Diarii Gallici* Auctor, 69
 RODOLPHUS AUGUSTUS Dux, II. 39
 ROLLIUS, quid invenerit circa appropinquationes radicum, I. 228.
 — — *Calculus differentialem* impugnat, 232. 240
 — — quid ab eo expectandum, II. 23. 25. 50
 — — de eo plura scribit VARIGNONIUS ad BERNOULLIUM, 23. 25
 — — *Leibnitiana* notæ in objectiones illius contra *Calculus differentialem*, 29. 39
 — — *Algebram* edit, 40. 46
 — — ad *Academia Regiæ* decisionem a SAURINO provocatur, quo cum longissimam habuit controversiam de *Calculo infinitesimali*, 98
 — — ejus cum SAURINO controversia utcumque componitur, 148
 — — Tandem *Calculus differentialis* veritatem agnoscit, 150
 — — quorum ductu *Calculo differentiali* obstitit, 170. 172
 — — quædam illius opera petit LEIBNITIUS, 172. 177. 211
 — — quædam illius opera petit LEIBNITIUS, 304
Rome Topographia inedita, 126
 Rotæ instruendæ sunt dentibus *epicycloïdalibus*, I. 347. 349. II. 172
 — — ut omni notabili frictione careant, I. 349
 — — & motum *equabilem* procurent, 349
 ROMERUS, Inventor est dentium *epicycloïdalium*, eorumque usus, 346. II. 172. 177. 178. 257
 — — extremum diem obit, 260
 RUZZINUS S. Marci Procurator, 284
 — — Partes amplectitur Nicolai BERNOULLII, Nicolai filii, in eo ad *Patavinam* Professionem promovendo, 321

S

SALVATOR (*Gallice SAUVEUR*,) Illius Solutio Problematis Curvæ *celerrimi descensus*, L. 233. 234

- — de ea BERNOULLII judicium, I. 233
 — — & LEIBNITII, 236. 237
 — — in quo erronea sit, 242. 243
 — — errorem in ea admissum agnoscit, 246
 SAMSONIUS Tabulis ab *Academia Scientiarum* concinnatis contradicit, 369
 SAURINUS BERNOULLIO subiraſci videtur, qua de causa, II. 127
 — — litem habet cum ROLLIO de *calculo infinitesimali*, 148
 — — quæ, jussu *Regie Academia*, sopitur, 150
 — — in cujus arbitrium ea de re consentiat, 153
 — — in *Academiam Scientiarum* recipitur, 179
 SCHELIUS (Eberhardus), ejus *Topographia Romæ* inedita, 126.
 — — (Radbodus), 129. 135
 — — 129
 SCHEUCHZERUS *Alpes* describit, 181. 183
 — — *Physicam* LEIBNITIO dedicandam habet sub prelo., 228.
 — — *Helvetiæ* universæ Mappam edit, 228.
 — — quid ab illo expectandum, 234. 253
 — — ad *Francofurtanam* Professionem commendatur, 257
 — — laudatus & pro eo LEIBNITII operam petit BERNOULLIUS
 ad ei Professionem aliquam procurandam, 335.
 — — in *Russiam* abiturus a *Tigurinis* retinetur, 342.
 — — quod LEIBNITIO displicet, 386.
 — — Junior Geometriæ & *Physicæ* studet, 183.
 — — *Patavinam* Professionem adpetit, 186.
 — — laudatus, quas regiones lustraverit, 222.
 — — ejus familiaritatem quærit LEIBNITIVS, 225.
 — — *Gallias* percurrit, 228.
 — — amborum sagacitate *Turſæ* materia paludibus *Tigurinis* extracta
 conficiuntur, 228
 SCHULEMBURGIUS Comes, Rei militaris Præfecturam a *Venetis* accipit, 359.
 — — laudatus. Illius auxilium sperat LEIBNITIVS, & qua in re, 364.
 — — in *Dalmatiam* abit, qua de causa, 372
 Scientiarum *Academia Regia Parisiensis* quem redditum annuum habeat, I. 446. 454.
 — — ejus historia conscribitur, 405
 — — quid de LEIBNITIO contineat, 437
 — — *Berolinensis* fundata, II. 129
Scientia infiniti, opus quod meditatur LEIBNITIVS, I. 4. 6. 12. 16.
 18. 31. 35. 100. II. 80
 Scien-

| | |
|--|----------------|
| Scientia rei navalis, | II. 6. 9. |
| — aquarum a quibus tractata, | 346 |
| SECRETÆ, <i>Helvetius</i> , egregius Physicus, <i>Schafhusianus</i> , | L. 13. |
| — mortem obit, | 24. 31 |
| Sectio <i>Anguli</i> , pro ea methodum tradit BERNOULLIUS, | II. 73. |
| | 74. |
| — <i>Rationis</i> , <i>Apollonianus</i> liber ab HALEBO ex <i>Arabico</i> sermone in
<i>Latinum</i> versus, & editus, | 154. 159. 161 |
| — — an aliquid commune cum <i>Logarithmis</i> habeat, | 138. |
| Segmenta quadrabilia. <i>Vide</i> <i>Curvæ</i> . <i>Cyclois</i> . | |
| <i>Segmentorum</i> Linea, quæ, | L. 247 |
| — de hoc Problemate FERMATIUS agit cum CARTESIO, | 207. |
| | 209. 212. 224. |
| — — ejus <i>Analysis</i> , | 258 |
| — — qua occasione illam excogitaverit, | 257. 261. 269 |
| — — id facit infinitis modis generalibus, | 248. |
| — — in suam solutionem LEIBNITII adnotatio, | 251 |
| — — <i>Leibnitianam</i> solutionem probat BERNOULLIUS, | 255. |
| — — in eam BERNOULLII observatio, | 261 |
| — — — LEIBNITII responsio, | 268. |
| — — & a BERNOULLIO, | 255 |
| — — — ejus <i>Analysis</i> , | 255 |
| — — — in hanc BERNOULLII solutionem animadversio
LEIBNITII, | 247 |
| — — — — BERNOULLII responsio, | 255 |
| — — series infinitas, quarum quælibet infinitas complec-
titur hujus Problematis Solutiones, habet BERNOULLIUS, | 255 |
| — — — qui ex iis quandam exhibet, | 256 |
| — — — atque a NEWTONO, | 262. 266 |
| — — — hujus methodum probat ac promovet BERNOULLIUS, | 262. |
| — — — — qui eam extendit ad <i>Curvas</i> , in quibus data est <i>diffe-</i>
<i>rentia Potestatum Segmentorum</i> , | 265. |
| — — — — LEIBNITII animadversio, | 270. |
| — — — — ejusdem fundamentum, | 263. |
| — — — in NEWTONI Solutionem animadversio LEIBNITII, | 288. |
| — — — — quam probat BERNOULLIUS, | 272. |
| SECKENDORFFIUS, | 69. |
| Separatio <i>indeterminatarum</i> necessaria ad æquationes <i>differentiales</i> cons-
truendas, | 7 |

- quomodo possit obtineri, I. 7
- SERENUS, ejus Liber de Sectione Coni & Cylindri, II. 291
- Serierum* inveniendarum methodus generalis, I. 97. II. 12
- quædam generalissima exprimens omnes quadraturas & rectificatio-
nes, I. 15. 35. 40. 75
- & dans *Sinum* rectum ex dato *Arcu* & *Radio*, & alia quædam Pro-
blemata solvens, 16
- ejus fons, 22. 28
- quædam pro *differentiis*, 98
- reducendæ ad *quadraturas*, 215. 219. 227
- reciprocæ *quadratorum* summa, 213. 214. 217. 223
- quædam ad Problemata solida & superfolida solvenda utiles, 222.
231
- quædam pro *Circa* ita *Rectas* omnes a dato puncto actas secan-
te, ut *Potestates Segmentorum* datam summam conficiant, 155
- inventio per *Coefficientes* arbitrarios a quo excogitata, II. 97
- *infinitæ* revocandæ ad finitas æquationes *differentiales*, I. 49
- divisæ in partes datam habentes *rationem*, 218
- primus earum inventor, II. 314
- doctrina promota, 325. 327. 329. 333
- quædam summatæ a *JACOBO BERNOULLIO*, I. 186. 218
- quædam *LEIBNITII* & *BROUNCKERI* pro *Circulo*, 227
- *Harmonica*, 22. 28. 32. 203. 207. 213. 218
- Signa *Algebraica* nova, 386
- Sinus* rectus inventus dato *Arcu* & *Radio*, 16
- Societas Regia *Berolinensis* erecta, II. 15. 18. 35
- conventus solemnnes habere incipit, 250
- Socii aliquot *Parisiensis* *Academix* *Scientiarum* laudati, I. 446. 454
- Solidum *minima resistentia* inventum, 466
- SPANHEMIUS Quæstor *Groninga* machinam arithmicam *Leibnitiana*
na similem detexit, 282
- Spatium, quid, II. 347
- quam rationem ad illud habeat *vis* *aëris elastica*, I. 455
- incrementa proportionalia sunt *Virium* decrementis, in *mediis re-*
sistentibus, 131
- Specula caustica* parat BERNOULLIUS, II. 68. 107
- quid eorum ope efficiatur, 70. 72. 102
- quis primus ea invenerit, 107
- utilia ad *Circuas* transformandas *Vide Curvarum Transformatio.*
- SPINOSA, I. 481. II. 2
- Spiralis Archimedæa* est *Curva transcendens*, cujus puncta possunt alge-
braica

| | |
|---|------------------------------------|
| braice reperiri, | I. 77 |
| Spiritus omnes utrum cogitatione & intellectu præditi, | 382 |
| — aut Corpus; utrum detur substantia quæ nec Corpus sit nec spiritus, | 382 |
| <i>Spirituum animalium</i> usus secundum LEIBNITIUM, | II. 274 |
| — & secundum BERNOULLIUM, | 277 |
| SPLEISSIUS, | I. 197 |
| STAHLIUS Professor <i>Hallensis</i> quid scripserit, | II. 235. 242 |
| — in ejus scripta nonnulla observat LEIBNITIUS, | 236 |
| — quibus respondet ipse, | 236 |
| — replicare parat LEIBNITIUS, | 236 |
| — duplicationem expectat LEIBNITIUS, | 245 |
| — ejus ingenium, | 256 |
| — quid ad LEIBNITIUM de usu <i>Mechanices</i> in <i>Medicina</i> , | 273 |
| STENO quid circa <i>Musculorum</i> contractionem crediderit, 242. 245. 256 | |
| — quid circa <i>Spiritus animales</i> , | 260 |
| STURMIUS junior locum BERNOULLIO destinatum obtinet, I. | 23 |
| — senior quid in <i>Physicis</i> præstiterit, | II. 234. 240. 244. 253 |
| — illius filius <i>Francofurti ad Oderam</i> Professor, relicta statione, Architecti munus apud Ducem <i>Megalopolitanum</i> recipit, | 250 |
| — tuetur sententiam <i>Cartesianam</i> de <i>Anima & Corporis Commercio</i> , I. | 442 |
| Substantia non est extensio, | II. 279 |
| — natura, | 92 |
| Substantiarum activitas, | I. 450. 463. 471. 483. II. 3. 5. 7 |
| — in eam objectio, | I. 483 |
| — quæ non sint neque Spiritus neque Corpora, an dentur, | 382 |
| Subtangens Curvæ cujusdam <i>percurrentis</i> , | 8 |
| Summatorix notæ pro <i>integrationibus</i> usurpatæ, | 36. 41 |
| <i>Summa</i> seu <i>integrationes differentis</i> reciproæ, | 36 |
| — terminorum <i>progressionis harmonica</i> , 22. 28. 32. 203. 206. 213. 218. | |
| — <i>Seriei quadratorum</i> reciproæ, | 213. 214. 217 |
| — quantitatum aliquot <i>logarithmicarum</i> , 19. 26. 216. 223. 226. 231 | |
| — <i>serierum</i> quarundam assignatæ a Jac. BERNOULLIO, 186. 218. | |
| Superficies <i>Conoidum</i> consideratæ a Jacobo BERNOULLIO, | 212 |
| — earumdem. inter duo data puncta linea brevissima definita a LEIBNITIO, | 343. 387 |
| — in hanc methodum observatio BERNOULLII, & hujus methodus, | 393 |
| — idem præstat Jacobus BERNOULLIUS, | 387. 401 |
| — <i>Sphaeroidis</i> dimensa, | II. 138. |
| | <i>Synchroma</i> |

| | |
|--|---------------|
| <i>Synchrona</i> pro quibuscunque <i>Curvis</i> datæ speciei determinata a BERNOULLIO, | I. 286. 294 |
| — hujus <i>Tangens</i> facile potest demonstrari secundum LEIBNITIUM, | 290. 303. 314 |
| — secus autem secundum BERNOULLIUM, | 293. 309. 314 |
| — methodus id efficiendi a LEIBNITIO proposita, | 319 |
| — qui hinc perficit <i>Calculus integram</i> , | 322 |
| — a BERNOULLIO probata & promota, | 330 |
| — ejusdem judicium de nova hinc educta <i>Calculi integralis</i> promotione, | 337 |
| — inventa a BERNOULLIO, | 325 |
| <i>Synchrona</i> ipsa semper quidem haberi potest sed difficile, judice BERNOULLIO, | 294 |
| — quomodo ea possit obtineri secundum LEIBNITIUM, | 303. 314 |
| — de hoc BERNOULLII sententia, | 309. 326 |
| — secunda methodus LEIBNITII, | 317 |
| — de ea BERNOULLII judicium, | 323 |
| — de hujus <i>Tangente</i> ad rectam <i>positione</i> datam parallela, | 337. 343 |
| <i>Synchronarum & undarum</i> ad <i>Radios</i> convenientia, & hujus convenientiæ usus, secundum LEIBNITIUM, | 306. 314 |
| — de ea re sententia BERNOULLII, | 311 |
| — <i>Cycloidum</i> est ipsis perpendicularis, | 178 |
| <i>Systema Leibnitianum</i> de <i>Animalis animæ</i> , | 415. 420 |
| — latius explicatum, | 424. 430. 435 |
| — utrum novum, | 434. 439 |

T

| | |
|--|----------------|
| T ALIUS, vel DU-TALIUS (DU-TAL) BERNOULLIUM defendit contra HOMBERGIUM & aliquos, | II. 170 |
| — quid de illo LEIBNITIUS, | 172 |
| <i>Tangentium methodus</i> inversa generalis utrum sperari possit, secundum BERNOULLIUM, | I. 7 |
| — conditione data, <i>Curvas</i> construere, | II. 14. 17. 34 |
| — proprietas in <i>Catenaria</i> , | 47 |
| — inversæ ad quadraturas revocatæ, | 228 |
| — <i>Curvarum percurrentium</i> , sive <i>exponentialiter transcendentium</i> quomodo inveniuntur, | 8. 10 |
| — infinitæ pro uno ejusdem <i>Curvæ</i> puncto, | 67. 76 |
| — determinatæ ex <i>Focis</i> ab HOSPITALIO, | 211 |
| | de |

| | |
|---|--------------------|
| — — de hoc LEIBNITII judicium, | I. 211 |
| — — & desiderata, | 212 |
| — — idem præstitum a TSCHIRNHAUSIO, FATIO, & LEIBNITIO, & quomodo Judice ipso LEIBNITIO, | 212. II. 117 |
| <i>Tangens Synchronæ</i> facile potest determinari secundum LEIBNITIUM, | I. 290. 303. 314 |
| — fecus autem secundum BERNOULLIUM, | 293. 309. 314. 323 |
| — methodus id efficiendi a LEIBNITIO proposita, | 319 |
| — qui hinc perficit <i>Calculus integram</i> , | 322 |
| — a BERNOULLIO probata & promotâ, | 330 |
| — ejusdem jucium de nova hinc educta <i>Calculi integralis</i> promotione, | 337 |
| — inventa a BERNOULLIO, | 325 |
| — ad rectam <i>positione</i> datam parallela, | 337. 343 |
| TAYLORUS Problema LEIBNITIO vult proponere, | II. 378. 394 |
| — ejus <i>Incrementorum Methodus</i> , | 380. 394 |
| — — de ea BERNOULLII judicium, | 389 |
| — — & Nicolai BERNOULLII Nic. filii, | 394 |
| — <i>Bernoullianam</i> de <i>Oscillationis Centro</i> Theoriam ex <i>Actis Lips.</i> defumfit, | 383 |
| Termini <i>irrationalis</i> summator Terminus eandem <i>irrationalitatem</i> continere debet, | I. 50. 61 |
| <i>Tetragonismus</i> generalis per motum BERNOULLIO probatus, | 4 |
| — in <i>Tetragonismus</i> desiderata duo, | 5 |
| — reducendus ad Curvarum <i>rectificationes</i> , | 5. 9 |
| — — & ad certa genera, | 5. 9 |
| — <i>Curva</i> cujusdam <i>pericurrentis</i> , | 6. II. 15. 19 |
| — <i>Catenaria</i> , | 9 |
| Cætera vide sub verbo Quadratura. | |
| <i>Theodicaa</i> LEIBNITII de ea judicium BERNOULLII, | II. 396 |
| — in qua Auctor objectioni cuidam PARENTII respondet, & quomodo, | 353. 356 |
| — eam impugnat CLARCKIUS; respondet LEIBNITIUS; replicat ille; duplicat hic; triplicat ille; quadruplicat LEIBNITIUS, | 381. 396 |
| Thermometra promotâ, | I. 373. 385 |
| TIDIUS novi Cycli peringeniosi Auctor, | II. 49 |
| Topographia <i>Roma</i> inedita, | 126 |
| TORRICELLIUS cum ROBERVALLO disputat de primo quadraturæ <i>Cycloidis</i> Auctore, | I. 228 |
| — — ejus partes hac in re amplectetur GRONINGIUS, | 443 |
| — quem demonstrandi morem habuerit, | II. 309 |
| <i>Commerc. Epist.</i> Tom. II. | Q q q |
| | TOUR- |

- TOURNEFORTIUS præclarus Botanicus , II. 183
Trajectoriae orthogonales ex principio Dioptrico determinatæ , I. 306. 311.
 314. 327
Trajectoriarum Problema , 332. 401. II. 373. 388. 390. 394. 395
 Plura *vide* in *Curvæ alias ad datum angulum secantes*.
 Transformatio *Parabolarum & Hyperbolarum* cujuscumque gradus , I. 367
 — *Curvarum per Coëvolutionem* a LEIBNITIO excogitata , II. 102.
 134.
 — qui hanc Methodum ad plures transformandas & addendas extendit , 108.
 — de ea BERNOULLII judicium & LEIBNITII responsio , 140
 — qui dat ejus rei exemplum , 142.
 — & observationes quasdam , 144.
 — ad has observationes responsio BERNOULLII, qui hanc Methodum perficit , 145.
 — LEIBNITIO approbante , 149.
 — BERNOULLII *Analysis* huic pertinens , 156.
 — per *motum rectorium* a BERNOULLIO excogitata , 163. 166.
 184. 186.
 — qui hinc educit rationem eas reducendi ad *Circulares* per celerrimam approximationem , 164.
 — hinc demonstratur Regula a *Præcticis* quibusdam tradita pro comparandis *Perimetris Ellipticis* cum *Circularibus* , 165
 — & deducitur *Theorema* pro commutanda *Curva* quavis intra duos arcus *Circulares* quantumvis sibi propinquos , 214.
 — quod applicatur *Ellipsi* , 217.
 — de his LEIBNITII judicium , 171.
 — qui hanc Methodum applicat *Circulo* , 172.
 — eam BERNOULLIUS extendit ad *Curvas* omnes , 174.
 — & ad *Circulum* , 176.
 — unde prodit nova ratio describendi *Quadratricem* DINOSTRATI , 176. 179.
 — in hanc Methodum LEIBNITII difficultas , 184. 211.
 — soluta a BERNOULLIO , 186. 211.
 — hoc problema tentatur ab aliis , 265.
 TREILLIUS, (*Gallice, LA-TREILLE*) , 121.
 TREVISANUS, Vir nobilis & eruditus , 259. 260. 263. 271. 274
 — commercium litterarium cum LEIBNITIO habuit , 274
 — cum HERMANNO verba facit de *Nicolao* BERNOULLIO ad *Patavinam* Professionem, subrogando , 284.
 — quod opus patet , 392.
 Trianguli, rectanguli proprietates quasdam singularis. *Vide*, *Grave*.

| | |
|---|--|
| <i>Trium Fontium</i> Monachus ALBERICUS, | I. 37 |
| T SCHIRNHAUSIUS, quædam ad eum pertinentientia, | 31. 44. 84. 282 |
| — illius <i>Medicina Mentis</i> secundo editur, | 71 |
| — — an <i>Curvarum algebraicarum</i> in illa facta, sit integra, | 80 |
| — — nonnullos errores in prima Editione admittissos corrigit, | 212 |
| — quid de <i>Curvis percurrentibus</i> censeat | 77 |
| — in ejus opera HUGENII notæ, | 155 |
| — quædam in <i>Actis Lips.</i> publicavit : in ea BERNOULLII objectiones, | 166. 174. 193. 202. 203. 224. 232. 245 |
| — — in ea LEIBNITII animadversiones, | 207 |
| — quid ab eo expectandum, | 240 |
| — quadraturam universalem in <i>Act. Lips.</i> inserit, | 264 |
| — — de hac BERNOULLII judicium, | 287 |
| — quomodo eum tractent <i>Actorum Lips.</i> Editores, | 352. 355. 357 |
| — quædam Controversiam inter eum & BERNOULLIUM spectantia | 362. 367 |
| — universalem methodum comparandi Curvarum omnium portiones habere creditur, | 364 |
| — quid de sua cum eo Controversia ab illo speret BERNOULLIUS, | 391. 403 |
| — de illius opusculo in <i>Actis Lips.</i> inserto (<i>Arcuum Parabolicorum sectio</i>) LEIBNITII judicium, | 401 |
| — in Regiam Academiam recipitur, | 441 |
| — novum aliquid habet, | II. 35 |
| — specula caustica elaborat, | 68 |
| — quid <i>Parifios</i> miserit, | 72 |
| — quid promiserit, | 93 |
| — specula caustica deserit, | 107 |
| — — in quo erraverit in eorum constructione, | 117 |
| — quid LEIBNITIO dixerit, | 138 |
| — a <i>Lipsiensibus</i> Actorum Editoribus laudatur, | 313 |
| TURRETINUS <i>Genevensis</i> ; quid & qua de causa ad LEIBNITIUM scripserit, | 184 |
| — ad eum rescribit LEIBNITIUS, | 280 |

U

| | |
|---|---------------|
| ULRICUS (<i>Antonius</i>) Dux <i>Brienswicensis</i> , | I. 2. II. 233 |
| <i>Undarum & Synchronarum</i> ad <i>Lucis Radios</i> convenientia, & hujus convenientiæ usus secundum LEIBNITIUM, | I. 306. 314 |
| | de |

- de ea re sententia BERNOULLII, I. 311
 Univerſum non eſt unum totum, nec concipi debet ut *Animal*, cujus
Anima Deus, 395
 Urticarum ſummitates utiles ad *Arthritis* ſanandam, II. 266. 277

V

- V Acuum, utrum neceſſarium ad motum, I. 62. 69. 329
 — utrum detur, 329. 399. 418. 424. 427. 429. 433. 445
 — admittunt NEWTONUS ac HUGENIUS, 390. 399
 VALERIANUS (*M.*); ejus opuſcula quædam inedita, II. 96
 VALLEMONTIUS Geographiam novam impugnat, I. 369. 374
 VAN-COLLEN (*Ludolphus*), II. 166
 VARIGNONIUS *Calculo differentiali* ſtudet, I. 30. 33
 — de illo varia, 91. 152
 — *Brachyſtophronæ* Problema laudat, 177
 — depositum a *Jac. BERNOULLIO* datum ſervat, BERNOULLIO
 distribuendum, ſi ſolvat Problemata quædam fraterna, 437
 — morbo quodam periculoſo tactus, ſanitatem recuperavit, II. 5
 — pacem & amicitiam inter BERNOULLIOS fratres procurare co-
 natur, 6
 — *Leibnitianam* Epistolam in Academia Regia meritis cum laudibus re-
 citatam nuntiat, 9. 12. 23
 — LEIBNITIO acceptionem in Academiam nuntiat, 15
 — BERNOULLIO ſcribit experimenta circa ejus Barometrum tentata
 feliciter non ſucceſſiſſe, 21
 — quid præſtare poſſit contra VOLDERUM, 25
 — multa ad BERNOULLIUM de ROLLIO & ſimilibus, 29. 39.
 40. 41. 170
 — quid de illo LEIBNITIUS ad BERNOULLIUM, 113.
 117
 — *Marchionis* HOSPITALII mortem LEIBNITIO ſcribit, 114
 — quid ille de PARENTIO ad LEIBNITIUM, 115
 — quid ille de SAURINO ad BERNOULLIUM, 127
 — quid de *Vi Centrifuga* meditatatus ſit, 128. 130
 — — de his meditationibus BERNOULLII judicium, 131. 133
 — — & LEIBNITII, 136
 — ejus valetudo deſideratur, 150
 paulatim

| | |
|---|-------------------------------------|
| — — paulatim convalescit, | II. 150. 159 |
| — quid invenerit de <i>Composicione Motuum</i> , | 172 |
| — ejus effigies BERNOULLIO mittitur, | 238 |
| — quæ deleverit in <i>Bernoulliano</i> quodam Schediasmate notas in NEWTONUM continente, | 254 |
| — ejus Responsio ad <i>Guidonem GRANDIUM</i> , | 267. 269 |
| — ejus auxilium desideratur in promovendo <i>Nicolao BERNOULLIO</i> ad <i>Patavinam</i> Professionem, | 285 |
| — quid ad eum adversus PARENTIUM scripserit BERNOULLIUS, | 349 |
| <i>Velocitatum</i> proportio, | I. 131 |
| — decrementa, | 136. 139 |
| <i>Vide</i> Decrementa velocitatum. | |
| — quadratis proportionales sunt gravium ascensus, & cur secundum BERNOULLIUM, | 63 |
| VENIERUS Nobilis <i>Venetus</i> , ejus auxilium necessarium videtur ad <i>Nicolao BERNOULLIO</i> <i>Patavinam</i> Professionem procurandam, | II. 331 |
| — — ideoque illi commendatur <i>Nic. BERNOULLIUS</i> , | 336 |
| VERBIESTIUS <i>Sinensem</i> Imperatorem <i>Algebra</i> Elementa docet, | 181 |
| VERZALIA (<i>Josephus</i>) <i>Bononiensis</i> , BERNOULLII quondam discipulus <i>Patavinam</i> Professionem adpetit, | 154. 265. 269 |
| — cujus scripti Auctorem eum suspicetur BERNOULLIUS, | 350 |
| — de illo nonnulla, | 353. 389 |
| — quid in HERMANNUM scripserit, | 389 |
| Vesica utilis ad construendum Barometrum portatile, | 71 |
| VILLEMOTUS, Gallus, quid de Planetarum motu scripserit, | 240 |
| — — de hoc opere BERNOULLII judicium, | 240 |
| — — — & LEIBNITII, | 244 |
| <i>Vires mortuae</i> , | I. 409. 415. 419 |
| <i>Vires viva</i> , | 62. II. 8. 25 |
| — earum æstimatio, I. 63. 68. 79. 84. 91. 95. 102. 105. 109. 114. 133. 203. 335. 339. 343. 345. 347. 377. 379. 475 | |
| — — — demonstrata <i>a priori</i> , | 122. 125. 133. 140. 151. 157. 170 |
| — — — alio modo, | 143. 157. 164. II. 280 |
| — <i>activæ</i> , utrum minuuntur, | 382. 384 |
| — <i>æquales</i> utrum semper impulsionibus æqualibus producantur in impulso, | I. 97. 102. 105. 110. 120. 130. 139 |
| — <i>centrifuga</i> , vel <i>Conatus excussorii</i> , | 115. 123. 133 |
| — <i>centripeta</i> , | II. 230 |
| — <i>absoluta</i> , | I. 125. 126 |

- Vis directiva*, L 125. 134
 — *absoluta & impeditiva*, II. 101
 — *fundamentum*, 119
 — *conservatio*, L 381
 Plura vide in *Æstimatio, Dynamica.*
- Virium decrementa*, 131. 137. 139
 Vide *Decrementa Virium.*
- Vires centrales* inverſæ determinatæ, II. 231
- Vis centrifuga*, 128. 131. 135
 — *Elastica*, ejus causa, L 381. 390
 — *primitiva*, 62
 — — utrum in ea consistant formæ substantiales, 409. 415. 419
- VIVIANUS veterum Mathematicorum loca quædam explicat, II. 151
- VITODURANUS (*Johannes*), ejus historia ubi extare dicitur, I. 37
 — — eam scribere parat LEIBNITIUS, 37. 65
 — — illius postrema desiderantur, 37. 65. 73
 — — — nullibi reperiuntur, 90
- VOLDERUS, *Leydenſis* Philosophiæ Professor, Manuscriptorum HUGENII Curator constituitur, 98. 180
 — ejus judicium de *Leibnitiana* Analyſi, 99. 104
 — ejus objectio contra *Calculus infinitorum*, 377
 — — ad eam responsio, 389
 — — errorem agnovit, 402
 — LEIBNITIO non assentitur circa *Virium* æstimationem, 379. 381. 389
 — — qui objectiones illius dissolvere conatur, 425. 428. 432. 441
 — ad eum scribit LEIBNITIUS, & qua de re, 406. 409
 — quædam objicit adversus LEIBNITII *Dynamicam*, 421
 — quænam de LEIBNITIO testatus sit, 422
 — objectiones contra LEIBNITII *Dynamicam* repetit, 450
 — — in iis subvertendis a BERNOULLIO auxilium petit LEIBNITIUS, 453
 — — quædam superiorem Controversiam spectantia, 463
 — an ei a LEIBNITIO satisfactum sit, 471
 — instantias adversus LEIBNITIUM rursus movet, 483
 — — ad eas responsio, II. 1
 — demonstrationem activitatis substantiarum rogat, 3
 — ejus rigor in disputando cum LEIBNITIO minuitur, 7
 — consultari speratur de Calendarii Reformatione, 12. 14
 — varia de illo LEIBNITIUS ad BERNOULLIUM, & hic ad illum, 15. 16. 18. 68. 77. 139. 140. 281 eum

| | |
|---|--------------------|
| — eum hortatur, BERNOULLII ope, LEIBNITIUS, ut suam doctrinam de <i>Virium æstimatione</i> propagare velit, | II. 25. 29 |
| — a LEIBNITIO postulat suam substantiæ notionem, | 34. 68 |
| — ejus sententia de novo REIHERI Cyclo, | 49 |
| — quomodo extensionem concipiat, | 65 |
| — eum corrigere nititur LEIBNITIUS, | 119 |
| — laudatur, | 119 |
| — moritur, | 220 |
| — ei subrogatur BERNARDUS, | 141 |
| Vortices <i>Cartesiani</i> , | 241 |
| VOSSIUS quæ scripserit, | I. 37. 73 |
| — (<i>Jacobus</i>) Geographiam novam impugnat, | 369 |
| WALEISIUS quid statuerit circa Corporum durtiæm, | 136 |
| — ejus opera de novo in lucem prodeunt, | 181 |
| — de his LEIBNITII judicium, | 185 |
| — quid de NEWTONO contineant, | 190. 191. 195 |
| — de illo Varia, | 227. 253 |
| — solutionem dedit Problematis cujusdam <i>Fermatiani</i> , | 263 |
| — quid in <i>Transactionibus Anglicis</i> notaverit, | 307 |
| — LEIBNITII consensum petit in edendis ejus veteribus Epistolis, | 457 |
| — quid ad LEIBNITIUM de <i>Fatiæ</i> quodam libro, | 481 |
| — <i>Strenuus gloria Anglicane vindex</i> , | II. 2 |
| — Epistolam a Regiæ Societatis Secretario acceptam LEIBNITIO remittit, | 3 |
| — BERNOULLIUM plurimi facit, | 6 |
| — LEIBNITII scripta laudat, | 10 |
| — quid ei tribuatur, | 61 |
| — mortem obiit, | 113 |
| WEIGELIUS laudatus, | E 184 |
| — comparationis Tetractyos Auctor, | II. 38 |
| WILLISIUS, quid censeat circa <i>Musculorum</i> contractionem, | 256 |
| WITSEN, Consul <i>Amstelodamensis</i> , | 120 |
| WITTIUS (DE WITTE), Statuum Generalium <i>Pensionarius</i> de re-
reditibus ad vitam scribit, | 130. 133. 219. 220 |
| WOLFFIUS de Calculo <i>Leibnitiano</i> Dissertationem conscripsit, | 140. |
| | 142. 143. 159 |
| — — quousque illa procedat, | 143 |
| — ad eum scribit BERNOULLIUS de <i>Virium æstimatione</i> , | 223 |
| — BERNOULLII monita circa ejus Aerometriam, | 226. 229 |
| — in profundiori Geometria præstat, | 226 |
| — ejus <i>Elementa Mathematica</i> eduntur, | 337 |

WOLFFII Mathematicum Lexicon,
WRENNUS,

385
L 228

Z

| | | |
|---|---|-------------------|
| Z | ENDRINUS, <i>Italus</i> . Varia de illo ; | IL. 353. 356. 360 |
| | ZUMBACHIUS, ejus <i>Planetolabium</i> ; | 181 |
| — | <i>Astronomicis</i> Observationibus operam dat ; | 183 |
| Z | WINGERUS (Theodorus) <i>Medicina</i> Professor <i>Basileensis</i> in Societatem <i>Berolinensem</i> cooptatus ; | 177. 179 |

F I N I S.

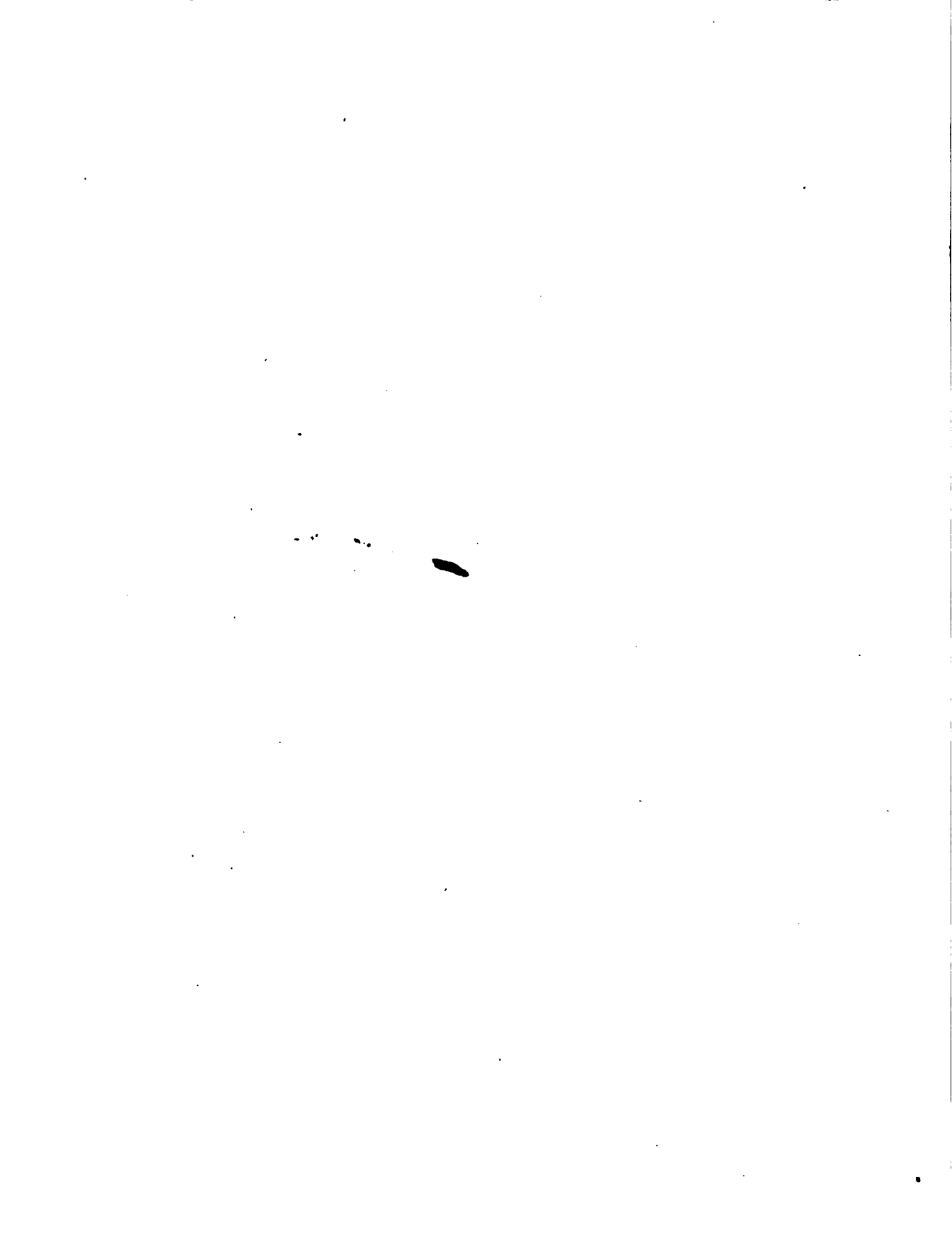
A V I S A U X R E L I E U R S .

Ils font priés de placer les Figures à la page où elles font indiquées au haut de chaque Planche, & de ne les point mettre à la fin des Volumes toutes ensemble.

Bibliopega moniti sunt, ut figurarum Tabulas per totum opus, ad ductum paginarum superne unicuique Tabula inscriptarum, distribuant.

Bericht an den Buchbinder. Die Kupfer müssen nicht zu Ende des Buches zusammen, sondern jedes an gehörige *paginam* angebunden werden.





226

